Проблема измерений орбитального углового момента в структурированных пучках

А.В. Воляр
Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
volyar@cfuv.ru

Е.Г. Абрамочкин
Физического института имени П.Н. Лебедева Российской академии наук
Самара, Россия
egamath@gmail.com

М.В. Брецько
Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
mihailbretcko4@gmail.com

***Аннотация* — В работе дан аналитический обзор проблемы измерения орбитального углового момента (ОУМ) и теоретически и экспериментально показано, что для определения ОУМ в структурированных пучках Лагерра-Гаусса с нарушенной симметрией достаточно измерить единственный элемент симплектической матрицы моментов интенсивности из-за эффекта переплетения ее элементов.**

Ключевые слова* — *орбитальный угловой момент, моменты интенсивности, структурированный пучок Лагерра-Гаусса

I. Введение

Широкое распространение систем и устройств современной фотоники на основе структурированных вихревых (СВ) пучков [1] в различных областях науки и техники предъявляет особые требования к измерению их волновых параметров. Одним из основных параметров СВ пучков является орбитальный угловой момент ℓ_z (ОУМ) [2]. Этот волновой параметр часто связывают с топологическим зарядом ℓ единичного пучка Лагерра-Гаусса (ЛГ). Однако в СВ пучках, содержащих множество ЛГ мод или мод Эрмита-Гаусса (ЭГ) проблема измерений существенно усложняется из-за необходимости измерения вклада каждой моды в когерентную или частично когерентную их суперпозицию. Наиболее эффективно эта проблема решается за счет использования компьютерно-синтезированных голограмм, разлагающих СВ пучок в пространственный спектр мод [3]. Но этот метод имеет один существенный недостаток, поскольку при измерениях теряется информация о начальных фазах мод. Этот недостаток восполняется методом измерения моментов интенсивности высших порядков за счет компьютерной обработки единственной картины интенсивности СВ пучка [4]. Однако и этот метод имеет ряд недостатков, главным из которых является учет базиса мод и их числа в компьютерном алгоритме. В нашем докладе мы покажем, как преодолеть все эти недостатки посредством единственного измерения перекрестного только одного элемента W_{xy} симплектической матрицы моментов интенсивности.

II. Структурированный Лагерр-Гауссов пучок

Еще в середине 90х прошлого столетия Немес и Сейгмен показали [5], что посредством измерения W_{xx}, W_{yy} и W_{xy} элементов *4x4* симплектической матрицы моментов интенсивности можно найти все остальные элементы, откуда и вычислить ОУМ любого монохроматического пучка. Оказалось, что для симметричных простых пучков можно свести процесс измерений ОУМ к измерению момента интенсивности W_{xy} в фокусе цилиндрической линзы [6], в то время как авторам статьи [7] можно распространить на несимметричные пучки, если использовать две цилиндрические линзы.

Нам удалось обойтись без любых астигматических преобразований и свести весь сложный алгоритм процесса к единственному измерений элемента W_{xy} по одной картине интенсивности структурированного ЛГ (сЛГ) пучка. СВ пучок содержит суперпозицию ЭГ мод ($HG_{2n+\ell-j,j}$) с комплексной амплитудой

$$sLG_{n,\pm\ell}\left(\mathbf{r}\middle|\varepsilon,\theta\right)=\frac{(-1)^n}{2^{2n+3\ell/2}n!}\sum_{j=0}^{2n+\ell}C_j(\varepsilon,\theta)HG_{2n+l-j,j}(\mathbf{r},z), \quad (1)$$

$$C_j=(\pm 2i)^j\left(1+\varepsilon e^{ij\theta}\right)P_j^{(n+\ell-j,n-j)}(0) \quad (2)$$

где $P_j^{(n+\ell-j,n-j)}(\cdot)$ многочлен Якоби, (n,ℓ) - радиальное число и топологический заряд исходного ЛГ пучка, ε и θ – амплитудные и фазовые управляющие параметры, так что полное число ЭГ мод равно $N=2n+\ell$. Изменение амплитудного ε-параметра разрушает кольцевые дислокации и вырожденный осевой вихрь, порождает множество единичных вихрей, взаимное положение которых регулирует фазовый θ-параметр. Так при $\varepsilon=0$ пучок становится стандартной ЛГ модой с n вырожденными кольцевыми дислокациями и с ℓ - кратно вырожденным нулем поля на оси (топологическим зарядом). При $\varepsilon\to\infty$ сЛГ пучок превращается в стандартный пучок Эрмита-Лагерра-Гаусса (ЭЛГ) [8], оси которого повернуты на $\pi/4$ относительно ЭЛГ пучка. ОУМ такого пучка удобно рассчитывать по формуле [9]

$$\ell_z=\sum\nolimits_{j=0}^{N-j}\mathrm{Im}\left(C_jC_{j+1}^*\right)(N-j)!(j+1)!/J_{00}, \quad (3)$$

а перекрестный момент интенсивности записывается как

$$W_{yy}=\sum\nolimits_{j=0}^{N}\left|C_j\right|^2(2j+1)(N-j)!\,j!/4J_{00}, \quad (4)$$

где J_{00} - полная интенсивность пучка. Мы обнаружили, что величина

$$K(\varepsilon=1)=\alpha=\arctan\left[\ell_z\left(\theta\middle|n,\ell\right)/2W_{xy}\left(\theta\middle|n,\ell\right)\right] \quad (5)$$

является инвариантом СВ пучка, не зависящим от его квантовых чисел. Из (5) получаем связь между ОУМ и перекрестным моментом интенсивности:

$$\ell_z=2\cot(\theta/2)W_{xy}. \quad (6)$$

На рис. 1*а,б* представлены кривые зависимости $\ell_z(\theta)$ и $W_{xy}(\theta)$ фазового θ-параметра. Угол прямых $\theta = \pi - 2\tan(\ell_z / 2W_{xy})$, $\theta \in (0, 2\pi)$ на рис. 1*в,г* с осью θ остается неизменным для любых чисел n и ℓ, что хорошо подтверждают результаты измерений. Полученные результаты позволяют свести сложный процесс измерения ОУМ к единственному измерению момента интенсивности по одной картине интенсивности в плоскости перетяжки сЛГ пучка без использования астигматических преобразований.

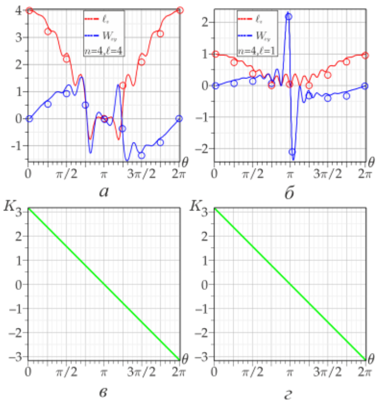

Рис. 1. Зависимость (а) ОУМ ℓ_z, (б) момента интенсивности W_{xy}, а также параметра (в,г) K от фазового параметра θ для $(n,\ell)=(4,4)$ (а,в), $(n,\ell)=(4,1)$ (б,г) и $\varepsilon=1$. Кружочки указывают на экспериментальные измерений

Но остался без ответа один вопрос об устойчивости процесса измерений относительно изменения ε-параметра. Чтобы ответить на этот вопрос, мы провели компьютерное моделирование процесса разрушения линейной зависимости $K(\theta)$ на рис.2. Даже небольшое возмущение $\varepsilon \neq 1$ приводит к разрушению кольцевых дислокаций в астигматическом ЛГ пучке на рис. 2*а*, что немедленно проявляется в резких скачках *K*-параметра в окрестности θ–π. По мере увеличения возмущения наблюдается резкое перераспределение интенсивности (см. выноски на рис. 2*а-е*), и зависимость $K(\theta)$ стремится к прямой линии

$$K(\varepsilon \to \infty) = 1/2 \arctan\left[\ell_z(\theta|n,\ell) / 2W_{xy}(\theta|n,\ell)\right] \qquad (7)$$

при $\varepsilon \to \infty$. Однако, как известно [10], в стандартных ЭЛГ пучках поперечные моменты исчезают $W_{xy}=0$, и поэтому связь между ОУМ и моментом интенсивности не проявляется. Вообще говоря, ОУМ и перекрестный момент интенсивности задаются независимыми элементами *4x4* симплектической матрицы интенсивности, но в некоторых случаях структурированных пучков с нарушенной симметрией возникает переплетение элементов матрицы интенсивности, и ОУМ легко найти посредством единственного измерения картины интенсивности сЛГ пучка.

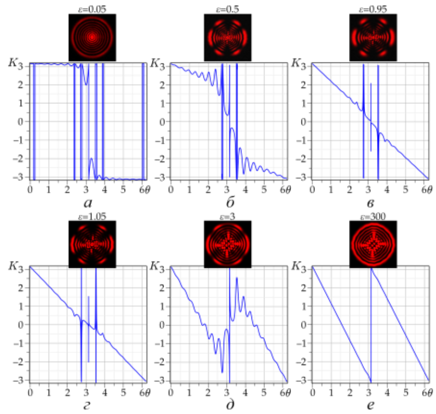

Рис. 2. Компьютерное моделирование нарушения прямой пропорции между угловым *K*-параметром и управляющим θ-фазовым параметром сЛГ пучка для *n=8 и* $\ell=1$. Вставки иллюстрируют картины интенсивности, соответствующие максимуму ОУМ

III. Заключение

Основной вывод работы заключается в том, что для определения ОУМ в сложных структурированных пучках достаточно измерить всего лишь один элемент симплектической матрицы моментов интенсивности W_{xy}. Полученный вывод имеет важное значение, поскольку он позволяет значительно упростить процедуру измерения ОУМ в структурированных пучках Лагерра-Гаусса с нарушенной симметрией и открывает новые возможности для более эффективного анализа и управления оптическими системами, использующими подобные пучки.

Литература

[1] Forbes, A. Structured light / A. Forbes, M. de Oliveira, M. Dennis // Nature Photon. – 2021. – Vol. 15. – P. 253–262.

[2] Gbur, G.J. Singular optics – New York: CRC Press, 2017. – 545 p.

[3] Khonina, S. N. Measuring the light field orbital angular momentum using DOE / S.N. Khonina, V.V. Kotlyar, V.A. Soifer, P. Paakkonen, J. Turunen // Optical Memory and Neural Networks. – 2001. – Vol. 10(4). – P. 241-255.

[4] Воляр, А.В. Формирование и анализ спектров оптических вихрей сингулярных пучков с аномалиями орбитального углового момента / А.В. Воляр, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 4. – С. 517-527. – 10.18287/2412-6179-2019-43-4-517-527.

[5] Nemes, G. Measurement of all ten second-order momentsof an astigmatic beam by the use of rotating simple astigmatic (anamorphic) optics / G. Nemes, A. E. Siegman. // J. Opt. Soc. Amer. A. – 1994. – Vol. 11(8). – P. 2257-2264.

[6] Alperin, S.N. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens / S.N. Alperin, R.D. Niederiter, J.T. Gopinath, K.E. Siements // Optics Letters. – 2016. – Vol. 41(21). – P. 5019-5022.

[7] Котляр, В.В. Методы определения орбитального углового момента лазерного пучка / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв, А.П. Порфирьев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 1. – С. 42- 53. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-1-42-53.

[8] Воляр, А.В. Может ли радиальное число вихревых мод управлять орбитальным угловым моментом? / А.В. Воляр, Е.Г. Абрамочкин, М.В. Брецько, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 6. – С. 853-863. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1169.

[9] Kotlyar V.V. Orbital angular momentum of paraxial propagation-invariant laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. A. – 2022. – Vol. 39. – P. 1061-1065.

[10] Abramochkin, E.G. Generalized Gaussian beams / E.G. Abramochkin, V.G. Volostnikov // J. Opt. A Pure Appl. Opt. – 2004. – Vol. 6. - P. S157–S161.