

## Преобразование линейной поляризации в круговую при острой фокусировке оптического вихря

А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>, С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В статье показано, что при острой фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом 2 и линейной поляризацией в плоскости фокуса вблизи оптической оси не только формируется обратный поток энергии (осевая проекция вектора Пойнтинга отрицательная), но и возникает правая круговая поляризация. Причем из-за спин-орбитальной конверсии вектор поляризации на оптической оси вращается в ту же сторону (против часовой стрелки), в которую вращается вокруг оптической оси поперечный поток энергии. Если поместить в фокус поглощающую сферическую микрочастицу с центром на оптической оси, то она должна вращаться вокруг оси и вокруг своего центра масс против часовой стрелки. Моделирование подтверждает теоретические предсказания.

**Ключевые слова:** преобразование поляризации, момент силы, оптический пинцет, тензор напряжений Максвелла.

**Цитирование:** Налимов, А.Г. Преобразование линейной поляризации в круговую при острой фокусировке оптического вихря / А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 1. – С. 13-18. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-778.

**Citation:** Nalimov AG, Stafeev SS. Linear to circular polarization conversion in the sharp focus of an optical vortex. Computer Optics 2021; 45(1): 13-18. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-778.

### Введение

Известно, что при острой фокусировке света с круговой поляризацией из-за спин-орбитальной конверсии вблизи фокуса формируется орбитальный поток энергии [1–7]. Начальный пучок не имеет орбитального углового момента (ОУМ), а имеет только осевую проекцию вектора спинового углового момента из-за наличия круговой поляризации. Но в сильном фокусе из-за появления продольной составляющей вектора напряженности электрического поля формируется поперечный поток энергии, приводящий к ненулевой продольной проекции ОУМ. В работах [8–12] изучалось поведение спинового углового момента (СУМ) и орбитального углового момента в остром фокусе вихревых пучков. С другой стороны, известны работы по обратному потоку в остром фокусе оптических вихрей [13–16] и в некоторых лазерных пучках, таких как, например, векторные Х-волны [17], непараксиальные пучки Эйри [18], пучки Вебера [19], векторные пучки Бесселя [20] и дробные вихревые пучки Бесселя [21].

В данной работе мы получили с помощью теории Ричардса–Вольфа аналитические выражения для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии) и вектора СУМ для случая острой фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом 2 и линейной поляризацией. У такого пучка на входе нет составляющих вектора СУМ. Но вблизи фокуса у вектора СУМ все составляющие отличны от нуля. Это объясняется об-

ратным эффектом по отношению к эффекту спин-орбитальной конверсии. То есть в данном случае из-за орбитально-спиновой конверсии начальный вихревой пучок с линейной поляризацией формирует в фокусе пучок с круговой поляризацией. Но у вихревого пучка с топологическим зарядом  $m=2$  имеется особенность. Такой вихревой пучок формирует на оптической оси в фокусе обратный поток энергии (продольная проекция вектора Пойнтинга отрицательная). И при этом на оптической оси имеется ненулевая интенсивность. При любом другом  $m>2$ , кроме  $m=1$  и  $m=2$ , на оптической оси будет нулевая интенсивность и нулевой поток энергии.

Заметим, что для спин-орбитального взаимодействия (связи) нужна среда, и поэтому везде в данной работе используется спин-орбитальная конверсия (преобразование). Из-за схождения лучей в фокус появляется продольная проекция вектора напряженности электрического поля, которая вместе с поперечными составляющими формируют поперечный поток энергии (начальный поток энергии имел только продольную составляющую), который, в свою очередь, формирует продольную составляющую вектора ОУМ. Две поперечные проекции вектора напряженности электрического поля в фокусе имеют относительную задержку по фазе на  $\pi/2$  и формируют круговую поляризацию, которая, в свою очередь, формирует продольную компоненту вектора СУМ.

### Поток энергии и СУМ в фокусе

В [6] получены выражения для проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей вблизи острого фокуса для оптического вихря с любым целым топологическим зарядом  $m$  и начальной линейной поляризацией. При этом обратный поток энергии вблизи оптической оси в фокусе формируется при любом  $m \geq 2$ . Но только при  $m=2$  максимальное значение обратного потока формируется на оптической оси. Поэтому рассмотрим фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом  $m=2$  с линейной поляризацией. С помощью теории Ричардса-Вольфа [14] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы. Для нашего начального светового поля

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{i2\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = A(\theta)e^{i2\varphi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – вектора напряженности электрического и магнитного поля, в плоскости фокуса проекции вектора напряженности электрического поля будут иметь вид [22]:

$$\begin{aligned} E_x &= ie^{2i\varphi} \left( I_{0,2} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_y &= -e^{2i\varphi} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_z &= 2e^{2i\varphi} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} I_{1,3} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} I_{1,1} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – длина волны света,  $f$  – фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_{\mu}(x)$  – функция Бесселя первого рода и  $NA = \sin \theta_0$  – числовая апертура. Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде Гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp \left( \frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0} \right). \quad (4)$$

Найдем проекции вектора спинового углового момента (СУМ)

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Im} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}], \quad (5)$$

где  $\text{Im}$  – мнимая часть числа,  $\mathbf{E}^*$  – комплексное сопряжение вектора напряженности поля. Подставляя

(2) в (5), найдем выражения для проекций вектора СУМ в плоскости фокуса ( $z=0$ ) для оптического вихря ( $m=2$ ) с начальной линейной поляризацией (1):

$$\begin{aligned} S_x &= (I_{1,1} I_{2,0} - I_{1,3} I_{2,4}) \sin \varphi + (I_{1,1} I_{2,4} - I_{1,3} I_{2,0}) \sin 3\varphi, \\ S_y &= -(I_{1,1} I_{2,0} - I_{1,3} I_{2,4}) \cos \varphi - \\ &\quad -(I_{1,1} I_{2,4} - I_{1,3} I_{2,0}) \cos 3\varphi - \\ &\quad -\sqrt{2} I_{2,0} (I_{1,1} - I_{1,3}) \cos \varphi, \\ S_z &= \frac{1}{2} (I_{2,0} - I_{2,4}) \times (I_{2,0} + I_{2,4} + \sqrt{2} I_{0,2} \cos 2\varphi). \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) видно, что на оптической оси ( $r=0$ ) продольная проекция СУМ будет отлична от нуля и положительная:

$$S_z (r=z=0) = \frac{1}{2} I_{2,0}^2. \quad (7)$$

Это означает, что в фокусе вблизи оптической оси имеет место правая круговая поляризация. Из последнего уравнения в (6) также видно, что в плоскости фокуса поляризация будет неоднородная. Например, на радиусах, для которых выполняется равенство  $I_{2,0} = I_{2,4}$ , поляризация будет линейная, так как  $S_z = 0$ . А в тех областях фокальной плоскости, где  $S_z < 0$ , будет левая круговая поляризация. Вдоль лучей, выходящих из центра в плоскости фокуса под углами  $\varphi: \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4$  и  $7\pi/4$ , поляризация будет чередоваться: при  $I_{2,0}^2 > I_{2,4}^2$  – правая круговая, при  $I_{2,0}^2 = I_{2,4}^2$  – линейная и при  $I_{2,0}^2 < I_{2,4}^2$  – левая круговая. Из первых двух уравнений (6) видно, что при  $\varphi = \pi n, n = 1, 2, \dots$   $S_x = 0$ , а при  $\varphi = \pi/2 + \pi n, n = 1, 2, \dots$   $S_y = 0$ . Это означает, что в продольных плоскостях  $yz$  и  $xz$  вблизи фокуса также имеет место круговая (или эллиптическая) поляризация.

Приведем далее выражения для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии)

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]$$

в плоскости фокуса для случая фокусировки оптического вихря ( $m=2$ ) с линейной начальной поляризацией:

$$\begin{aligned} P_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\ P_y &= Q(r) \cos \varphi, \\ P_z &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \\ Q(r) &= \frac{1}{2} [I_{1,3} (I_{0,2} + I_{2,4}) + I_{1,1} (I_{0,2} + I_{2,0})]. \end{aligned} \quad (8)$$

Из сравнения (6) и (8) видно, что распределение вектора СУМ по плоскости фокуса не обладает радиальной симметрией из-за начальной линейной поляризации света, а распределение продольной проекции потока энергии в плоскости фокуса обладает круговой симметрией. Заметим, что распределение интен-

сивности в плоскости фокуса также, как и СУМ, не обладает радиальной симметрией:

$$\begin{aligned} I &= |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = \\ &= I_{2,0}^2 + I_{0,2}^2 + I_{2,4}^2 + 2I_{1,1}^2 + 2I_{1,3}^2 - \\ &- 2I_{1,1}I_{1,3} \cos \varphi + \sqrt{2}I_{0,2}(I_{2,0} + I_{2,4}) \cos 2\varphi \end{aligned} \quad (9)$$

и на оптической оси интенсивность отлична от нуля ( $I(r=0) = I_{2,0}^2$ ). Из (8) следует, что на оптической оси поток энергии равен по величине продольной проекции СУМ (7), но имеет противоположенный знак:

$$P_z(r=z=0) = -S_z(r=z=0) = -\frac{1}{2}I_{2,0}^2. \quad (10)$$

То есть поток энергии на оптической оси в фокусе отрицательный (направлен против распространения начального пучка света). Также из (8) следует, что поперечный поток энергии вращается вокруг оптической оси против часовой стрелки:

$$P_r = 0, \quad P_\varphi = Q(r). \quad (11)$$

На самой оптической оси поперечный поток энергии равен нулю ( $P_\varphi(r=0) = Q(0) = 0$ ). Получается, что в плоскости фокуса вблизи центра (вблизи оптической оси) и поперечный поток энергии, и вектор поляризации вращаются против часовой стрелки. Но отличие в том, что поперечный поток энергии (11) на самой оси равен нулю, а продольная составляющая СУМ (7) на оси имеет максимальное положительное значение. Если поместить в фокус поглощающий микрошарик с центром на оптической оси, то продольная проекция СУМ должна вращать этот шарик вокруг оптической оси против часовой стрелки [22].

Далее покажем, что если поменять знак у топологического заряда оптического вихря ( $m=-2$ ) с линейной поляризацией, то обратный поток на оптической оси в фокусе сохранится, а продольная компонента СУМ станет отрицательной. Действительно, проекции вектора напряженности электрического поля в фокусе для начального оптического вихря ( $m=-2$ ) с линейной поляризацией вместо (2) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} E_x &= ie^{-2i\varphi} \left( I_{0,2} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_y &= -e^{-2i\varphi} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_z &= 2e^{-2i\varphi} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} I_{1,3} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} I_{1,1} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Используя (12), можно найти продольные компоненты вектора Пойнтинга и вектора СУМ:

$$P_z = \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \quad (13)$$

$$S_z = -\frac{1}{2}(I_{2,0} - I_{2,4}) \left( I_{2,0} + I_{2,4} + \sqrt{2}I_{0,2} \cos 2\varphi \right).$$

Из сравнения (6), (8) и (12) следует, что при смене знака топологического заряда оптического вихря продольная компонента вектора потока энергии не изменилась, а продольная компонента СУМ только поменяла свой знак. Это означает, что на оптической оси поток энергии обратный, а осевая проекция СУМ отрицательна (левая круговая поляризация):

$$P_z(r=z=0) = S_z(r=z=0) = -\frac{1}{2}I_{2,0}^2. \quad (14)$$

Таким образом, оптический вихрь с линейной поляризацией в остром фокусе на оптической оси из-за эффекта орбитально-спиновой конверсии формирует обратный поток энергии и правую ( $m=2$ ) или левую ( $m=-2$ ) круговую поляризацию. При этом вектор поляризации на оптической оси вращается в ту же сторону, что и поперечный поток энергии: против часовой ( $m=2$ ) стрелки и по часовой ( $m=-2$ ) стрелке.

Описанные выше рассуждения можно кратко подытожить следующим образом. В начальной плоскости имеется оптический вихрь с линейной поляризацией. У такого пучка есть только продольная компонента ОУМ (так как в начальной плоскости у вектора электрического поля только поперечные проекции (1)), а все проекции вектора СУМ равны нулю. Известно, что вектор углового момента равен сумме векторов ОУМ и СУМ и сохраняется при распространении пучка в свободном пространстве [4, 5, 10]. Поэтому в фокусе из-за того, что появились отличные от нуля все проекции вектора СУМ, должны появиться и все проекции у вектора ОУМ.

### Моделирование

Моделирование было проведено при следующих условиях: длина волны  $\lambda = 633$  нм, падающее поле ограничено апертурой диаметром 8 мкм. Поле представляет собой плоскую волну с единичной амплитудой, линейной поляризацией и фазовым вихрем  $m=2$  (рис. 1), умноженное на сферическую волну, сходящуюся на расстоянии  $f = 1,31$  мкм (числовая апертура  $NA = 0,95$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

При таком начальном поле в фокусной плоскости наблюдается распределение интенсивности, изображенное на рис. 2. Моделирование проводилось методом FDTD с помощью программного пакета FullWave. Сетка отсчетов была взята  $\lambda/30$  по всем трем осям, само начальное поле содержало  $601 \times 601$  отсчетов. Нечетное число отсчетов взято для симметрии поля относительно центра координат.

Из рис. 2 видно, что в фокусе волны с линейной поляризацией наблюдается область размером 0,3 мкм

вдоль оси  $X$  и 0,27 мкм вдоль оси  $Y$ , в которой проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось отрицательна.

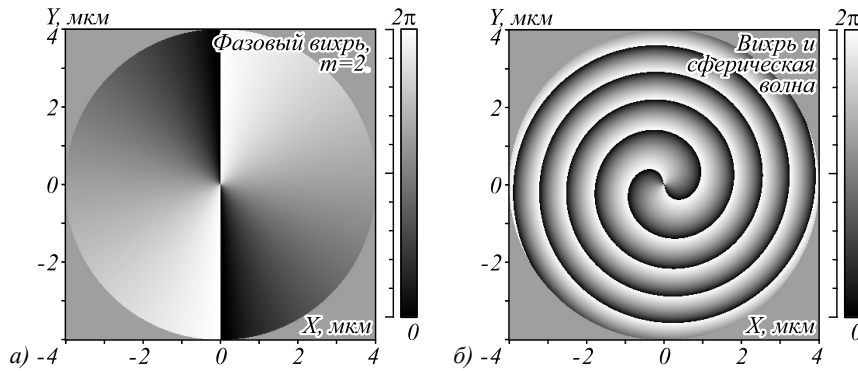


Рис. 1. Фазовый вихрь  $m = 2$  в падающем поле (а) и итоговая фаза начального поля со сферической волной (б)

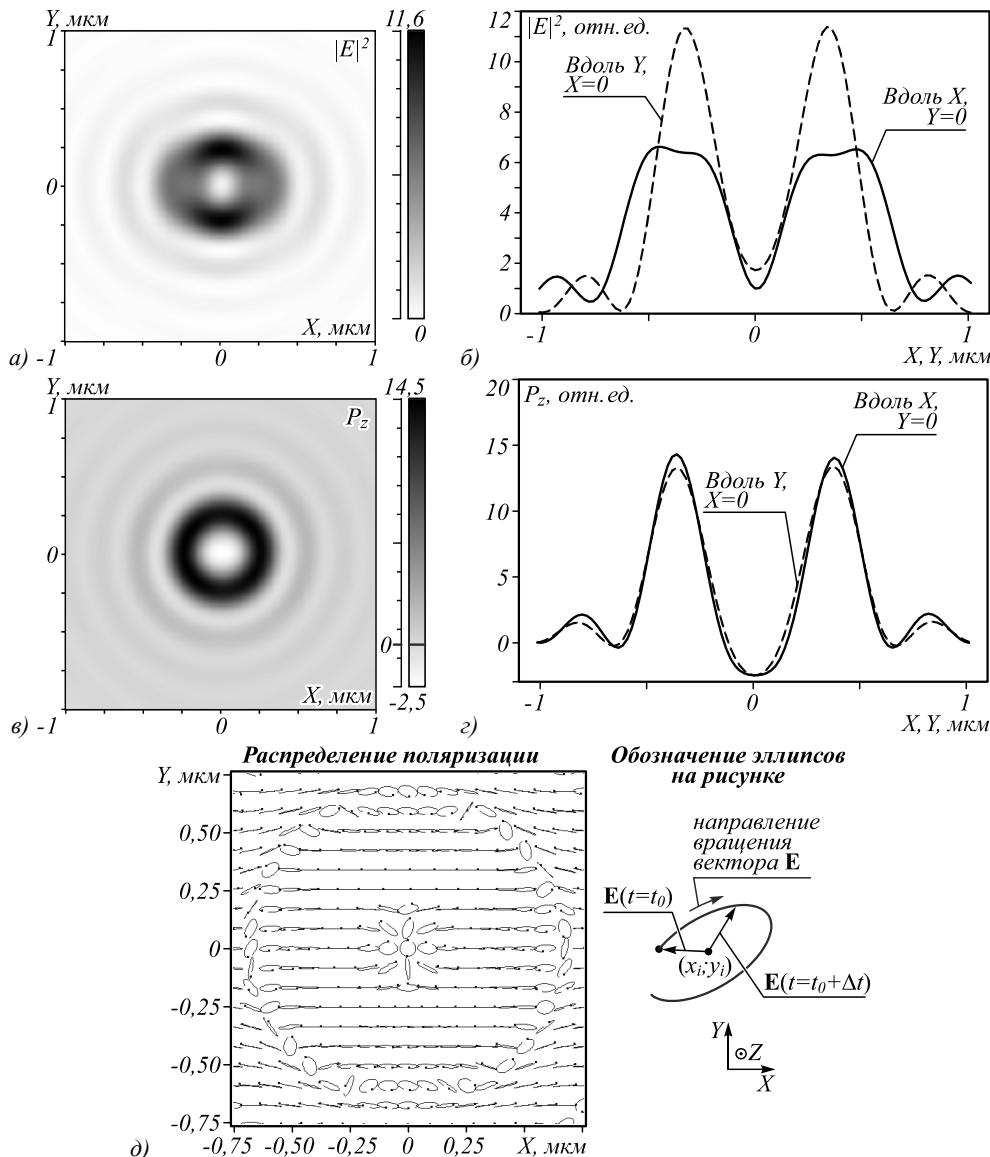


Рис. 2. Интенсивность (негатив) (а), проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось  $Z$  (в) в фокусе сферической волны с линейной поляризацией и фазовым вихрем  $m = 2$ , их сечения вдоль осей  $X, Y$  соответственно (б, г), а также распределение поляризации (д) в фокусной плоскости  $f = 1,31$  мкм. Эллипсоидами обозначено вращение вектора поля  $E$  в точках, находящихся в центрах этих эллипсов, жирная точка на конце эллипсоида обозначает начало вращения в одном периоде. Сторона расположения жирной точки на эллипсоидах находится в соответствии с фазой поля. Ось  $Z$  направлена на читателя

Также видно (рис. 2д), что в этой области наблюдается постепенный переход от линейной поляризации к круговой на оптической оси, при этом электрический вектор на оси и близ неё вращается против часовой стрелки. По краям этой центральной области находятся две другие области, в которых вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке ( $X=0$ ,  $-0,2 < Y < -0,1$  мкм,  $0,1 < Y < 0,2$  мкм). Также на распределении вектора Пойнтинга видно кольцо радиусом примерно 0,66 мкм (например,  $0,622 < X < 0,693$  мкм при  $Y=0$ ), в котором вектор Пойнтинга отрицательный. В этой области также наблюдается переход к круговой поляризации, в ней вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке ( $X > 0$ ,  $Y=0$ ), как видно из рис. 2д.

На рис. 3 показаны рассчитанные по формуле (5) двумерное распределение проекции вектора СУМ  $S_z$  и их сечения вдоль осей  $X$  и  $Y$  через оптическую ось. Видно, что проекция вектора СУМ на ось  $Z$  на оптической оси отлична от нуля и положительна в границах ( $0,267 < X < 0,267$ ), ( $-0,13 < Y < 0,13$ ).

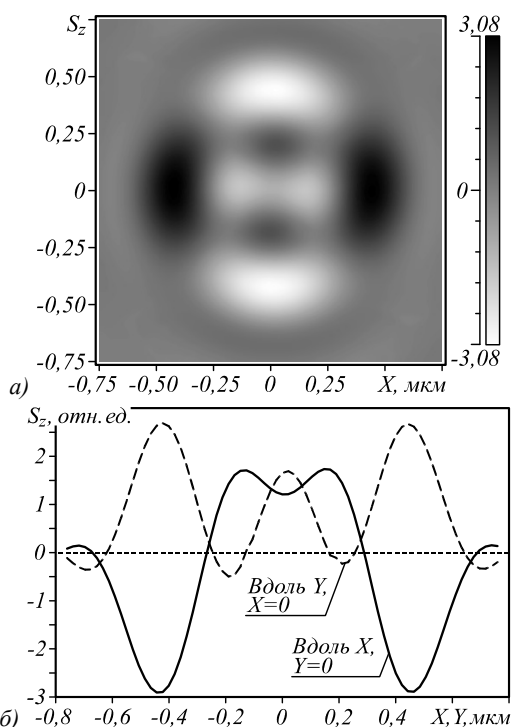


Рис. 3. Проекция  $S_z$  вектора спинного углового момента на ось  $Z$  (а) и её сечения вдоль осей  $X$  и  $Y$  (б)

Если в поле, изображенное на рис. 2, поместить поглощающую наночастицу, то она будет испытывать момент силы, вращающий её вокруг собственного центра массы из-за наличия круговой поляризации. На рис. 4 показан результат расчета проекции момента силы  $M_z$ , действующей на частицу диаметром 0,3 мкм и показателем преломления  $n=1,5+0,3i$  вокруг оси  $Z$ , совпадающей с оптической осью. Мощность всего падающего пучка была принята 100 мВт. Расчет проводился при той же сетке отсчетов  $\lambda/30$  по всему полю, но в районе частицы (в границах  $-1,5 < X < 1,5$  мкм,  $-0,65 < Y < 0,65$  мкм,  $0,3 < Z < 2,3$  мкм) использовалась более подробная сетка  $\lambda/80$  по всем трём координатам.

Из рис. 4 видно, что в центре пучка ( $X=0$ ) момент силы максимален и вращает частицу против часовой стрелки в соответствии с направлением поляризации на оптической оси. Далее, при смещении частицы в положительную сторону оси  $X$  момент падает, меняет знак и приблизительно в точке  $X=0,6$  мкм (область кольца с отрицательным  $S_z$  на рис. 2в, з) момент силы становится максимальным по модулю и направлен по часовой стрелке. Из рис. 2д мы видим, что в данной области поляризация вновь приобретает эллиптичность и вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке, что соответствует направлению проекции момента  $M_z$ .

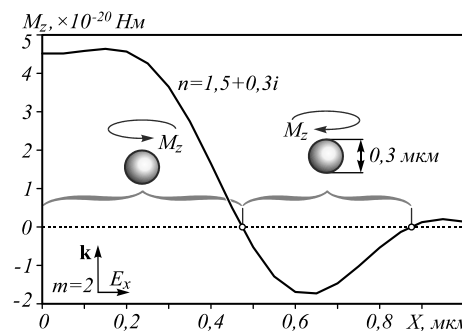


Рис. 4. Проекция момента силы  $M_z$ , действующая на частицу при смещении её из центра ( $X=Y=0$ ,  $Z=f$ ) вдоль оси  $X$ . Показатель преломления частицы  $n=1,5+0,3i$ , мощность пучка равна 100 мВт

### Заключение

В работе на основе теории Ричардса–Вольфа получены аналитические выражения для проекций вектора Пойнтинга и вектора спинного углового момента вблизи фокуса для случая острой фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом  $+2$  и  $-2$  и линейной поляризацией. Из полученных соотношений следует, что в плоскости фокуса вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии. В области обратного потока энергии формируется правая ( $m=2$ ) или левая ( $m=-2$ ) круговая поляризация. В периферийной части плоскости фокуса поляризация неоднородная: имеет место чередование правой круговой (или эллиптической) поляризации на левую круговую (или эллиптическую) поляризацию и на линейную поляризацию. Но вблизи оптической оси направление вращения вектора поляризации совпадает с направлением вращения вокруг оптической оси поперечного потока энергии: поток энергии и вектор поляризации вращаются против часовой стрелки при  $m=2$  и по часовой стрелке при  $m=-2$ . Формирование круговой поляризации в области обратного потока энергии позволяет обнаруживать его. Действительно, если поместить вблизи фокуса в область обратного потока поглощающую наночастицу, то она из-за спинного углового момента будет вращаться вокруг центра масс. Поперечный поток энергии равен нулю на оптической оси, поэтому он почти не будет участвовать во вращении частицы. Направление вращения частицы будет определяться знаком топологического заряда вихревого пучка.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Поток энергии и СУМ в фокусе», Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Моделирование», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в частях «Введение» и «Заключение».

### Литература

1. **Schwartz, C.** Conservation of angular momentum of light in single scattering / C. Schwartz, A. Dogariu // Optics Express. – 2006. – Vol. 14. – P. 8425-8433.
2. **Nieminen, T.A.** Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam / T.A. Nieminen, A.B. Stilgoe, N.R. Heckenberg, N. Rubinsztein-Dunlop // Journal of Optics A. – 2008. – Vol. 10. – 115005.
3. **Haefner, D.** Spin Hall effect of light in spherical geometry / D. Haefner, S. Sukhov, A. Dogariu // Physical Review Letters. – 2009. – Vol. 102. – 123903.
4. **Rodriguez-Herrera, O.S.** Optical nanoprobing via spin-orbit interaction of light / O.S. Rodriguez-Herrera, D. Lara, K.Y. Bliokh, E.A. Ostrovskaya, C. Dainty // Physical Review Letters. – 2010. – Vol. 104. – 253601.
5. **Bekshaev, A.** Internal flows and energy circulation in light beams / A. Bekshaev, K.Y. Bliokh, M. Soskin // Journal of Optics. – 2011. – Vol. 13. – 053001.
6. **Kotlyar, V.V.** Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, S.S. Staifeev // Journal of the Optical Society of America B. – 2019. – Vol. 36. – P. 2850-2855.
7. **Volyar, A.V.** Structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus. III. Stability, eigenmodes and vortices / A.V. Volyar, V.G. Shvedov, T.A. Fadeeva // Optics and Spectroscopy. – 2001. – Vol. 91. – P. 235-245.
8. **Torok, P.** Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: structure of the electromagnetic field / P. Torok, P. Varga, G.R. Booker // Journal of the Optical Society of America A. – 1995. – Vol. 12. – P. 2136-2144.
9. **Bomzon, Z.** Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams / Z. Bomzon, M. Gu // Optics Letters. – 2007. – Vol. 32. – P. 3017-3019.
10. **Bliokh, K.Y.** Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems / K.Y. Bliokh, E.A. Ostrovskaya, M.A. Alonso, O.G. Rodriguez-Herrera, D. Lara, C. Dainty // Optics Express. – 2011. – Vol. 19. – P. 26132-26149.
11. **Roy, B.** Controlled transportation of mesoscopic particles by enhanced spin-orbit interaction of light in an optical trap / B. Roy, N. Ghosh, S.D. Gupta, P.K. Panigrahi, S. Roy, A. Banerjee // Physical Review A. – 2013. – Vol. 87. – 043823.
12. **Roy, B.** Manifestations of geometric phase and enhanced spin Hall shifts in an optical trap / B. Roy, N. Ghosh, A. Banerjee, S.D. Gupta, S. Roy // New Journal of Physics. – 2014. – Vol. 16. – 083037.
13. **Ignatovsky, V.S.** Diffraction by a lens having arbitrary opening / V.S. Ignatovsky // Transactions of the Optical Institute in Petrograd. – 1919. – Vol. 1. – IV.
14. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. – 1959. – Vol. 253. – P. 358-379.
15. **Kotlyar, V.V.** Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // Optics Letters. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
16. **Kotlyar, V.V.** Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity / V.V. Kotlyar, S.S. Staifeev, A.G. Nalimov // Physical Review A. – 2019. – Vol. 99, Issue 3. – 033840. – DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
17. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-waves / M.A. Salem, H. Bagei // Optics Express. – 2011. – Vol. 19. – P. 8526-8532.
18. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // Optics Express. – 2012. – Vol. 20. – P. 26913-26921.
19. **Rondon-Ojeda, I.** Properties of the Poynting vector for invariant beams: negative propagation in Weber beams / I. Rondon-Ojeda, F. Soto-Eguibar // Wave Motion. – 2018. – Vol. 78. – P. 176-184.
20. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // Journal of the Optical Society of America A. – 2007. – Vol. 24, Issue 9. – P. 2844-2849.
21. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // Journal of the Optical Society of America A. – 2016. – Vol. 33. – P. 1661-1667.
22. **Chang, S.** Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam / S. Chang, S.S. Lee // Journal of the Optical Society of America B. – 1985. – Vol. 2. – P. 1853-1860.

### Сведения об авторах

Сведения об авторе **Налимов Антон Геннадьевич** – см. стр. 12 этого номера.

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 06 июля 2020 г. Окончательный вариант – 27 июля 2020 г.

---

# Linear to circular polarization conversion in the sharp focus of an optical vortex

A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>, S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

We have shown that when sharply focusing a linearly polarized optical vortex with topological charge 2, in the near-axis region of the focal plane, not only does a reverse energy flow (the negative on-axis projection of the Poynting vector) occur, but also the right-handed circular polarization of light. Moreover, due to spin-orbital angular momentum conversion, the on-axis polarization vector and the transverse energy flow rotate around the optical axis in the same direction (counterclockwise). If an absorbing spherical microparticle is put in the focus on the optical axis, it will rotate around the axis and around its center of mass counterclockwise. Numerical simulation results confirm the theoretical predictions.

**Keywords:** polarization conversion, optical torque, optical tweezers, Maxwell stress tensor, rotation.

**Citation:** Nalimov AG, Stafeev SS. Linear to circular polarization conversion in the sharp focus of an optical vortex. *Computer Optics* 2021; 45(1): 13-18. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-778.

**Acknowledgements:** The work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under grant # 18-29-20003 (“Energy flow and SAM in the focus”), the Russian Science Foundation under grant # 18-19-00595 (“Simulation”), and by the RF Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the “Crystallography and Photonics” Research Center of the RAS (“Introduction”, “Conclusion”).

## References

- [1] Schwartz C, Dogariu A. Conversation of angular momentum of light in single scattering. *Opt Express* 2006; 14: 8425-8433.
  - [2] Nieminen TA, Stilgoe AB, Heckenberg NR, and Rubinsztein-Dunlop N. Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam. *J Opt A* 2008; 10: 115005.
  - [3] Haefner D, Sukhov S, Dogariu A. Spin Hall effect of light in spherical geometry. *Phys Rev Lett* 2009; 102: 123903.
  - [4] Rodriguez-Herrera OS, Lara D, Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Dainty C. Optical nanoprobng via spin-orbit interaction of light. *Phys Rev Lett* 2010; 104: 253601.
  - [5] Bekshaev A, Bliokh KY, Soskin M. Internal flows and energy circulation in light beams. *J Opt* 2011; 13: 053001.
  - [6] Koltlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36: 2850-2855.
  - [7] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. Structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus. III. Stability, eigenmodes and vortices. *Opt Spectr* 2001; 91: 235-245.
  - [8] Torok P, Varga P, Booker GR. Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: structure of the electromagnetic field. *J Opt Soc Am A* 1995; 12: 2136-2144.
  - [9] Bomzon Z, Gu M. Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams. *Opt Lett* 2007; 32: 3017-3019.
  - [10] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodriguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19: 26132-26149.
  - [11] Roy B, Ghosh N, Gupta SD, Panigrahi PK, Roy S, Banerjee A. Controlled transportation of mesoscopic particles by enhanced spin-orbit interaction of light in an optical trap. *Phys Rev A* 2013; 87: 043823.
  - [12] Roy B, Ghosh N, Banerjee A, Gupta SD, Roy S. Manifestations of geometric phase and enhanced spin Hall shifts in an optical trap. *New J Phys* 2014; 16: 083037.
  - [13] Ignatovsky VS. Diffraction by a lens having arbitrary opening. *Transactions of the Optical Institute in Petrograd* 1919; 1: IV.
  - [14] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253: 358-379.
  - [15] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12); 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
  - [16] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. *Phys Rev A* 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
  - [17] Salem MA, Bagei H. Energy flow characteristics of vector X-waves. *Opt Express* 2011; 19: 8526-8532.
  - [18] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20: 26913-26921.
  - [19] Rondon-Ojeda I, Soto-Eguibar F. Properties of the Poynting vector for invariant beams: negative propagation in Weber beams. *Wave Motion* 2018; 78: 176-184.
  - [20] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *J Opt Soc Am A* 2007; 24(9): 2844-2849.
  - [21] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33: 1661-1667.
-

---

[22] Chang S, Lee SS. Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamen-

tal-mode laser beam. J Opt Soc Am B 1985; 2: 1853-1860.

---

#### *Authors' information*

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 "Mathematical modeling and program complexes", finished it in 2006 with speciality 01.04.05 "Optics". A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Samara, Russia. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 100 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru) .

**Sergey S. Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com) . ORCID: 0000-0002-7008-8007.

---

*Received July 6, 2020. The final version – July 27, 2020.*

---