

Астигматические структурированные пучки Лагерра-Гаусса: орбитальный угловой момент и его преобразование

М.В. Брецько
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
mihailbretcko4@gmail.com

Д.В. Максимов
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
northerncomfort@bk.ru

С.И. Халилов
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
server.khalilov.94@mail.ru

С.Н. Лапаева
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
myhomm@gmail.com

С.И. Якубов
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
yakubiv-selim@mail.ru

А.В. Воляр
Крымский федеральный
университет им. В.И. Вернадского
Симферополь, Россия
volyar@cuvu.ru

Аннотация— В данной работе представлено исследование, посвященное астигматическим структурированным пучкам Лагерра-Гаусса (асЛГ) и их орбитальному угловому моменту (ОУМ). Получена комплексная амплитуда асЛГ пучка, которая учитывает расстояние вдоль оси z после цилиндрической линзы, а также угол наклона цилиндрической линзы. Получено выражение для ОУМ, зависящее только от модовых амплитуд Эрмита-Гаусса. Проведено компьютерное моделирование, которое хорошо согласуется с экспериментом.

Ключевые слова — структурированный свет
орбитальный угловой момент, пучки Эрмита-Гаусса

I. ВВЕДЕНИЕ

Астигматические структурированные пучки Лагерра-Гаусса (ЛГ) являются фундаментальными оптическими объектами, которые привлекают все более широкое внимание в современной физике и оптике [1]. Они представляют собой особую форму электромагнитных волн, характеризующихся уникальной пространственной структурой. Эта структура пучков обусловлена сочетанием двух ключевых элементов: структурированные пучки Лагерра-Гаусса (сЛГ), которые могут принимать различные вариации поперечного распределения интенсивности, и астигматизмом, который вводит неодинаковое растяжение вдоль разных ортогональных направлений пучка [2]. Этот особый тип оптических пучков имеет широкий спектр применений, начиная от исследований в области лазерной физики и оптической манипуляции микрочастиц до биомедицинских исследований и коммуникаций через оптоволокно или через свободное пространство [1, 2].

Однако одной из ключевых характеристик астигматических асЛГ пучков, которая придает им дополнительную важность, является их орбитальный угловой момент (ОУМ) [3,4]. Исследование ОУМ в контексте асЛГ пучков предоставляет новые возможности для более глубокого понимания и использования этих пучков в различных научных и технологических областях. В данной работе мы рассмотрим преобразование структурно-устойчивых пучков ЛГ цилиндрической линзой с углом поворота β , исследуем особенности этих пучков и преобразование их орбитального углового момента.

II. МОДЕЛЬ ПУЧКА

Структурированный пучок ЛГ можно представить в терминах мод Эрмита-Гаусса (ЭГ) [5]:

$$sLG_{n,\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta) = (-1)^n / 2^{n+\ell} n! \sum_{k=0}^{2n+\ell} (-i)^k c_k^{(n,n+\ell)} \left(\frac{\pi}{4} \right) \times \varepsilon_\kappa HG_{2n+\ell-k,k}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = (x, y)$, $c_k^{(n,m)}(\alpha)$ - коэффициенты мод [6], $\varepsilon_\kappa = (1 + \varepsilon e^{ik\theta})$ - двухпараметрическая функция возбуждения каждой моды ЭГ, $HG_{2n+\ell-k,k}(\mathbf{r})$ - комплексная амплитуда пучка ЭГ.

Допустим, что на данный пучок действует цилиндрическая линза, которая задается формулой [6]:

$$\exp\left(-\frac{ik'}{2f}[x \cos \beta - y \sin \beta]^2 - \frac{ik'}{2f}[y \cos \beta - x \sin \beta]^2\right), \quad (2)$$

где $k' = 2\pi/\lambda$ - волновое число, f - фокусное расстояние цилиндрической линзы, β - угол наклона цилиндрической линзы. В таком случае необходимо переразложить ЭГ моды в (1), перейдя к повернутым координатам $\mathbf{R}_\beta \mathbf{r}$:

$$\mathbf{R}_\beta \mathbf{r} = (x \cos \beta - y \sin \beta, y \cos \beta + x \sin \beta). \quad (3)$$

Полагая $\alpha = -\beta$, перепишем (1), переразложив моды ЭГ:

$$sLG_{n,\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta) = (-1)^n / 2^{n+\ell} n! \sum_{j=0}^{2n+\ell} (-1)^j \left\{ \sum_{k=0}^{2n+\ell} (-i)^k \times \right. \\ \left. \times c_k^{(n,n+\ell)}(\pi/4) \varepsilon_\kappa c_j^{(2n+\ell-k,k)}(-\beta) \right\} HG_{2n+\ell-j,j}(\mathbf{R}_\beta \mathbf{r}). \quad (4)$$

Для исследования пучка вдоль оси- z после цилиндрической линзы воспользуемся методом $ABCD$ матриц, представленный в работе [7]. В таком случае комплексную амплитуду (5) перепишем в следующем виде:

$$sLG_{n,\ell}(\mathbf{r}, \varepsilon, \theta) = (-1)^n / 2^{n+\ell} n! \frac{1}{\sqrt{\bar{w}_x \bar{w}_y}} \sum_{j=0}^{2n+\ell} (-1)^j \times \\ \times \left\{ \sum_{k=0}^{2n+\ell} (-i)^k c_k^{(n,n+\ell)} (\pi/4) \varepsilon_k c_j^{(2n+\ell-k,k)} (-\beta) \exp(i k \Gamma_{xy}) \right\} \times (5)$$

$$\times HG_{2n+\ell-j,j}(\mathbf{R}_\beta \mathbf{r}),$$

где $\mathbf{r} = (x/\bar{w}_x, y/\bar{w}_y)$, $\bar{w}_{x,y}$ - безразмерная перетяжка пучка вдоль оси x и y , $\Gamma_{x,y}$ - фаза Гуи, явные выражения которых представлены в [7].

III. ОРБИТАЛЬНЫЙ УГЛОВОЙ МОМЕНТ

Наиболее оптимальным методом расчета ОУМ асЛГ является полученное выражение (9) в работе [8], где для расчета ОУМ необходимо знать только амплитуды мод ЭГ. В нашем случае амплитуды мод ЭГ удобно выразить из уравнения (5) в виде:

$$C_j = (-1)^j \left\{ \sum_{k=0}^{2n+\ell} (-i)^k c_k^{(n,n+\ell)} (\pi/4) \varepsilon_k c_j^{(2n+\ell-k,k)} \times \right. \\ \left. \times (-\beta) \exp(i k \Gamma_{xy}) \right\}. \quad (6)$$

Тогда общее выражение для анализа ОУМ запишется как:

$$\ell_z(\varepsilon, \theta, \beta, z) = \frac{2 \sum_{j=0}^{2n+\ell-1} (j+1)! (2n+\ell-j)! C_i^* C_{j+1}}{\sum_{j=0}^{2n+\ell} j! (2n+\ell-j)! C_i^* C_j}. \quad (7)$$

На рис. 1 a,b показаны теоретические и экспериментальные картины интенсивности структурированных пучков ЛГ после астигматического преобразования с различными параметрами, характеризующими эволюцию их распределения интенсивности вдоль оси z .

Начальное состояние пучка перед астигматическим элементом характеризуется параметром управления θ , который задает коэффициенты каждой моде ЭГ в (1). При небольшом расстоянии от астигматического элемента $z = 0,1$ воспроизводится структурированный пучок со слегка нарушенной симметрией. Однако в плоскости двойного фокуса цилиндрической линзы $z = 2f$ происходит радикальная перестройка симметрии пучка - формируется прямоугольное распределение интенсивности. На рис. 1 b представлена кривая ОУМ в зависимости от расстояния z , как видно из рисунка максимальное значение ОУМ приходится

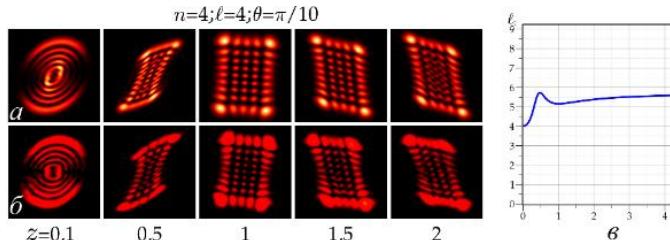


Рис. 1. Эволюция структурированного ЛГ пучка вдоль оси распространения z после цилиндрической линзы: (а) – теория, (б) – эксперимент, (в) – кривая ОУМ. $\varepsilon = 1$, $f_{cyl} = 0,5$ м

на расстояние равное фокусному расстоянию цилиндрической линзы $z = f$, а сама кривая гладко меняется с увеличением расстояния вдоль оси z .

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследовались асЛГ пучки и их ОУМ. Получена комплексная амплитуда асЛГ, которая позволяет учитывать расстояние вдоль оси z после цилиндрической линзы, а также угол наклона цилиндрической линзы. Получено выражение для ОУМ, которое зависит только лишь от модовых амплитуд ЭГ. Проведено компьютерное моделирование, которое хорошо согласуется с экспериментом, построена кривая орбитального углового момента, показано, что максимум ОУМ приходится на расстояние z равное фокусному расстоянию цилиндрической линзы, что соответствует максимальному искажению формы пучка. Эта работа расширяет позволит расширить наши знания о свойствах света и его воздействии на окружающее пространство.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Rubinsztein-Dunlop, H. Roadmap on structured light / H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. Berry, M. Dennis et all // J. Opt. – 2017. – Vol. 19. – 013001. DOI 10.1088/2040-8978/19/1/013001.
- [2] Forbes, A. Structured light / A. Forbes, M. Oliveira, M.R. Dennis // Nat. Photon. – 2021. – Vol. 15. – P. 253-262. DOI: 10.1038/s41566-021-00780-4.
- [3] Gibson, G. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum / G. Graham, J. Courtial, M.J. Padgett, M. Vasnetsov, Vol. Pas'ko, S.M. Barnett, S. Franke-Arnold // Opt. Express. – 2004. – Vol. 12. – P. 5448-5456. DOI: 10.1364/OPEX.12.005448.
- [4] Shen, Y. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities / Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, C. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, X. Yuan // Light Sci. Appl. – 2019. – Vol. 8. – P. 1-29. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
- [5] Воляр, А.В. Может ли радиальное число вихревых мод управлять орбитальным угловым моментом? / А.В. Воляр, Е.Г. Абрамочкин, М.В. Брецко, Я.Е. Акимова, Ю.А. Егоров // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 6. – С. 853-863. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1169.
- [6] Абрамочкин, Е.Г. Современная оптика гауссовых пучков / Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников. –М.: Физматлит, 2010. – 184 с.
- [7] Volyar, A. Structurally Stable Astigmatic Vortex Beams with Super-High Orbital Angular Momentum (ABCD Matrix Approach) / A. Volyar, M. Bretsko, S. Khalilov, Y. Akimova // Photonics. – 2023. – Vol. 10. – 1048. DOI: 10.3390/photonics10091048.
- [8] Котляр, В.В. Орбитальный угловой момент структурно-устойчивых лазерных пучков / В.В. Котляр, А.А. Ковалёв // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 4. – С. 517-521. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1108.