



12. Hockney R. The communication challenge for MPP: Intel Paragon and Meiko CS-2 // Parallel Computing. 1994. 20 (3). P. 389 – 398

13. Хорошевский В.Г. Архитектура вычислительных систем: Учеб. Пособие. – 2-е издание, перераб. И доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2008, 520с.

В.В. Сазонов, М.А. Щербаков

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ НЕЛИНЕЙНОГО SVD-ФИЛЬТРА

(Пензенский государственный университет)

### Введение

В общем случае решение задачи восстановления стационарного случайного сигнала или процесса на фоне случайных шумов и помех предполагает выбор одной из двух (как минимум) гипотез: определена или нет априорная модель исходного сигнала. Это принципиальный момент, во многом определяющий дальнейшее решение поставленной задачи.

В первом случае наблюдаемый сигнал целенаправленно подгоняется под выбранную модель, при этом помеха рассматривается как пассивный параметр оценки несоответствия между моделью и сигналом.

Принято считать, что наилучшее восстановление для класса стационарных гауссовых сигналов достигается линейной системой, а ее оптимальной реализацией является фильтр Винера-Колмогорова [1], который может быть представлен в следующем виде:

$$\hat{x}_{i,j} = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_\eta^2} y_{i,j}, \quad (1)$$

где  $\sigma_x^2$  - дисперсия полезного сигнала,  $\sigma_\eta^2$  - дисперсия шума,  $\hat{x}_{i,j}$  - восстановленный элемент исходного изображения,  $y_{i,j}$  - элемент наблюдаемого изображения.

Соответственно, эффективность работы фильтра Винера в данных условиях во многом определяется точностью количественной оценки шумовой компоненты. Однако данный подход обладает определенными недостатками, в том числе:

- оптимальность достигается интегрально по всей совокупности анализируемого процесса;
- возможная неустойчивость алгоритмов фильтрации [1].

Эти недостатки хорошо известны и привели к появлению целого ряда достаточно успешных модификаций фильтра Винера, например, или в виде апертурных (масочных) алгоритмов, которые работают в окрестности локальных точек [1], или в виде робастных (устойчивых) алгоритмов [2].



В целом же следует признать, что эти подходы зачастую противоречат друг другу, поскольку переход к локальной оптимизации в силу естественного ограничения объема исходных данных может приводить к практической невозможности построения статистически устойчивых алгоритмов.

### 1 Локальная фильтрация изображений на основе сингулярного разложения

Пусть  $x_{i,j}$  - значение яркости полезного изображения на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца, а наблюдаемое изображение описывается моделью:

$$y_{i,j} = x_{i,j} + \eta_{i,j}, \quad i = \overline{0, I-1}, \quad j = \overline{0, J-1}. \quad (2)$$

Здесь -  $\eta_{i,j}$  значение помехи в точке с координатами  $(i,j)$ ;  $f(\cdot)$  - функция, описывающая взаимодействие сигнала и помехи, а  $I$  и  $J$  - соответственно число строк и столбцов изображения.

Рассмотрим некоторую  $k$ -окрестность точки наблюдаемого изображения  $y_{m,m \in 2k-1}(i,j)$ , где  $k$ -апертура пространственного фильтра.

Такое представление элемента изображения позволяет сформировать подматрицу наблюдаемых данных  $\mathbf{A}$  размером  $(2k-1) \times (2k-1)$ , подлежащей дальнейшей обработке (без потери общности будем считать данную область локально стационарной). Одним из наиболее эффективных методов статистического анализа матриц является ее SVD-разложение с целью приведения к каноническому виду [2,3].

Пусть матрица  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  имеет  $m$  столбцов и  $n$  строк, причем  $m > n$ . Такая матрица может быть представлена в виде разложения

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T, \quad (3)$$

где  $\mathbf{u}_i$  и  $\mathbf{v}_i$  - левый и правый сингулярные вектора матрицы  $\mathbf{A}$ , являющиеся ортонормированными столбцами матриц  $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  и  $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$  соответственно;  $\sigma_i \geq 0$  - диагональные элементы матрицы  $\mathbf{S}$ , называемые сингулярными числами матрицы  $\mathbf{A}$ .

В случае если соблюдается соотношение  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ , где  $\sigma_n > 0$ , и матрица  $\mathbf{A}$  имеет полный ранг, то ее можно представить в виде разложения

$$\mathbf{A} = \sigma_1 \cdot \mathbf{A}_1 + \sigma_2 \cdot \mathbf{A}_2 + \dots + \sigma_n \cdot \mathbf{A}_n = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot \mathbf{A}_i, \quad (4)$$

где  $\mathbf{A}_i = \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i^T$  - внешнее произведение столбца унитарной матрицы  $\mathbf{U}$  и соответствующего столбца унитарной матрицы  $\mathbf{V}^T$ .

В терминах матричного анализа SVD-разложение (3,4) предполагает возможность аппроксимации матрицы исходных данных матрицей более низкого ранга, что при восстановлении изображений, искаженного аддитивными некоррелированными шумами (2), позволяет разделить наблюдаемую матрицу  $\mathbf{A}$  на две компоненты: «полезное» изображение и шум. В качестве критерия эффективности матричной аппроксимации можно использовать критерий вида



$$\lambda(p) = \frac{\sum_{i=1}^p \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^p \sigma_i^2 + \sum_{j=p+1}^n \sigma_j^2} \leq \lambda_{onn}, \quad (5)$$

где  $\lambda_{onn}$  – эффективный порог аппроксимации, позволяющий оценить «мощность» шумов  $\sum_{j=p+1}^n \sigma_j^2$ , удаляемых из рассмотренной окрестности матрицы исходных данных.

Следует заметить, что критерий (5) матричной SVD-аппроксимации полностью повторяет и структуру, и физический смысл классического фильтра Винера-Колмогорова (2).

Важнейшим свойством предложенного авторами подхода является свойство робастности данной SVD-фильтрации, т.к. любое пренебрежимо малое (даже равное нулю) значение сингулярного числа автоматически относится к шумовой составляющей, что полностью гарантирует устойчивость предложенного алгоритма.

## **2 Нелинейный SVD-фильтр, адаптированный к локальным свойствам изображения**

Следует отметить, что в восстановленном, с помощью SVD-фильтра, изображении практически отсутствуют искаженные шумом области, однако его контрастность по отношению к исходному изображению в определенной степени ухудшилась. Это вполне ожидаемый результат, т.к. SVD-фильтр Винера-Колмогорова [3] относится к классу линейных НЧ-фильтров.

Для устранения указанного недостатка авторами [4] был предложен новый подход к проектированию нелинейных фильтров с адаптацией к локальным свойствам изображений. На его основе можно построить различные структуры цифровых нелинейных фильтров, отличающихся видом оценок, используемых для анализа локальных свойств сигналов, и параметрами адаптации.

В частности, входной процесс  $x(\mathbf{n})$  может быть представлен в виде низкочастотной  $x_L(\mathbf{n})$  и высокочастотной  $x_H(\mathbf{n})$  составляющих, а выходной сигнал  $y(\mathbf{n})$  фильтра формируется как сумма

$$y(\mathbf{n}) = x_L(\mathbf{n}) + \alpha x_H(\mathbf{n}), \quad (6)$$

где  $\mathbf{n} = [n_1, n_2]$  – вектор, определяющий координаты точки (пикселя) изображения, а параметр  $\alpha$  адаптации определяется локальным значением критерия (5). В зависимости от локальных свойств изображения (фон или перепад) параметр  $\alpha$  должен усиливать либо ослаблять вклад нелинейной составляющей фильтра. Таким образом, поведение такого нелинейного фильтра будет иметь адаптивный характер, изменяясь в зависимости от локальных свойств входного сигнала.

Исходя из выбранной модели (6), была разработана нелинейная модификация SVD-фильтра, сохраняющая контрастные свойства изображений.

Будем формировать выходной сигнал фильтра согласно следующему выражению:



$$y(n) = (1 - \alpha_n)x(n) + \alpha_n \hat{x}(n), \quad (7)$$

где  $\alpha_n$  – параметр адаптации,  $-1 \leq \alpha_n \leq 1$ , а  $\hat{x}(n)$  – выходной сигнал линейного SVD-фильтра. Если параметр  $\alpha_n = 1$ , то выражение (7) будет соответствовать линейному фильтру нижних частот, при  $\alpha_n = -1$  – фильтру верхних частот, а при  $\alpha_n = 0$  входной сигнал будет передаваться без изменения. Определяя соответствующим образом параметр  $\alpha$  адаптации, можно изменять поведение фильтра в зависимости от локальных свойств входного сигнала.

Допустим, требуется обеспечить фильтрацию широкополосного шума без искажения фронтов. В этом случае фильтр должен изменять свое поведение, проявляя низкочастотные свойства на пологих участках изменения входного сигнала и высокочастотные – при обнаружении перепадов.

Одним из вариантов преобразования критерия  $\lambda_n$  в параметр адаптации  $\alpha_n$  является кусочно-линейная функция

$$\alpha_n = \begin{cases} 1, & \lambda_n < a; \\ \frac{2\lambda_n - a - b}{b - a}, & a \leq \lambda_n \leq b; \\ -1, & \lambda_n > b, \end{cases} \quad (8)$$

где предварительная настройка фильтра на заданный динамический диапазон осуществляется изменением величин порогов  $a$  и  $b$ .

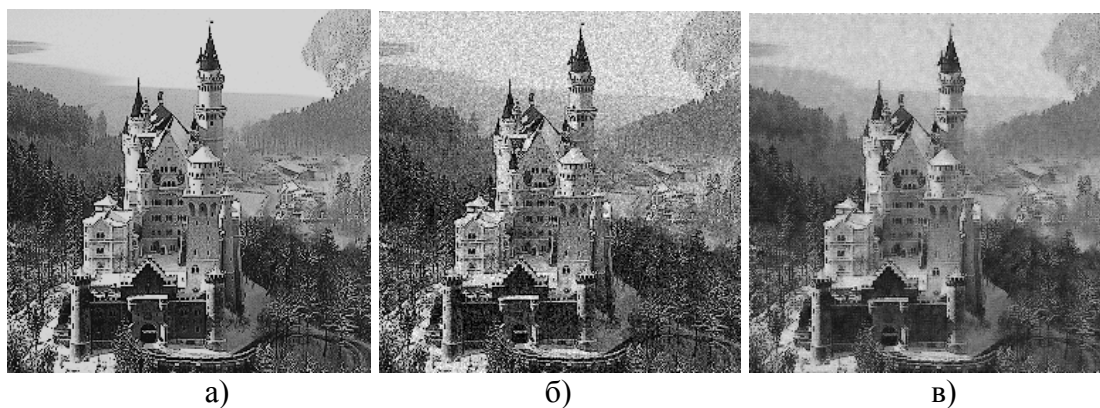


Рис. 1. Результаты фильтрации изображения:

- а) исходное изображение; б) – изображение, искаженное гауссовым шумом ( $\sigma_{\eta}=0.01$ ); в) результат адаптивной нелинейной фильтрации

Пример фильтрации зашумленного изображения приведен на рис. 1. В качестве входного использовалось изображение “Замок” (рис. 1,а), искаженное гауссовым шумом с дисперсией  $\sigma_{\eta}=0.01$  (рис. 1,б). Результат адаптивной нелинейной фильтрации вида (7) показан на рис. 1,в. Параметр адаптации формировался согласно выражениям (5) и (8). Из приведенных результатов видно, что качество изображения после нелинейной обработки отличается высокой степенью подавления шума и четкостью деталей изображения.



### Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. - М.: Техносфера, 2005. - 1072 с.
2. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления: Пер. с англ.-М.: Мир, 1999.- 548 с.
3. Сазонов В.В., Щербаков М.А. Применение сингулярного фильтра Винера-Колмогорова при восстановлении изображений. // Инновационные информационные технологии: Труды междунар. науч.-практ. конф. – М.: МИЭМ, 2012. - С.309-312.
4. Щербаков М.А., Сазонов В.В. Проектирование нелинейных фильтров с адаптацией к локальным свойствам изображения. // Проблемы автоматизации и управления в технических системах: Труды международного симпозиума.- Пенза: Пенз. гос. ун-т. – 2013. – С.185-191.

В.В. Сазонов, М.А. Щербаков

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ СЛАБОКОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

(Пензенский государственный университет)

### Введение

Одной из актуальных проблем обработки цифровых изображений является проблема анализа и коррекции слабоконтрастных изображений. Область практических приложений составляет здесь целый спектр задач, начиная от улучшения качества медицинских исследований, задач неразрушающего контроля, продолжая повышением достоверности результатов дистанционного зондирования и т.д. Основная задача заключена в том, чтобы сделать визуально неразличимые участки или детали объекта видимыми.

Изображения, полученные в неблагоприятных условиях освещенности, часто не используют весь диапазон возможных градаций яркости, что и предопределяет их низкую информативность. В этих случаях контрастность изображения, яркости элементов которого расположены в узком промежутке возможных значений, низкая. В результате соседние на изображении фрагменты имеют слишком близкую яркость, что и обуславливает их плохую различимость. К тому же цифровые изображения получаются сильно зашумленными, вследствие этого актуальной задачей является улучшение качества изображений путем повышения контраста с одновременным подавлением шумов. Естественно, что эти цели часто вступают в противоречие друг с другом: повышение контраста одновременно усиливает и шумы, а фильтрация помех наряду с шумами подавляет и полезную информацию. Более того, при сглаживании возникают ложные границы, сопоставимые по яркости с границами слабоконтрастных объектов.

Традиционные методы цифровой обработки изображений, использующие жестко детерминированные алгоритмы восстановления (методы линейного преобразования и нормализации гистограммы, выделения контура и т.п.) при