Регуляризированные функционалы типов точка-точка и точка-плоскость в задаче регистрации облаков точек

А.Ю. Маковецкий[1], С.М. Воронин[1], В.И. Кобер[1], А.В. Воронин[1]

[1]*Челябинский государственный университет, Братьев Кашириных 129, Челябинск, Россия, 454001*

Аннотация

Алгоритм ICP (итеративный алгоритм ближайших точек) является наиболее известным методом совмещения облаков точек, основанным на использовании исключительно геометрических характеристик. Важным компонентом алгоритма ICP является вариационная подзадача алгоритма. Функционалы типов точка-точка и точка-плоскость являются наиболее часто используемыми в рамках вариационной подзадачи ICP. В статье рассматриваются регуляризированные варианты этих вариационных задач. Предлагаемые подходы существенно повышают эффективность рассматриваемых алгоритмов.

Ключевые слова

Вариационные функционалы, точное решение, решение в замкнутой форме, итерационный алгоритм ближайших точек (ICP), ортогональные преобразования

1. Введение

Выравнивание двух облаков точек означает нахождение ортогонального или аффинного преобразования в $\mathbb{R}^3$, которое максимизирует согласованное перекрытие между двумя облаками. Алгоритм ICP для выравнивания облаков точек, первоначально описанный в [1, 2] состоит из следующих итеративно применяемых основных шагов: определение соответствия между точками двух облаков; минимизация метрики ошибок (вариационная подзадача алгоритма ICP). Ключевым элементом алгоритма ICP [3] является поиск ортогонального или аффинного преобразования, которое является лучшим в смысле метрики, объединяющей два облака точки с заданным соответствием между точками. Самыми распространенными типами функционалов, применяемыми в вариационной задаче алгоритма ICP являются функционалы типа point-to-point (соответствие типа точка-точка) [1] и point-to-plane (соответствие типа точка-плоскость) [2]. Решения в закрытой форме задач point-to-point и point-to-plane описаны в [4]. Для ортогональных преобразований решение задачи point-to-point в замкнутой форме было получено Хорном в [5] и [6]. В [6] рассмотрены решения в группе O (3), при этом найденная матрица может иметь отрицательный определитель. Эта проблема устранена в [7], где описан модифицированный алгоритм для класса SO (3).

Сходимость алгоритма ICP к хорошему решению зависит от качества соответствия между исходным и целевым облаками точек. Таким образом, вероятность получения приемлемого преобразования в результате работы алгоритма ICP при плохом исходном соответствии является сравнительным критерием для различных типов вариационных задач. В этой статье мы описываем регуляризированные варианты вариационных задач point-to-point и point-to-plane, которые значительно улучшили вероятность сходимости алгоритма ICP к правильному ответу в случае плохого соответствия между облаками точек. В [8] описывается регуляризированный вариант вариационной задачи NICP (алгоритм ICP с нормалями), увеличивающий вероятность сходимости к правильному решению. В предлагаемой работе рассматривается аналогичный подход к регуляризации функционалов типа point-to-point и point-to-plane. Компьютерное моделирование показывает увеличение вероятности сходимости алгоритма ICP к правильному решению при использовании регуляризированных вариантов функционалов.

2. Формулировка регуляризированных вариантов вариационных задач point-to-point и point-to-plane

Обозначим через $P = \{p^1, \dots, p^s\}$ и $Q = \{q^1, \dots, q^s\}$ первое и второе облака точек соответственно, через J_{r_ppt} обозначим следующий функционал;

$$J_{r\_ppt}(R,T) = \alpha||R - I||^2 + \sum_{i=1}^{s} ||Rp_i + T - q_i||^2, \tag{1}$$

где R – ортогональная матрица размера 3×3, $T = (T_1, T_2, T_3)^t$, $p^i = (p_1^i, p_2^i, p_3^i)^t$, $q^i = (q_1^i, q_2^i, q_3^i)^t$, I – единичная матрица размера 3×3. Регуляризированная вариационная задача типа point-to-point определяется следующим образом:

$$(R_*, T_*) = arg \min_{R,.T} J_{r\_ppt}(R,T), \tag{2}$$

Обозначим через $S(Q)$ поверхность, натянутую на облако точек Q, через $T_Q(q_i)$ обозначим касательную плоскость к $S(Q)$ в точке q_i, через n_i обозначим вектор нормали к $T_Q(q_i)$. Обозначим через J_{r_ppl} следующий функционал;

$$J_{r\_ppl}(R,T) = \alpha||R - I||^2 + \sum_{i=1}^{s} < Rp^i + T - q^i, n^i >^2, \tag{3}$$

где $n_i = ((n^i)^1, (n^i)^2, (n^i)^3)^t$. Регуляризированная вариационная задача типа point-to-plane определяется следующим образом:

$$(R_*, T_*) = arg \min_{R,.T} J_{r\_ppl}(R,T). \tag{4}$$

3. Заключение

Вычислительные эксперименты показывают, что вероятности сходимости к правильному преобразованию регуляризированных вариантов алгоритмов point-to-point и point-to-plane, значительно превосходит вероятности для соответствующих исходных алгоритмов для рассмотренных облаков точек из базы данных ModelNet40.

4. Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-47-740007.

5. Литература

[1] Besl, P. A method for registration of 3-D shapes / P. Besl, N. McKay // IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1992. – Vol. 14(2). – P. 239-256.
[2] Chen, Y. Object modeling by registration of multiple range images / Y. Chen, G. Medioni // Image and Vision Computing. –1992. – Vol. 2(10). – P. 145-155.
[3] Turk, G. Zippered polygon meshes from range images / G. Turk, M. Levoy // Computer Graphics Proceedings. Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. – 1994. – P. 311-318.
[4] Makovetskii, A. Affine registration of point clouds based on point-to-plane approach / A. Makovetskii, S. Voronin, V. Kober, D. Tihonkih // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 201. – P. 322-330.
[5] Horn, B. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions / B. Horn // Journal of the Optical Society of America. Series A. – 1987. – Vol. 4. – P. 629-642.
[6] Horn, B. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices / B. Horn, H. Hilden, S. Negahdaripour // Journal of the Optical Society of America. Series A. – 1988. – Vol. 5. – P. 1127-1135.
[7] Umeyama, S. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns / S. Umeyama // IEEE-TPAMI. – 1991. – Vol. 13(4). – P. 376-380.
[8] Makovetskii, A. A regularized point cloud registration approach for orthogonal transformations / A. Makovetskii, S. Voronin, V. Kober, A.Voronin // Journal of Global Optimization. – 2020.