

Спиновый эффект Холла двухпорядковых векторных пучков Лагерра-Гаусса

А.А. Ковалев
Самарский национальный
исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
alanko@ipsiras.ru

В.В. Котляр
Институт систем обработки
изображений,
НИИЦ "Курчатовский институт"
Самара, Россия
kotlyar@ipsiras.ru

Аннотация — Исследован пучок, являющийся суммой двух пучков Лагерра-Гаусса (ЛГ), линейно поляризованных вдоль горизонтальной оси, а также двух пучков ЛГ другого порядка, линейно поляризованных вдоль вертикальной оси. Показано, что в начальной плоскости такой пучок имеет нулевой спиновый угловой момент (СУМ), но при распространении СУМ становится ненулевым. Распределение СУМ состоит из набора лепестков, знак которых чередуется по-разному: одна область одного знака, а две соседние области другого знака, или лепестки одного знака присутствуют парами.

Ключевые слова — спиновый эффект Холла, мода Лагерра-Гаусса, двухпорядковый векторный пучок

I. ВВЕДЕНИЕ

Спиновый эффект Холла – явление, когда пучок имеет линейную поляризацию в начальной плоскости, но при распространении в пространстве образуются области, где спиновый угловой момент (СУМ) отличен от нуля и в поперечном сечении пучка возникают области с левой и правой эллиптической поляризацией. Этот эффект исследовался в микрорезонаторах [1], метаматериалах [2], диэлектрических решетках [3], а также в свободном пространстве в условиях острой фокусировки [4]. Как показано в [5], в остром фокусе двухпорядкового цилиндрического векторного пучка также возникает спиновый эффект Холла. Можно предположить, что этот эффект возникает и в аналогичном параксиальном векторном пучке, например, в пучке, инвариантном к распространению, полученном как суперпозиция пучков Лагерра-Гаусса. В данной работе рассматривается параксиальный векторный пучок, инвариантный к распространению, т.е. его распределение интенсивности при распространении в пространстве меняется только в масштабе. Для такого пучка получена продольная составляющая вектора СУМ. Показано, что СУМ равен нулю в начальной плоскости, но в других поперечных плоскостях он не равен нулю, и потому в поперечном сечении пучка имеются области, где СУМ имеет разный знак, т.е. фотоны в этих областях имеют спины противоположных знаков, что является проявлением спинного эффекта Холла.

II. КОМПОНЕНТЫ ПОЛЯ И СПИНОВЫЙ УГЛОВОЙ МОМЕНТ ДВУХПОРЯДКОВЫХ ВЕКТОРНЫХ ПУЧКОВ ЛАГЕРРА-ГАУССА

Рассмотрим начальное векторное поле вида:

$$\mathbf{E}(r, \varphi, 0) = \begin{bmatrix} (r/w_0)^m \cos(m\varphi + \alpha) \\ (r/w_0)^n \cos(n\varphi + \beta) \end{bmatrix} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right). \quad (1)$$

При параксиальном распространении в пространстве, поле приобретает следующие комплексные амплитуды:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}) &= \frac{w_0}{w} \left(\frac{r}{w}\right)^m \exp\left[-\frac{r^2}{qw_0^2} - i(m+1)\zeta\right] \cos(m\varphi + \alpha), \\ E_y(\mathbf{r}) &= \frac{w_0}{w} \left(\frac{r}{w}\right)^n \exp\left[-\frac{r^2}{qw_0^2} - i(n+1)\zeta\right] \cos(n\varphi + \beta), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{r} = (r, \varphi, z)$, $q = 1 + iz/z_R$, w , R , и ζ – соответственно радиус пучка, кривизна волнового фронта, и фаза Гоу на расстоянии z : $w = w_0[1 + (z/z_R)^2]^{1/2}$, $R = z[1 + (z_R/z)^2]$, $\zeta = \arctg(z/z_R)$, а $z_R = kw_0^2/2$ – расстояние Рэлея.

Продольная компонента плотности СУМ может быть получена по общей формуле: $S_z = 2\text{Im}\{E_x^* E_y\}$. Для рассматриваемого поля (2), получим:

$$\begin{aligned} S_z &= 2(w_0/w)^2 (r/w)^{m+n} \exp(-2r^2/w^2) \times \\ &\times \cos(m\varphi + \alpha) \cos(n\varphi + \beta) \sin[(m-n)\zeta]. \end{aligned} \quad (3)$$

Круговая поляризация возникает в точках, где $E_y = \pm iE_x$. Для поля (2) это условие выполняется только в плоскостях $z = z_R \text{tg}[(\pi/2 + \pi p)/(m-n)]$ (p – целое число). В некоторых плоскостях, плотность СУМ, напротив, равна нулю, т.е. имеются плоскости с линейной поляризацией: $z = z_R \text{tg}[\pi p/(m-n)]$. Например, если m и n одной чётности, то имеется $|m-n|/2$ плоскостей (включая начальную плоскость $z=0$) с линейной поляризацией. Между этими плоскостями имеется $|m-n|/2$ плоскостей с максимальной плотностью СУМ.

В каждой плоскости максимальная плотность СУМ достигается на окружности радиуса

$$r_{\max S_z} = (w/2) \sqrt{m+n}. \quad (4)$$

Этот радиус находится между радиусами максимальной интенсивности компонент поля E_x и E_y :

$$r_{\max I_x} = \sqrt{m/2} w, \quad r_{\max I_y} = \sqrt{n/2} w. \quad (5)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи. При $n = 2m$, $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$ плотность СУМ пропорциональна $\cos^2(m\varphi) \sin(m\varphi)$. Поэтому её распределение имеет форму, в которой лепестки каждого знака присутствуют парами. При $n = 3m$, $\beta = 3\alpha$, плотность СУМ пропорциональна $\cos^2(m\varphi + \alpha) [4\cos^2(m\varphi + \alpha) - 3]$. У такой плотности СУМ лепестки одного знака присутствуют парами, а другого знака – по одному.

III. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

На рис. 1 показаны распределения интенсивности и плотности СУМ поля (2) при $m = 2$, $n = 3$, $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$. В этом случае, косинусы в (3) обращаются в ноль на разных углах φ и потому плотность СУМ содержит $2(m + n) = 10$ линий нулей (рис. 1б).

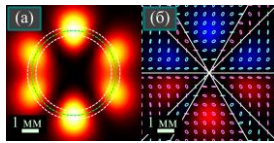


Рис. 1. Распределения интенсивности (а) и плотности СУМ (б) поля (2) на расстоянии $z = 2z_0$ при следующих параметрах расчёта: длина волны $\lambda = 0,532$ мкм, радиус перетяжки $w_0 = 1$ мм, порядки пучка $m = 2$ и $n = 3$, начальные фазы $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$. Розовыми и голубыми эллипсами (б) обозначена правая и левая эллиптическая поляризация. Белые линии (б) – линии с нулевой плотностью СУМ. Пунктирные окружности (а) – окружности максимальной плотности СУМ (зелёная) и максимальной интенсивности компонент E_x и E_y (белые), полученные по формулам (4) и (5)

Рассмотрим случай, когда нули косинусов в (3) совпадают. На рис. 2 показаны интенсивность и плотность СУМ поля (2) при $n = 2m$, $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$.

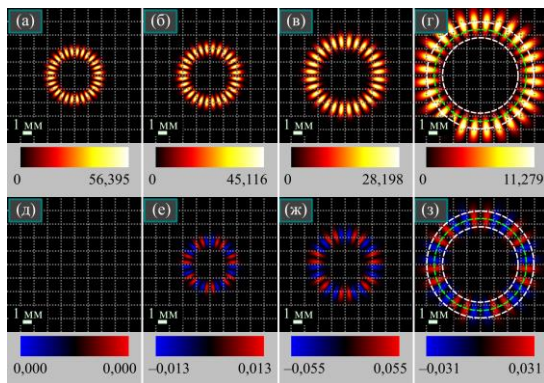


Рис. 2. Распределения интенсивности (а-г) и плотности СУМ (д-з) поля (2) в нескольких поперечных плоскостях при следующих параметрах расчёта: длина волны $\lambda = 0,532$ мкм, радиус перетяжки $w_0 = 1$ мм, порядки пучка $m = 7$ и $n = 14$, начальные фазы $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$, расстояния распространения $z = 0$ (а,д), $z = z_0/2$ (б,е), $z = z_0$ (в,ж), and $z = 2z_0$ (г,з). Пунктиром (г,з) показаны окружности с максимальной плотностью СУМ (зелёная) и с максимальной интенсивностью компонент E_x и E_y (белые), полученные по формулам (4) и (5)

Согласно рис. 2, плотность СУМ имеет лепестковую форму и лепестки одного знака присутствуют парами.

Энергии компонент E_x и E_y отличаются и потому на распределениях интенсивности заметна только одна компонента. Тем не менее, слабая компонента влияет на распределение плотности СУМ. На рис. 2г видно, что кольцо максимальной интенсивности компоненты E_x находится вне области значимой интенсивности, но компонента E_x влияет на радиус кольца с максимальной плотностью СУМ (зелёное кольцо на рис. 2г,з).

Согласно (3), нулевая плотность СУМ должны быть в плоскостях $z = 0$, $z = z_0 \operatorname{tg}(\pi/7) \approx 0,48z_0$, $z = z_0 \operatorname{tg}(2\pi/7) \approx 1,25z_0$, и $z = z_0 \operatorname{tg}(3\pi/7) \approx 4,38z_0$. Поэтому цвета лепестков на рис. 2е и 2ж ($z = z_0/2$ и $z = z_0$) одинаковы, а на рис. 2з ($z = 2z_0$) они инвертированы.

Если порядок n высок, а порядок m мал, интенсивность компоненты E_y значительно больше, чем у компоненты E_x . Поэтому, при двух близких значениях m распределения интенсивности должны выглядеть одинаковыми, а распределения СУМ – разными. На рис. 3 показаны распределения интенсивности и

плотности СУМ поля (2) в плоскости $z = 2z_0$ при $\alpha = \beta = 0$, $n = 14$, $m = 6$ (рис. 3а,б) и $m = 7$ (рис. 3в,г).

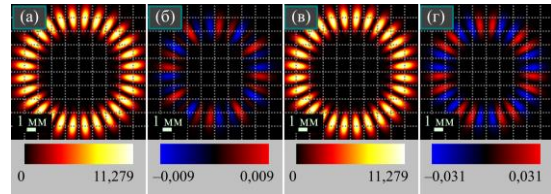


Рис. 3. Распределения интенсивности (а,в) и плотности СУМ (б,г) поля (2) при следующих параметрах расчёта: длина волны $\lambda = 0,532$ мкм, радиус перетяжки $w_0 = 1$ мм, порядки пучка $m = 6$ и $n = 14$ (а,б), $m = 7$ and $n = 14$ (в,г), начальные фазы $\alpha = 0$, $\beta = -\pi/2$, расстояние распространения $z = 2z_0$

Видно, что распределения интенсивности одинаковы, но распределения плотности СУМ качественно различны. Такие пучки можно использовать для скрытой передачи данных, если кодировать их плотностью СУМ.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что у двухпорядкового векторного пучка, инвариантного к распространению, существуют поперечные плоскости с нулевой плотностью спина. Между этими плоскостями возникает спиновый эффект Холла, т.е. поляризация в сечении пучка меняется от левой эллиптической до правой эллиптической. Распределение интенсивности в сечении пучка при распространении не меняется, тогда как поляризация меняется, потому что разные компоненты вектора напряжённости имеют разные фазы Гоу и на разных расстояниях от перетяжки разность фаз Гоу вносит разный вклад в распределение спинового углового момента. Исследуемые пучки могут быть использованы для скрытой передачи данных, если они передаются путём изменения состояния поляризации без изменения распределения интенсивности.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана Российским научным фондом (грант 22-12-00137).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kavokin, A. Optical spin Hall effect / A. Kavokin, G. Malpuech, M. Glazov // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95. – P. 136601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.136601.
- [2] Kim, M. Observation of enhanced optical spin Hall effect in a vertical hyperbolic metamaterial / M. Kim, D. Lee, T.H. Kim, Y. Yang, H.J. Park, J. Rho // ACS Photonics. – 2019. – Vol. 6. – P. 2530–2536. DOI: 10.1021/acsp Photonics.9b00904.
- [3] Kim, M. Diffraction-induced enhancement of optical spin Hall effect in a dielectric grating / M. Kim, D. Lee, B. Ko, J. Rho // APL Photonics. – 2020. – Vol. 5. – P. 066106. DOI: 10.1063/5.0009616.
- [4] Stafeev, S.S. Circular polarization near the tight focus of linearly polarized light / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, A.A. Kovalev, V.D. Zaitsev, V.V. Kotlyar // Photonics. – 2022. – Vol. 9. – P. 196. DOI: 10.3390/photonics9030196.
- [5] Kovalev, A.A. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus / A.A. Kovalev, V.V. Kotlyar // Micromachines. – 2023. – Vol. 14. – P. 494. DOI: 10.3390/mi14020494.