

Спиновый угловой момент в остром фокусе цилиндрического векторного пучка с оптическим вихрем

В.В. Котляр^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, А.М. Телегин^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Рассмотрена острая фокусировка светового поля с двойной (фазовой и поляризационной) сингулярностью. С помощью метода Ричардса–Вольфа получено точное аналитическое выражение для продольной проекции вектора спинового углового момента в фокусе. Из этого выражения следует, что в фокусе формируются $4(n-1)$ субволновые области, n – порядок цилиндрического векторного пучка, центры которых лежат на окружности определенного радиуса с центром на оптической оси. Причем в соседних областях знак спинового углового момента разный. Это означает, что в соседних областях в фокусе свет имеет левую и правую эллиптические поляризации (спиновый эффект Холла). В центре фокуса вблизи оптической оси имеет место правая эллиптическая поляризация ($m > 0$) или левая эллиптическая поляризация, если $m < 0$, m – топологический заряд оптического вихря. Полный продольный спин, то есть усредненная по сечению пучка продольная компонента спинового углового момента равна нулю и сохраняется при фокусировке. Из-за наличия в пучке оптического вихря с топологическим зарядом m , вблизи фокуса поперечный поток энергии вращается по спирали (в самом фокусе по окружности). Направление вращения вблизи оптической оси при $m > 0$ против часовой стрелки, а при $m < 0$ – по часовой стрелке.

Ключевые слова: спиновый угловой момент, острая фокусировка, цилиндрический векторный пучок, оптический вихрь.

Цитирование: Котляр, В.В. Спиновый угловой момент в остром фокусе цилиндрического векторного пучка с оптическим вихрем / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.М. Телегин // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 6. – С. 875-883. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1347.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Telegin AM. Spin angular momentum at the sharp focus of a cylindrical vector vortex beam. Computer Optics 2023; 47(6): 875-883. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1347.

Введение

Начиная с работы Пойнтинга [1], в которой свету с круговой поляризацией приписывается угловой момент (УМ), ученые активно исследуют спиновый угловой момент (СУМ) света [2], в том числе в остром фокусе. В [3] обсуждается, как измерять параметры Стокса для световых полей в разных поляризационных состояниях на сфере Пуанкаре высокого порядка. В [4] определялся СУМ с помощью измерения момента вращения в волноводном интегральном фотонном устройстве. В [5] изучается СУМ для мод планарных и цилиндрических волноводов. Так как выражения для амплитуд мод в таких волноводах известны, то через них можно выразить все проекции СУМ вектора. В [6, 7] измеряли распределение плотности спина (СУМ) с помощью флуоресцентной наносферы. В [8, 9] приводится теория спин-орбитального преобразования, в том числе в остром фокусе. В [10] изучается поперечная плотность спина и показано наличие «оптических колес» в пучке. В [11] показали экспериментально, что вектор спина может описывать в трехмерном пространстве ленту

Мебиуса. В [12] изучается поперечная плотность спина в фокусе пучков Пуанкаре. В [13] изучается спиральность (helicity) света, связанная с состоянием поляризации. Спиральность достигает максимального значения для света с круговой поляризацией. В [14, 15] изучается СУМ в фокусе световых полей с гибридной поляризацией. В [16] изучался СУМ в остром фокусе вихревого цилиндрического пучка первого порядка. Изучение свойств спина в остром фокусе актуально потому, что вектор СУМ пропорционален угловому моменту поглощающей микрочастицы, захваченной в фокусе пучка, который заставляет ее вращаться вокруг своего центра масс [17, 18].

В данной работе мы рассматриваем СУМ для вихревого цилиндрического пучка произвольного целого порядка. На основе теории Ричардса–Вольфа мы получили точное выражение для плотности продольной составляющей вектора СУМ в фокусе такого светового поля, из которого следует, что в фокусе имеет место $4(n-1)$ локальных субволновых областей, в которых продольная проекция СУМ меняет знак. Полная продольная составляющая вектора СУМ, то есть усредненная по всему сечению пучка, сохраняется при фокусировке и рав-

на нулю. Наличие в фокусе разделенных в пространстве областей со спином разного знака демонстрирует наличие спинового эффекта Холла в фокусе.

1. Составляющие электрического и магнитного поля в фокусе для света с фазовой и поляризационной сингулярностями

В работе [19] была рассмотрена острая фокусировка цилиндрических векторных пучков с оптическим вихрем. У таких пучков имеются и фазовая сингулярность, и поляризационная сингулярность. Изменяя величину фазовой сингулярности (изменяя топологический заряд) и одновременно изменяя индекс поляризационной сингулярности (индекс Пуанкаре–Хопфа), можно управлять всеми характеристиками лазерного пучка в остром фокусе. То есть можно управлять интенсивностью, потоком энергии, спиновым и орбитальным угловыми моментами. В этой работе для удобства читателей мы кратко повторим некоторые формулы из работы [19], но основное внимание мы сосредоточим на исследовании плотности спина в фокусе и полного спина. В работе [19] спиновый угловой момент (СУМ) в фокусе таких пучков не изучался. Если в исходном фокусируемом пучке поляризация линейна в каждой точке, то продольная компонента СУМ в каждой точке равна нулю. Однако в условиях острой фокусировки компоненты напряженности электрического поля претерпевают значительные изменения, в частности, возникает отличная от нуля плотность СУМ, так как при фокусировке меняется разность фаз между компонентами. Также может наблюдаться расщепление исходной линейной поляризации на отдельные области, в которых превалирует левая или правая круговая поляризация. Мы покажем, что полная (усредненная по сечению пучка) продольная компонента СУМ для цилиндрического векторного пучка любого целого порядка с оптическим вихрем также любого целого порядка сохраняется при распространении пучка и равна нулю. Поэтому в фокусе формируется четное число локальных областей с продольной компонентой СУМ разного знака. В этих областях с разным спином вектор эллиптической поляризации вращается по часовой и против часовой стрелки, демонстрируя наличие спинового эффекта Холла.

Вектор Джонса в начальной плоскости для цилиндрического векторного пучка с оптическим вихрем имеет вид:

$$E_{m,n}(\theta, \varphi) = A(\theta) \exp(im\varphi) \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{i^{m+n-1}}{2} e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} + e^{-2i\varphi} I_{2,m+n-2}) + \frac{i^{m-n-1}}{2} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} + e^{2i\varphi} I_{2,m-n+2}), \\ E_y &= \frac{i^{m+n}}{2} e^{i(m+n)\varphi} (-I_{0,m+n} + e^{-2i\varphi} I_{2,m+n-2}) + \frac{i^{m-n}}{2} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} - e^{2i\varphi} I_{2,m-n+2}), \\ E_z &= i^{m+n} e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} - i^{m-n} e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где угол θ – полярный угол, или угол между оптической осью и линией, соединяющей центр фокуса с точкой на сферическом волновом фронте в начальной плоскости, а угол φ – это азимутальный угол в сечении пучка, m – это целое число и топологический заряд оптического вихря, а n – это тоже целое число, равное индексу поляризационной сингулярности Пуанкаре–Хопфа (индекс V-точки) или порядок цилиндрического векторного пучка.

Отметим, что поле (1) можно представить как суперпозицию двух оптических вихрей с разными топологическими зарядами и разным направлением вращения поляризации:

$$e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e^{i(m+n)\varphi} |L\rangle + \frac{1}{2} e^{i(m-n)\varphi} |R\rangle,$$

где

$$|L\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}; |R\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}.$$

Сумма двух вихрей с разными топологическими зарядами даже в парааксиальном случае не является структурно устойчивой. Распределение интенсивности в сечении такого пучка при распространении будет меняться, и тем более оно изменится в фокусе (остром фокусе).

Для расчета поведения оптических вихрей в остром фокусе могут применяться различные подходы. Например, в работе [20] анализируется структура вихревого пучка с циркулярной поляризацией в остром фокусе методом мнимого источника. В работе [21] предложена лучевая модель для описания распределения электрического поля и вычисляемых на его основе спиновых и орбитальных угловых моментов в фокусе широкоапертурной системы (также рассматривалась фокусировка оптических вихрей с круговой поляризацией). Недостатком предложенного метода является то, что он позволяет только качественно характеризовать распределение вычисляемых величин без учета функции аподизации линзы, непосредственно осуществляющей фокусировку. Фокусировка полей с одновременно фазовой и поляризационной сингулярностями в работах [20–21] не рассматривалась. Нами в данной работе был применен формализм Ричардса–Вольфа [22]. Ранее в [19] были найдены выражения для компонент векторов напряженности электрического и магнитного полей в фокусе для начального поля (1). Для удобства читателей и дальнейшего использования этих выражений мы повторим их здесь:

$$\begin{aligned}
 H_x &= \frac{i^{m+n}}{2} e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} + e^{-2i\varphi} I_{2,m+n-2}) - \frac{i^{m-n}}{2} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} + e^{2i\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 H_y &= \frac{i^{m+n-1}}{2} e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} - e^{-2i\varphi} I_{2,m+n-2}) + \frac{i^{m-n-1}}{2} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} - e^{2i\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 H_z &= i^{m+n+1} e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} + i^{m-n+1} e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1},
 \end{aligned}
 \tag{2 продолжение}$$

где функции $I_{\nu,\mu} = I_{\nu,\mu}(r)$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 I_{\nu,\mu} &= 2kf \int_0^\alpha \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) \times \\
 &\times A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(kr \sin \theta) d\theta,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число монохроматического света с длиной волны λ , f – фокусное расстояние идеальной сферической линзы, α – максимальный угол наклона лучей к оптической оси, определяющий числовую апертуру апланатической линзы $NA = \sin \alpha$, $J_\mu(\xi)$ – функция Бесселя первого рода μ -го порядка, $A(\theta)$ – действительная функция, определяющая радиально-симметричную начальную амплитуду поля, $\xi = kr \sin \theta$. Первый индекс в (3) показывает тип функции $\nu = 0, 1, 2$, а второй индекс показывает номер функции Бесселя $\mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

2. Распределение интенсивности вектора Пойнтинга и продольной проекции спинового углового момента

С помощью выражений (2) можно найти распределение интенсивности в фокусе пучка (1):

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2} (I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 + I_{2,m+n-2}^2 + I_{2,m-n+2}^2) + \\
 &+ I_{1,m+n-1}^2 + I_{1,m-n+1}^2 + (-1)^{n+1} \cos(2(n-1)\varphi) \times \\
 &\times (I_{0,m+n} I_{2,m-n+2} + I_{0,m-n} I_{2,m+n-2} - 2I_{1,m+n-1} I_{1,m-n+1}).
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Под интенсивностью в (4) понимается величина $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$. Из (4) видно, что картина интенсивности не обладает круговой симметрией, но она симметрична относительно центра декартовых координат в фокусе, так как при замене величины угла φ на $\varphi + \pi$ интенсивность не изменится.

Также с помощью проекций векторов электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей (2) можно найти проекции вектора Пойнтинга $\mathbf{P} = c/(2\pi) \operatorname{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H})$ в фокусе поля (1) (постоянную $c/(2\pi)$, c – скорость света, в дальнейшем опустим):

$$\begin{aligned}
 P_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\
 P_y &= Q(r) \cos \varphi, \\
 P_z &= \frac{1}{2} (I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 - I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2), \\
 Q(r) &= I_{1,m+n-1} (I_{0,m+n} + I_{2,m+n-2}) + I_{1,m-n+1} (I_{0,m-n} + I_{2,m-n+2}).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Из (5) видно, что продольный поток энергии обладает круговой симметрией и может быть как больше нуля ($P_z > 0$), так и меньше нуля ($P_z < 0$). Поперечный

поток энергии в плоскости фокуса вращается против часовой стрелки, если $Q(r) > 0$, и по часовой стрелке, если $Q(r) < 0$. Вблизи оптической оси все величины в $Q(r)$ положительные, и поэтому поперечная энергия вращается против часовой стрелки ($m > 0$). Можно показать, что в (5) при замене $m > 0$ на $m < 0$ выражение $Q(r)$ меняет знак.

Заметим, что если топологический заряд равен нулю ($m = 0$), то есть в пучке нет вихря, то поперечный поток не будет вращаться:

$$Q_{m=0}(r) = I_{1,n-1} (I_{0,n} + I_{2,n-2}) - I_{1,n-1} (I_{0,n} + I_{2,n-2}) = 0. \tag{6}$$

Найдем далее с помощью (2) продольную проекцию вектора СУМ [23]:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{8\pi\omega} \operatorname{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \tag{7}$$

где ω — угловая частота света. Постоянную $1/(8\pi\omega)$ будем опускать. Выражение для плотности продольной компоненты СУМ в фокусе имеет вид:

$$\begin{aligned}
 S_z &= \frac{1}{2} [I_{0,m-n}^2 - I_{0,m+n}^2 + I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2 + \\
 &+ 2(-1)^n \cos(2(n-1)\varphi) \times \\
 &\times (I_{0,m-n} I_{2,m+n-2} - I_{0,m+n} I_{2,m-n+2})].
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Из (8) видно, что картина распределения продольной компоненты СУМ так же, как интенсивность (4), имеет осевую симметрию, то есть симметрична относительно центра фокуса. Это следует из того, что при замене в (8) φ на $\varphi + \pi$ значение СУМ не изменится. При $m = 0$ (нет вихря) СУМ (8) равен нулю в каждой точке фокуса. Этого и следовало ожидать, так как при $m = 0$ цилиндрическое векторное поле (1) в каждой точке сечения имеет линейную поляризацию [24]. Также из (8) видно, что при $n = 1$ (радиальная начальная поляризация) косинус равен 1 и картина СУМ становится радиально симметричной:

$$S_z(n=1) = \frac{1}{2} [(I_{0,m-1} - I_{2,m-1})^2 - (I_{0,m+1} - I_{2,m+1})^2]. \tag{9}$$

Из-за того, что между слагаемыми в круглых скобках есть знак минус, СУМ в (9) может менять знак при определенном радиусе r в фокусе. Это означает, что в фокусе имеет место радиальный спиновый эффект Холла, когда на разных радиусах от оптической оси векторы эллиптической поляризации вращаются в разные стороны (имеют спин разного знака). Эффект Холла для поля с радиальной поляризацией изучался в [25].

Для других номеров n косинус в (8) будет зависеть от значения азимутального угла. Например, при $n = 0$ (линейная поляризация), вместо (8), получим:

$$S_z(n=0) = \frac{1}{2} [I_{2,m-2}^2 - I_{2,m+2}^2 + 2 \cos(2\varphi)(I_{0,m}I_{2,m-2} - I_{0,m}I_{2,m+2})]. \quad (10)$$

Выражение (10) совпадает с аналогичным выражением, полученным в [24] для оптического вихря с линейной поляризацией. В этом случае в фокусе на определенном расстоянии от оптической оси формируются четыре субволновые области, центры которых лежат на декартовых осях, в двух из которых вектор эллиптической поляризации вращается по часовой стрелке, а в двух других вектор эллиптической поляризации вращается против часовой стрелки. То есть в фокусе формируется спиновый эффект Холла. При $n > 1$ таких областей в фокусе, в половине из которых спин положительный, а в другой половине спин отрицательный, будет $4(n-1)$. Интересно, что при $m = n$ на оптической оси в фокусе СУМ (8) будет положительный, $S_{z,m=n}(r=0) = I_{0,0}^2 / 2 > 0$, а при $m = -n$ на оптической оси в фокусе СУМ будет отрицательный, $S_{z,m=-n}(r=0) = -I_{0,0}^2 / 2 < 0$. Аналогично, если $m = 2-n$, в центре плоскости фокуса СУМ будет положительный, но меньше по величине, $S_{z,m=2-n}(r=0) = I_{2,0}^2 / 2 > 0$. А если $m = n-2$, то СУМ в центре фокуса будет отрицательный $S_{z,m=n-2}(r=0) = -I_{2,0}^2 / 2 < 0$. То есть изменяя топологический заряд $m \neq 0$, можно управлять величиной и направлением вращения поглощающей микрочастицы вокруг оптической оси, захваченной в центр фокуса. При $m = 0$ СУМ (8) равен нулю и вращения захваченной частицы не будет. Заметим, что в начальной плоскости продольная компонента СУМ равна нулю.

3. Усредненные по сечению пучка продольные проекции вектора Пойнтинга и спинового углового момента

Покажем далее, что полная продольная компонента СУМ будет равна нулю в фокусе. Из формулы (1) видно, что плотность СУМ и полный продольный СУМ в начальной плоскости равны нулю. Далее мы покажем, что в фокусе плотность продольного СУМ отлична от нуля, а полный СУМ равен нулю. Полный СУМ в фокусе равен нулю, потому что он был равен нулю в начальной плоскости и сохраняется при прохождении сферической линзы, так как нет эффекта спин-орбитального преобразования. Плотность СУМ в фокусе будет отлична от нуля, потому что, как видно из (2), в остром фокусе возникают дополнительные оптические вихри с разными топологическими зарядами, которые меняют разность фаз между отдельными компонентами поля.

В [26] было показано, что энергия каждой вихревой гармоники в поле (2) определяется величиной

$$W_{v,\mu} = 2\pi \int_0^\infty |I_{v\mu}(r)|^2 r dr = 4\pi \int_0^\alpha \sin^{2\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{5-2\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) |A(\theta)|^2 d\theta = W_v. \quad (11)$$

Используя (11), найдем усредненное по всей плоскости фокуса значение СУМ (8), получим:

$$\hat{S}_z = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S_z r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (I_{0,m-n}^2 - I_{0,m+n}^2 + I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2) + 2(-1)^n \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\varphi \cos(2(n-1)\varphi) \times (I_{0,m-n}I_{2,m+n-2} - I_{0,m+n}I_{2,m-n+2}) = \frac{1}{2} (W_0 - W_0 + W_2 - W_2) = 0. \quad (12)$$

Результат (12) получен потому, что интегралы от первых двух слагаемых равны друг другу на основании (11). Также интегралы от третьего и четвертого слагаемых равны друг другу. А последний интеграл равен нулю из-за того, что интегрирование функции косинуса по углу φ по полному периоду дает ноль. Получается, что полная продольная проекция СУМ равна нулю в начальной плоскости и в фокусе, то есть сохраняется при фокусировке, и поэтому в фокусе формируется четное число локальных областей, $4(n-1)$ со спином разного знака.

Аналогично (12), можно найти полную энергию пучка в фокусе. Для этого усредним по сечению пучка распределение интенсивности (4). Получим:

$$W = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 + I_{2,m+n-2}^2 + I_{2,m-n+2}^2) r dr d\varphi + \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (I_{1,m+n-1}^2 + I_{1,m-n+1}^2) r dr d\varphi + (-1)^{n+1} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \cos(2(n-1)\varphi) (I_{0,m+n}I_{2,m-n+2} + I_{0,m-n}I_{2,m+n-2} - 2I_{1,m+n-1}I_{1,m-n+1}) r dr d\varphi = \frac{1}{2} (W_0 + W_0 + W_2 + W_2) + (W_1 + W_1) = W_0 + W_2 + 2W_1. \quad (13)$$

В (13) первые два интеграла получаются на основе применения (11), а последний интеграл равен нулю, так как функция косинуса интегрируется по углу по полному периоду. Интересно, что если усреднить продольную составляющую вектора потока энергии (5), то окажется, что не вся энергия пучка пересекает плоскость фокуса в прямом направлении оси z . Действительно, с учетом (5), (11) и аналогично (13) получим:

$$\begin{aligned} \hat{P}_z &= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} P_z r dr d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} r dr d\varphi (I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 - \\ &- I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n-2}^2) = \\ &= \frac{1}{2} (W_0 + W_0 - W_2 - W_2) = \\ &= W_0 - W_2 = W - 2W_2 - 2W_1. \end{aligned} \tag{14}$$

Из (14) видно, что поток энергии через плоскость фокуса меньше, чем полная энергия пучка. Это связано с тем, что часть энергии распространяется вдоль плоскости фокуса, не пересекая ее. Эта часть энергии переносится продольной составляющей поля в фокусе $I_z = |E_z|^2$. Еще часть энергии распространяется в обратном направлении. Это так называемый обратный поток энергии [27].

На основе выражения для поперечного потока энергии в фокусе (5) можно найти плотность углового момента в фокусе для поля (1). Запишем поперечные проекции потока энергии (5) в полярных координатах, получим:

$$\begin{aligned} P_r &= 0, \\ P_\varphi &= Q(r). \end{aligned} \tag{15}$$

Тогда продольная составляющая вектора углового момента (УМ) [28]

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} \tag{16}$$

будет равна выражению:

$$\begin{aligned} J_z = rQ(r) &= r [I_{1,m+n-1} (I_{0,m+n} + I_{2,m+n-2}) + \\ &+ I_{1,m-n+1} (I_{0,m-n} + I_{2,m-n-2})]. \end{aligned} \tag{17}$$

Из (17) видно, что продольная компонента УМ равна нулю на оптической оси из-за того, что «плечо» равно нулю. Вблизи оптической оси АМ положительная, то есть диэлектрическая микрочастица, захваченная в такой пучок в фокусе, будет вращаться по окружности небольшого радиуса против часовой стрелки.

4. Моделирование

С помощью формул Ричардса–Вольфа исследовалась острая фокусировка оптических вихрей с радиальной поляризацией высокого порядка (1). Рассматривалась фокусировка апланатическим объективом с числовой апертурой $NA = 0,95$. Фокусировался свет с длиной волны 633 нм. Функция $A(\theta)$ выбиралась равной единице. На рис. 1а показано распределение интенсивности в фокусе для пучка (1) при $n = m = 1$. А на рис. 1б показано распределение продольной компоненты вектора СУМ. Из (4) и (8) при $n = 1$ видно, что распределение интенсивности в фокусе и продольная СУМ имеют радиальную симметрию, то есть не зависят от азимутального угла φ . Кроме того, в центре фокуса на оптической оси и интенсивность, и СУМ имеют максимальное положительное значе-

ние. То есть несмотря на то, что в начальной плоскости у поля (1) в каждой точке поляризация линейная, в фокусе в центре поляризация правая эллиптическая (вектор поляризации вращается против часовой стрелки). На окружности некоторого радиуса (темная область на рис. 1б) спин меняет знак, и вектор поляризации вращается в противоположенную сторону (по часовой стрелке). То есть рис. 1б демонстрирует наличие радиального спинового эффекта Холла в фокусе поля (1).

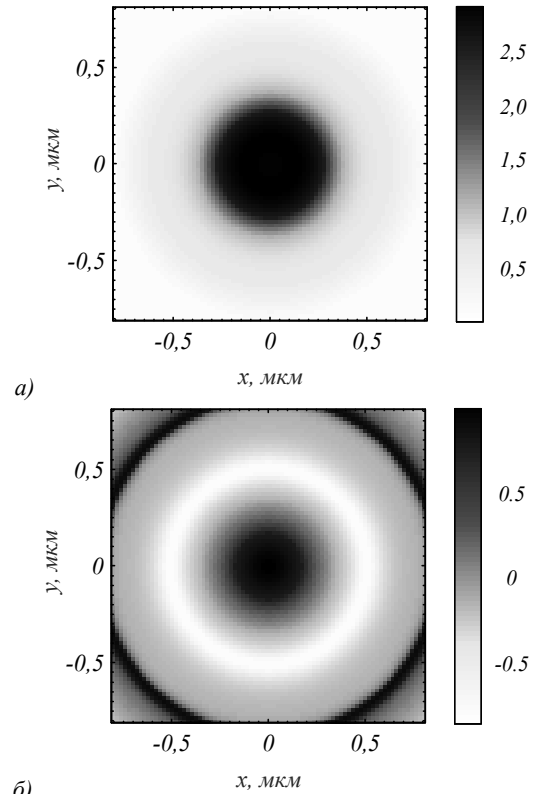


Рис. 1. Распределение интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ (а) и продольной компоненты СУМ S_z (б). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = 1, n = 1$

На рис. 2 показаны три проекции вектора Пойнтинга. Видно, что осевая проекция потока энергии имеет радиально симметричный вид и максимум на оптической оси (рис. 2в), а поперечные проекции показывают вращение потока энергии в фокусе вокруг оптической оси против часовой стрелки (рис. 2а, б), как и предсказывает теория (5).

На рис. 3 показаны интенсивность (а) и продольная проекция СУМ (б) в фокусе поля (1) при $n = 2, m = 1$. Видно, что интенсивность уже не имеет форму круглого пятна, как на рис. 1а, а имеет вид вертикальной «гантели» (рис. 3а), а продольная проекция СУМ также уже не имеет круговой симметрии, хотя 4 локальные области, в которых СУМ меняет знак, еще не просматриваются на рис. 3б.

На рис. 4 показаны все проекции вектора Пойнтинга в фокусе поля (1) для случая $m = 1, n = 2$. Видно, что поперечный поток вращается вокруг оптической

оси уже по двум кольцам (рис. 4а, б). По малому кольцу по часовой стрелке, а по большому кольцу против часовой стрелки. Такое вращение энергии в фокусе в разные стороны является проявлением радиального орбитального эффекта Холла. Осевая проекция потока энергии имеет вид кольца (рис. 4в). На рис. 5 показана интенсивность (а) и продольная проекция СУМ (б) в фокусе поля (1) для случая $n = m = 2$. Из рис. 5а видно, что несмотря на наличие топологического заряда в начальном поле ($m = 2$), фокусное пятно круглое и имеет максимум интенсивности на оптической оси. Это прямо следует из уравнения (4), так как при $m = n$ интенсивность на оптической оси равна $I(r = 0) = I_{0,0}^2 / 2 > 0$. То есть фазовая и поляризационные сингулярности компенсируют

друг друга, и в фокусе на оптической оси нет сингулярной точки. Из рис. 5б видно, что в фокусе имеют место 4 локальные области, в которых проекция СУМ имеет разные знаки: два светлых вертикальных отрезка, разделенных расстоянием по горизонтальной оси (СУМ меньше нуля), и два темных горизонтальных отрезка, разделенных вертикальным расстоянием (СУМ больше нуля). Вблизи оптической оси по площади большей, чем круглое фокусное пятно, имеется область с правой эллиптической поляризацией (темное пятно в центре на рис. 5б). Это прямо следует из выражения (8) при $m = n$. Заметим, что в начальной плоскости свет в каждой точке имел линейную поляризацию. Этот эффект является наглядным проявлением орбитально-спиновой конверсии в фокусе.

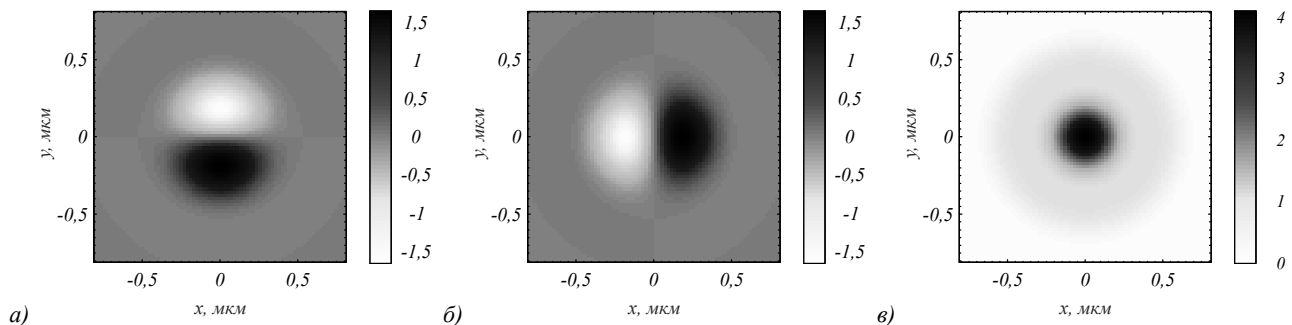


Рис. 2. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга: P_x (а) и P_y (б) и продольной компоненты вектора Пойнтинга P_z (в). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = 1, n = 1$

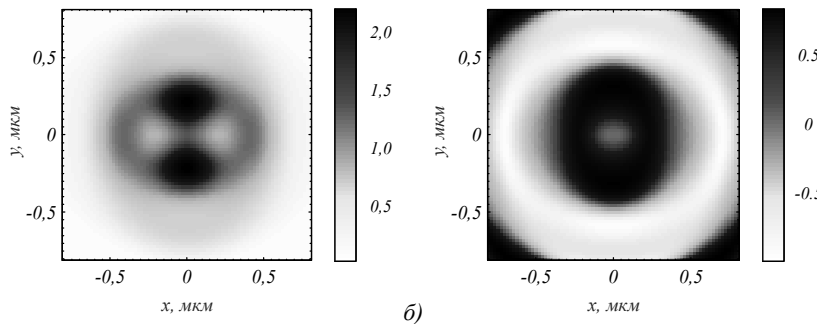


Рис. 3. Распределение интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ (а) и продольной компоненты СУМ (б). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = 1, n = 2$

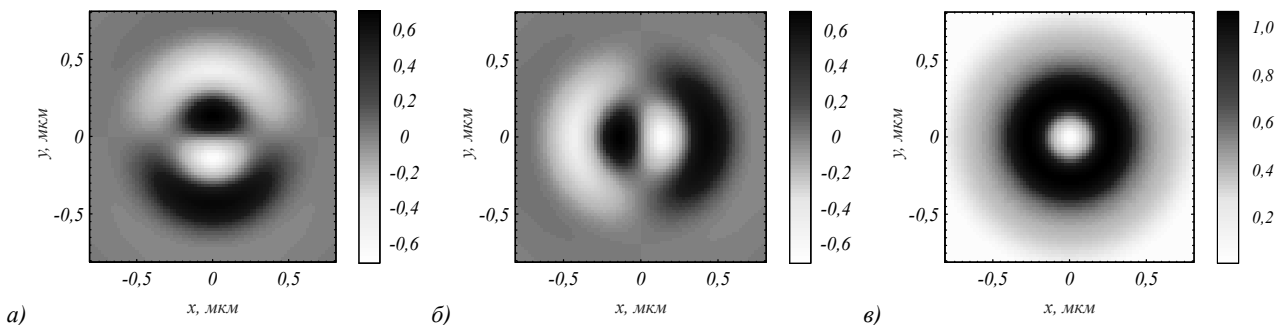


Рис. 4. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга: P_x (а) и P_y (б) и продольной компоненты вектора Пойнтинга P_z (в). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = 1, n = 2$

На рис. 6 показаны проекции вектора Пойнтинга в фокусе поля (1) для случая $n = m = 2$. Видно, что, как и в случае $n = m = 1$ (рис. 2а, б), поперечный поток энергии вращается вокруг оптической оси против часовой

стрелки (рис. 6а, б). Интересно, что если изменить знак топологического заряда вихря ($m = -2$), то в центре фокуса поменяется направление вращения эллиптической поляризации. На рис. 7б в центре фокуса будет левая

эллиптическая поляризация (светлое эллиптическое пятно на рис. 7б). Этот эффект прямо следует из уравнения (8) при $n = -m$. Таким образом, изменяя

знак поляризационной сингулярности поля (1), можно управлять направлением вращения вектора эллиптической поляризации в фокусе вблизи оптической оси.

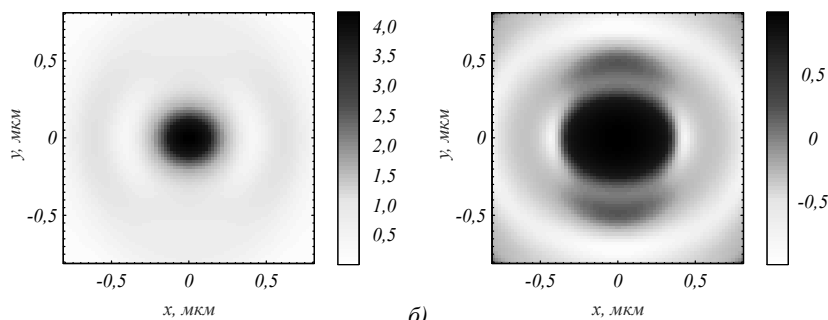


Рис. 5. Распределение интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ (а) и продольной компоненты СУМ (б). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $n = 2, m = 2$

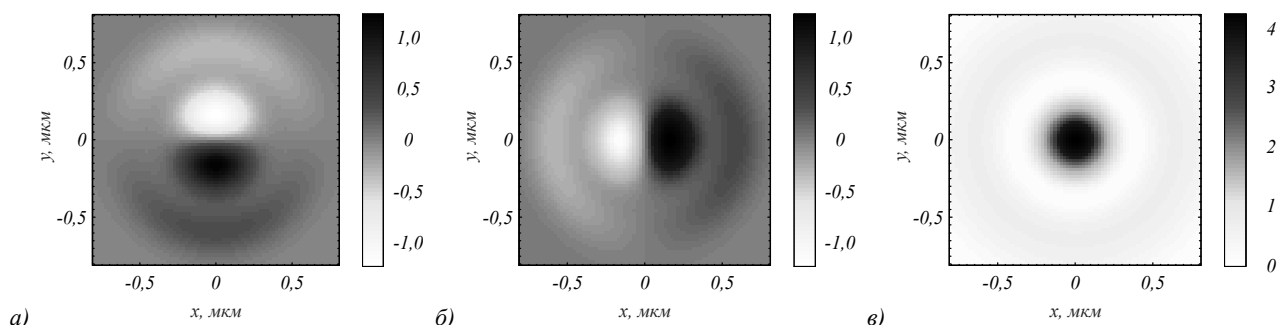


Рис. 6. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга: P_x (а) и P_y (б) и продольной компоненты вектора Пойнтинга P_z (в)

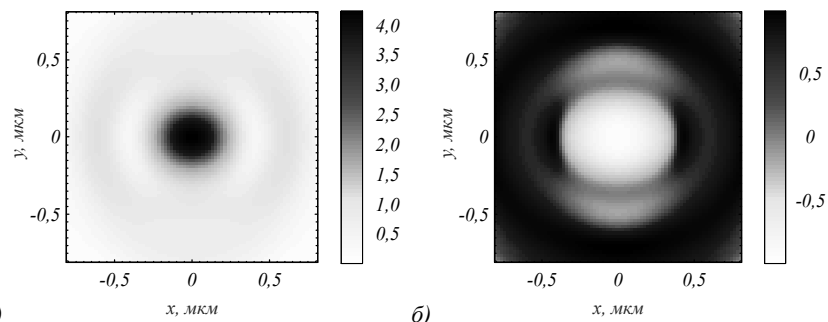


Рис. 7. Распределение интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ (а) и продольной компоненты СУМ (б). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = -2, n = 2$

На рис. 8 показаны проекции вектора Пойнтинга в фокусе поля (1) при $n = 2, m = -2$. Из рис. 8а, б видно, что поперечный поток энергии в фокусе вращается по часовой стрелке, в отличие от рис. 6а, б, на котором поперечный поток энергии вращается против

часовой стрелки. Таким образом, меняя знак топологического заряда вихревого поля (1), можно одновременно менять и направление спина в центре фокуса (рис. 5б и рис. 7б), и направление вращения потока энергии (рис. 6а, б и рис. 8а, б).

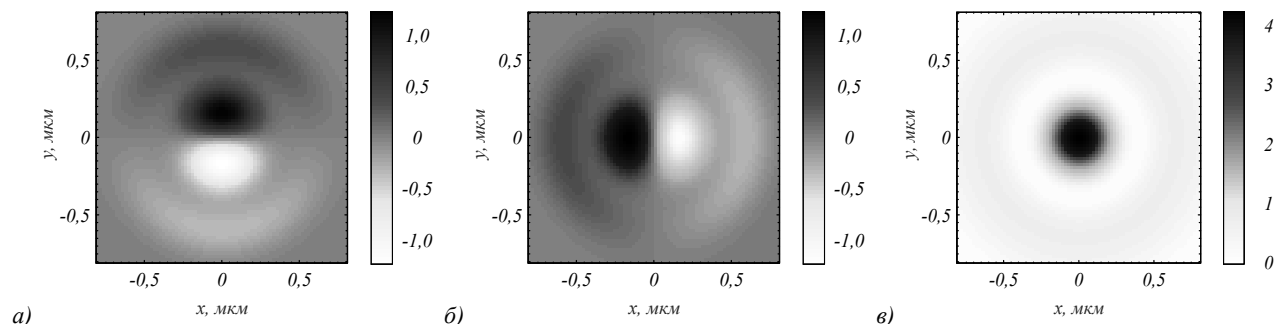


Рис. 8. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга: P_x (а) и P_y (б) и продольной компоненты вектора Пойнтинга P_z (в). Порядок фазовой и поляризационной сингулярности: $m = -2, n = 2$

На рис. 9 показаны распределения продольной компоненты СУМ для $n=m$: 3 (а), 4 (б). Видно, что по окружности радиуса, почти вписанного в квадрат рамки, областей с красным и черным цветом $4(n-1)=4(3-1)=8$ (рис. 9а). А на рис. 9б на окружности примерно такого же радиуса областей со светлым и черным цветом $4(n-1)=4(4-1)=12$. То есть на этих окружностях количество субволновых областей с положительным и отрицательным знаком равно 8 (рис. 9а) и 12 (рис. 9б). В этих областях разделены в пространстве фотоны с разным спином. Заметим, однако, что на окружности, где происходит чередование знака СУМ, интенсивность мала, то есть проявление эффекта Холла в данном случае слабо выражено.

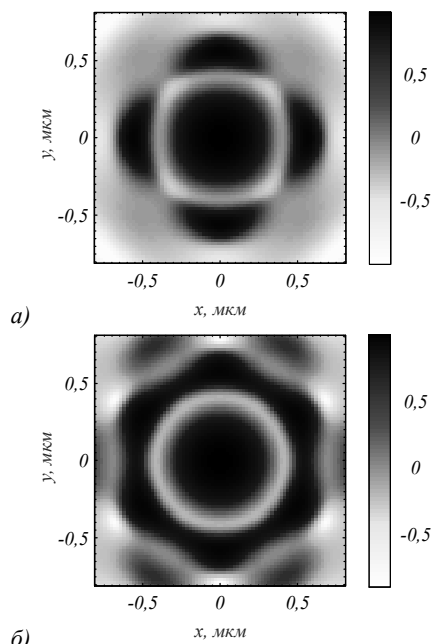


Рис. 9. Распределение продольной компоненты СУМ при $m = n = 3$ (а) и $m = n = 4$ (б)

Заключение

В данной работе получены следующие результаты. С помощью формализма Ричардса–Вольфа получено аналитическое выражение (8) для продольной проекции спинового углового момента в фокусе светового пучка с двойной сингулярностью. У такого пучка в начальной плоскости (1) имеется целый топологический заряд m и цилиндрическая поляризация порядка n . То есть в начальном поле в каждой точке поляризация линейная. Но из-за орбитально-спиновой конверсии в фокусе такого пучка вблизи оптической оси формируется круговая область, в которой вектор эллиптической поляризации вращается против часовой стрелки, если $m > 0$ (рис. 5б), или по часовой стрелке, если $m < 0$ (рис. 7б). При $m = n$ в фокусе формируются $4(n-1)$ субволновых областей, в которых продольная проекция спинового углового момента поочередно меняет знак (рис. 5б). Этот эффект является разновидностью спинового эф-

фекта Холла в фокусе. Кроме того, в фокусе поперечный поток энергии вращается вокруг оптической оси, при $m > 0$ против часовой стрелки (рис. 2а, б и рис. 6а, б), а при $m < 0$ – по часовой стрелке (рис. 8а, б). Интересно, что при $n = 2$ и $m = 1$ поперечный поток энергии в фокусе вращается по двум кольцам с центром на оптической оси: по малому кольцу по часовой стрелке, а по большому кольцу – против часовой стрелки (рис. 4а, б). Этот эффект является разновидностью радиального орбитального эффекта Холла в фокусе. Исследуемый эффект можно использовать в оптических сенсорах для определения знака топологического заряда оптического вихря без использования громоздкой интерференционной схемы, а с помощью простой камеры Стокса, определяющей знак третьего параметра Стокса: если в центре фокусного пятна будет наблюдаться левая эллиптическая поляризация, то на входе у оптического вихря знак топологического заряда был отрицательным, если в центре фокуса правая эллиптическая поляризация, то топологический заряд положительный.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00236 (в части теории) и в рамках Государственного задания ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (в части моделирования).

References

- [1] Poynting JH. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. Proc R Soc London 1909; 82(557): 560-567.
- [2] Cameron RP, Barnett SM, Yao AM. Optical helicity, optical spin and related quantities in electromagnetic theory. New J Phys 2012; 14(5): 053050.
- [3] Milione G, Sztul HI, Nolan DA, Alfano RR. Higher-order Poincaré sphere, Stokes parameters, and the angular momentum of light. Phys Rev Lett 2011; 107(5): 053601.
- [4] He L, Li H, Li M. Optomechanical measurement of photon spin angular momentum and optical torque in integrated photonic devices. Sci Adv 2016; 2(9): e1600485.
- [5] Abujetas DR, Sánchez-Gil JA. Spin angular momentum of guided light induced by transverse confinement and intrinsic helicity. ACS Photonics 2020; 7(2): 534-545.
- [6] Neugebauer M, Bauer T, Aiello A, Banzer P. Measuring the transverse spin density of light. Phys Rev Lett 2015; 114(6): 063901.
- [7] Bokor N, Iketaki Y, Watanabe T, Fujii M. Investigation of polarization effects for high-numerical-aperture first-order Laguerre-Gaussian beams by 2D scanning with a single fluorescent microbead. Opt Express 2005; 13(26): 10440-10447.
- [8] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodríguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. Opt Express 2011; 19(27): 26132-26149.
- [9] Bliokh KY, Rodríguez-Fortuño FJ, Nori F, Zayats A V. Spin-orbit interactions of light. Nat Photonics 2015; 9(12): 796-808.

- [10] Aiello A, Banzer P, Neugebauer M, Leuchs G. From transverse angular momentum to photonic wheels. *Nat Photonics* 2015; 9(12): 789-795.
- [11] Bauer T, Neugebauer M, Leuchs G, Banzer P. Optical polarization Möbius strips and points of purely transverse spin density. *Phys Rev Lett* 2016; 117(1): 013601.
- [12] Zhu W, Shvedov V, She W, Krolikowski W. Transverse spin angular momentum of tightly focused full Poincaré beams. *Opt Express* 2015; 23(26): 34029.
- [13] Bliokh KY, Bekshaev AY, Nori F. Dual electromagnetism: helicity, spin, momentum and angular momentum. *New J Phys* 2013; 15(3): 033026.
- [14] Chen R, Chew K, Dai C, Zhou G. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in the near field of a highly nonparaxial optical field with hybrid states of polarization. *Phys Rev A* 2017; 96(5): 053862.
- [15] Hu K, Chen Z, Pu J. Tight focusing properties of hybridly polarized vector beams. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(6): 1099-1104.
- [16] Meng P, Man Z, Konijnenberg AP, Urbach HP. Angular momentum properties of hybrid cylindrical vector vortex beams in tightly focused optical systems. *Opt Express* 2019; 27(24): 35336-35348.
- [17] Li M, Yan S, Yao B, Liang Y, Zhang P. Spinning and orbiting motion of particles in vortex beams with circular or radial polarizations. *Opt Express* 2016; 24(18): 20604.
- [18] Li M, Yan S, Liang Y, Zhang P, Yao B. Spinning of particles in optical double-vortex beams. *J Opt* 2018; 20(2): 025401.
- [19] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
- [20] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices. *Opt Spectrosc* 2001; 90(1): 93-100.
- [21] Bekshaev AY. A simple analytical model of the angular momentum transformation in strongly focused light beams. *Cent Eur J Phys* 2010; 8(6): 947-960.
- [22] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A Math Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379.
- [23] Barnett SM, Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams. *Opt Commun* 1994; 110(5-6): 670-678.
- [24] Kotlyar VV, Kovalev AA, Kozlova ES, Telegin AM. Hall effect at the focus of an optical vortex with linear polarization. *Micromachines* 2023; 14(4): 788. DOI: 10.3390/mi14040788.
- [25] Han L, Liu S, Li P, Zhang Y, Cheng H, Zhao J. Catalytic effect of orbital angular momentum on the conversion of transverse to three-dimensional spin states within tightly focused radially polarized beams. *Phys Rev A* 2018; 97(5): 053802.
- [26] Kovalev AA, Kotlyar VV. Spin Hall effect of double-index cylindrical vector beams in a tight focus. *Micromachines* 2023; 14(2): 494.
- [27] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: Reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- [28] Humblet J. Sur le moment d'impulsion d'une onde électromagnétique. *Physica* 1943; 10(7): 585-603.

Сведения об авторах

Сведения об авторе **Котляр Виктор Викторович** – см. стр. 874 этого номера.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Телегин Алексей Михайлович, в 2009 году окончил СГАУ с дипломом по специальности «Радиотехника», в 2012 году защитил диссертацию, к.ф.-м.н., доцент кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского университета, с.н.с. Института космического приборостроения Самарского университета. Область научных интересов: космическое приборостроение, сенсоры. E-mail: tallex85@mail.ru

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 18 мая 2023 г. Окончательный вариант – 15 июня 2023 г.

Spin angular momentum at the sharp focus of a cylindrical vector vortex beam

V.V. Kotlyar^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, A.M. Telegin^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

Sharp focusing of a light field with double (phase and polarization) singularity is studied. Using the Richards-Wolf method, an exact analytical expression for the longitudinal projection of the spin angular momentum (SAM) vector at the focus is obtained. The expression derived suggests that $4(n-1)$ subwavelength regions are formed at the focus, where n is the cylindrical vector beam order, with their centers located on a certain circle centered on the optical axis. Notably, the SAM projections are found to have the opposite sign in the neighboring regions. This means that in the neighboring focal regions, the light has alternating left or right elliptical polarization (manifestation of a spin Hall effect). At the center of the focal spot near the optical axis, the field is right-handed elliptically polarized at $m > 0$, or left-handed elliptically polarized at $m < 0$, where m is the vortex charge. The total longitudinal spin, i.e., the longitudinal SAM component averaged over the beam-cross section, is zero and preserved upon focusing. Due to the beam containing an optical vortex with charge m , the transverse energy flow rotates on a spiral path near the focal plane, rotating on a circle in the focal plane. The rotation direction near the optical axis is counterclockwise for $m > 0$, and clockwise for $m < 0$.

Keywords: spin angular momentum, tight focusing, cylindrical vector beam, optical vortex.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Telegin AM. Spin angular momentum at the sharp focus of a cylindrical vector vortex beam. *Computer Optics* 2023; 47(6): 875-883. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1347.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Russian Science Foundation under grant No. 23-12-00236 (Section “Theoretical background”) and the RF Ministry of Science and Higher Education within the government project of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Section “Numerical Simulation”).

Authors' information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@ipsiras.ru

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Aleksey Mikhailovich Telegin, in 2009 graduated from Samara State Aerospace University with a degree in "Radio Engineering", in 2012 he defended his thesis, Ph.D., associate professor of the Designing and Technology of Electronic Systems and Devices department, Samara University, senior researcher of the Institute of Space Device Engineering, Samara University. Research interests: space instrumentation, sensors. E-mail: talex85@mail.ru

Received May 18, 2023. The final version – June 15, 2023.
