

Перепутывание в трехкубитной модели Тависа-Каммингса с керровской нелинейностью

А.Р. Багров

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
alexander.bagrov00@mail.ru

Е.К. Башкиров

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева
Самара, Россия
bashkirov.ek@ssau.ru

Аннотация — В работе получено решение уравнения Лиувилля для системы трех кубитов, резонансно взаимодействующих с модой теплового поля резонатора со средой Керра, для начального истинно перепутанного состояния кубитов W-типа. На его основе вычислен параметр перепутывания трех кубитов - сцепление. Результаты расчетов показали, что керровская нелинейность препятствует разрушению начального перепутанного состояния кубитов, возникающего за счет взаимодействия с тепловым шумом резонатора.

Ключевые слова — кубиты, резонатор, тепловое поле, керровская нелинейность, перепутывание.

I. ВВЕДЕНИЕ

Квантовое перепутывание в последнее время превратилось в важнейший физический ресурс в области квантовых технологий, таких как квантовые вычисления, квантовые коммуникации, плотное кодирование информации и квантовая криптография с существенными преимуществами перед их классическими аналогами. Квантовые перепутанные состояния нашли также широкое применение в таких областях, как квантовая теория поля, спинtronика магнитных явлений и полупроводников, квантовая биология и других. Для создания произвольных перепутанных состояний в квантовом компьютере должен быть реализован набор универсальных вентиляй: двухкубитный вентиль, например контролируемое отрицание (CNOT), плюс однокубитные вращения. Многочисленные ссылки на возможные физические реализации двухкубитных вентиляй представлены в работе [1]. В качестве универсальной альтернативы возможно использование трехкубитных вентиляй, например вентиляй Тоффоли или вентиляй Фредкина. В этой связи особенно важно исследовать перепутанные состояния трехкубитных систем. Для трехкубитных систем возможны сепарабельные, бисепарабельные и истинно перепутанные состояния GHZ- и W-типа. GHZ-состояния весьма неустойчивы по отношению к потере системой частиц. Напротив, W-состояния максимально устойчивы не только к потерям частиц, но и к воздействию внешнего шума. При этом именно W-состояния кубитов используются при квантовой обработке информации. В работе [2] продемонстрирована возможность генерации перепутанных GHZ- и W-состояний в системе трех связанных суперпроводящих фазовых кубитов. Трехкубитные перепутанные состояния обоих типов впоследствии были реализованы экспериментально для сверхпроводящих кубитов различных типов, а также для ионов в магнитных ловушках (см. ссылки в [3]).

Для управления состояниями кубитов используют электромагнитные поля резонаторов, при этом в

резонаторах всегда присутствуют тепловые фотоны. Температуры резонаторов меняются от нК в случае ионов в магнитных ловушках до комнатных температур в случае азото-замещенных вакансий в алмазе, что означает широкий разброс интенсивностей тепловых полей таких резонаторов. За счет взаимодействия кубитов с тепловыми полями резонаторов возможны осцилляции Раби параметра перепутывания кубитов, т.е. разрушения начальной максимальной перепутанности кубитов. Наличие осцилляций Раби и разрушение начального перепутывания могут приводить к ошибкам при считывании информации о состоянии кубитов. В нашей работе [4] мы изучили динамику перепутывания в системе трех кубитов, взаимодействующих с тепловым полем резонатора, для сепарабельных, бисепарабельных и истинно перепутанных состояний W-типа. При этом в качестве параметра перепутывания была выбрана отрицательность пар кубитов. Представляет интерес обобщить данные исследования на случай системы трех кубитов в резонаторе с нелинейной средой Керра. В настоящей работе нами исследовано влияние керровской нелинейности на динамику перепутывания трех идентичных кубитов, взаимодействующих с тепловым полем резонатора без потерь, для начального перепутанного состояния кубитов W-типа. При этом в качестве меры трехкубитного перепутывания мы выберем более универсальный параметр для описания многокубитного перепутывания – сцепление (tangle).

II. МОДЕЛЬ

Мы рассматриваем три идентичных кубита A , B и C , резонансно взаимодействующих с одномодовым полем идеального резонатора со средой Керра. Гамильтониан взаимодействия рассматриваемой системы есть

$$H = \sum_{i=1}^3 h\gamma(\sigma_i^+ b + \sigma_i^- b^\dagger) + h\chi b^\dagger b^2, \quad (1)$$

где σ_i^+ и σ_i^- – повышающий и понижающий операторы i -го кубита ($i = 1, 2, 3$), b^\dagger и b – операторы рождения и уничтожения фотонов в моде, γ – константа кубит-полевой связи и χ – керровская нелинейность. Заметим, что при оценке числовых значений констант, входящих в гамильтониан (1), необходим учет особенностей квантования поля резонатора с нелинейной средой (см., например работу [5]).

Выберем начальное состояние кубитов в виде истинно перепутанного состояния W-типа

$$|\Psi(0)\rangle_Q = \alpha |g, g, e\rangle + \beta |g, e, g\rangle + \delta |e, g, g\rangle. \quad (2)$$

где $|e\rangle_i$ возбуждённые и $|g\rangle_i$ основные состояния i -го кубита ($i = 1, 2, 3$) и $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\delta|^2 = 1$.

Начальное состояние поля выберем тепловым

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle\langle n|, \quad p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}, \quad (3)$$

где $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega/k_B T] - 1)^{-1}$ – среднее число тепловых фотонов, k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора.

III. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА ПЕРЕПУТЫВАНИЯ

Нами найдено решение квантового уравнения Лиувилля для матрицы плотности системы “3 кубита+мода поля” $\rho_{A,B,C,F}$ с гамильтонианом (1) в случае перепутанного состояния кубитов (2) и теплового поля резонатора (3). В качестве критерия перепутывания трех кубитов воспользуемся параметром сцепления (tangle), который определяется как: $\tau = \tau_A - \tau_{AB} - \tau_{AC}$, где $\tau_A = 4 \det |\rho_A|$, $\tau_{ij} = C_{ij}^2$, где C_{ij} – согласованность для i и j ($i, j = A, B, C, i \neq j$) кубитов. Для вычисления редуцированной однокубитной и двухкубитных матриц плотности ρ_A и ρ_{ij} необходимо усреднить матрицу плотности всей системы по переменным поля двух кубитов или одного кубита: $\rho_A(t) = \text{Tr}_{BC} \text{Tr}_F \rho_{A,B,C,F}(t)$ и $\rho_{AB}(t) = \text{Tr}_C \text{Tr}_F \rho_{A,B,C,F}(t)$. Для начального состояния W-типа параметр в начальный момент времени равен $\tau = 0$. Тогда значение параметра $\tau(t) > 0$ будет показывать насколько текущее состояние кубитов отличается от истинно перепутанного начального состояния кубитов.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты численных расчетов временной зависимости параметра перепутывания τ для различных значений среднего числа фотонов и керровской нелинейности представлены на рис. 1 и 2. На рис. 1 показана зависимость параметра перепутывания τ от безразмерного времени γt для модели без нелинейности и различных значений интенсивности теплового поля резонатора. Из рисунка видно, что степень отклонения состояний кубитов от начального истинно перепутанного состояния (2) быстро увеличивается с увеличением среднего числа фотонов в моде. На рис. 2 показана аналогичная зависимость для нелинейной модели с фиксированным значением среднего числа фотонов и различными значениями керровской нелинейности. Хорошо видно, что включение нелинейности препятствует разрушению начальной перепутанности кубитов.

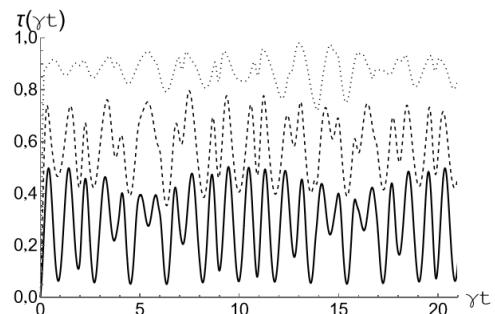


Рис. 1. Зависимость параметра перепутывания τ от безразмерного времени γt для модели без нелинейности и $\alpha = \beta = \delta = 1/\sqrt{3}$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 0.05$ (сплошная), $\bar{n} = 0.5$ (шриховая) и $\bar{n} = 2.5$ (точечная линия)

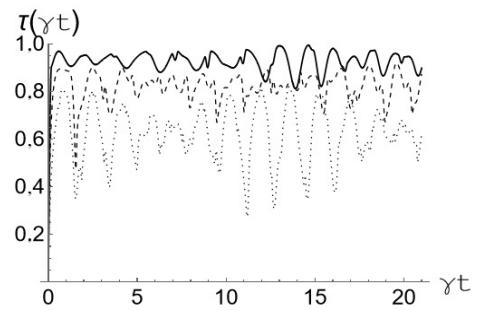


Рис. 2. Зависимость параметра перепутывания τ от безразмерного времени γt для модели с нелинейностью и $\alpha = \beta = \delta = 1/\sqrt{3}$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 4$. Безразмерная керровская нелинейность $\chi = 0$ (сплошная), $\chi = 2\gamma$ (шриховая) и $\chi = 5\gamma$ (точечная линия)

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе нами исследована динамика перепутывания системы трех идентичных кубитов, резонансно взаимодействующих с тепловым полем идеального резонатора с керровской нелинейностью. Показано, что тепловое поле разрушает начальное перепутывание кубитов. Найдено также, что керровская нелинейность препятствует деградации начального перепутывания, т.е. может рассматриваться в качестве эффективного механизма, препятствующего появлению ошибок при считывании информации о текущем состоянии кубитов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баршак, Е.В. Полностью волоконный вентиль SWAP-CNOT для оптических вихрей / Е.В. Баршак, Б.П. Лапин, Д.В. Викулин, С.С. Алиева, К.Н. Алексеев, М.А. Яворский // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 6. – С. 853-859.
- [2] Neeley, M. Generation of three-qubit entangled states using superconducting phase qubits / M. Neeley, R. C. Bialczak, M. Lenander, E. Lucero, M. Mariantoni, A. D. O'Connell, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, Y. Yin, T. Yamamoto, A. N. Cleland, J. M. Martinis // Nature. – 2010. – Vol. 467. – P. 570-573.
- [3] Cole, D.C. Dissipative preparation of states in trapped ion systems / D.C. Cole, S.D. Erickson, P.-Y. Hou, A.C. Wilson, D. Leibfried, F. Reiter // New J. Phys. – 2021. – Vol. 23. – P. 073001.
- [4] Bagrov, A.R. Sudden death of entanglement in a thermal three-qubit Tavis-Cummings model / A.R. Bagrov, E.K. Bashkirov // Proc. - 9th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology, ITNT 2023. – 2023. – P. 1-5.
- [5] Харитонов, С.И. Расчет квантовых характеристик на основе классического решения задачи дифракции в резонаторе с диэлектрической пластиной / С.И. Харитонов, Н.Л. Казанский, С.Г. Волотовский, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 5. – С. 741-751.