

Острая фокусировка осевой суперпозиции цилиндрического векторного пучка высокого порядка и пучка с линейной поляризацией

В.В. Котляр^{1,2}, С.С. Стафеев^{1,2}, В.Д. Зайцев^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В работе теоретически и численно рассмотрена острая фокусировка лазерного пучка, у которого распределение поляризации в начальной плоскости представляет собой суперпозицию цилиндрического векторного пучка порядка m и однородной линейной поляризации. Хотя в начальной плоскости у такого пучка нет спинового углового момента и третья проекция вектора Стокса равна нулю, в плоскости фокуса формируются субволновые локальные области, в которых при нечетном номере m имеет место поперечный вихревой поток энергии и третья проекция Стокса (продольная компонента спинового углового момента) отлична от нуля. То есть в фокусе у такого пучка при нечетном m будут области с эллиптической или круговой поляризацией с чередующимися направлениями вращения (по часовой и против часовой стрелки). При четном m в фокусе поле имеет линейную поляризацию в каждой точке и не имеет поперечного потока энергии.

Ключевые слова: линейная и круговая поляризация, острая фокусировка, формулы Ричардса–Вольфа, вектор Стокса, спиновой угловой момент.

Цитирование: Котляр, В.В. Острая фокусировка осевой суперпозиции цилиндрического векторного пучка высокого порядка и пучка с линейной поляризацией / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, В.Д. Зайцев // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 1. – С. 5-15. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1165.

Citation Kotlyar VV, Stafeev SS, Zaitsev VD. Sharp focusing of on-axis superposition of a high-order cylindrical vector beam and a beam with linear polarization. Computer Optics 2023; 47(1): 5-15. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1165.

Введение

Цилиндрические векторные поля, в том числе высоких порядков, хорошо известны [1, 2]. Они представляют собой пример неоднородно поляризованных пучков света, в сечении которых локальный вектор линейной поляризации меняет свое направление от точки к точке. Цилиндрические пучки первого порядка называют пучками с радиальной и азимутальной поляризациями [1]. Такие пучки можно, например, формировать с помощью двух повернутых относительно друг друга полуволновых пластин [1], много-секторного поляризатора [3], метаповерхности [4], четвертьволновых пластинок [5] и модулятора света [6]. Цилиндрические векторные пучки применяются в микроманипулировании частицами [7], микроскопии [8], квантовой информатике [9, 10].

У цилиндрических векторных пучков любого порядка нет спинового углового момента и третья компонента вектора Стокса равна нулю. Это означает, что и в начальной плоскости, и в любом другом сечении пучка при его распространении поляризация локально линейная. Недавно было показано, что если рассмотреть в начальной плоскости цилиндрические векторные пучки дробного порядка, то в фокусе возникают локальные субволновые области с круговой и

эллиптической поляризацией [11]. В лазерных пучках известен оптический эффект спин-орбитальной конверсии, когда при острой фокусировке обычного Гауссова пучка с круговой поляризацией формируется поперечный вихревой поток энергии. То есть у такого пучка в фокусе появляется орбитальный угловой момент [12]. Но объяснить возникновение локального углового спинового момента в фокусе цилиндрических векторных пучков дробного порядка [11] не получается, так как в начальной плоскости у такого пучка нет спинового углового момента. Еще один недостаток работы [11] в том, что затруднительно применить аналитическую теорию Ричардса–Вольфа [13] для описания электромагнитного поля в остром фокусе из-за дробного порядка пучка. В [14] рассмотрена модификация цилиндрического векторного поля с помощью формирования суперпозиции такого поля с полем с однородной линейной поляризацией. Но в [14] не рассмотрена острая фокусировка такой суперпозиции.

В данной работе теоретически и численно с помощью применения подхода Ричардса–Вольфа [13] рассчитаны все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в остром фокусе начального поля в виде суперпозиции цилиндрического векторного поля и однородного поля с линейной поляризацией. Рассчитаны в фокусе потоки

энергии (проекция вектора Пойнтинга), распределения интенсивности и компоненты Стокса. Показано, что в фокусе такого поля при нечетном целом порядке формируются локальные поперечные вихревые потоки энергии и субволновые области с эллиптической и круговой поляризацией.

Проекция векторов напряженности электрического и магнитного полей в фокусе

Рассмотрим начальное световое поле с неоднородной поляризацией, вектора Джонса электрического и магнитного полей которого имеют вид:

$$E_m(\varphi; a) = \begin{pmatrix} \cos m\varphi - a \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} - a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

$$H_m(\varphi; a) = \begin{pmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi - a \end{pmatrix},$$

где (r, φ) – полярные координаты в сечении пучка в начальной плоскости, a – действительное число. Световое поле было рассмотрено в [14]. Было показано, что поле (1) имеет индекс поляризационной сингулярности η Пуанкаре–Хопфа [15], равный $\eta = m$ при $|a| < 1$, $\eta = m/2$ при $|a| = 1$, и равный 0 при $|a| > 1$. Световое поле (1) является осевой суперпозицией двух хорошо известных световых полей:

$$E_x(r, \varphi) = i^{m-1} (\cos(m\varphi)I_{0,m} + \cos((m-2)\varphi)I_{2,m-2}) + ia(I_{0,0} + \cos(2\varphi)I_{2,2}),$$

$$E_y(r, \varphi) = i^{m-1} (\sin(m\varphi)I_{0,m} - \sin((m-2)\varphi)I_{2,m-2}) + ia \sin(2\varphi)I_{2,2},$$

$$E_z(r, \varphi) = 2i^m \cos((m-1)\varphi)I_{1,m-1} + 2a \cos \varphi I_{1,1}, \tag{2}$$

$$H_x(r, \varphi) = -i^{m-1} (\sin(m\varphi)I_{0,m} + \sin((m-2)\varphi)I_{2,m-2}) + ia \sin(2\varphi)I_{2,2},$$

$$H_y(r, \varphi) = -i^{m-1} (-\cos(m\varphi)I_{0,m} + \cos((m-2)\varphi)I_{2,m-2}) + ia(I_{0,0} - \cos(2\varphi)I_{2,2}),$$

$$H_z(r, \varphi) = -2i^m \sin((m-1)\varphi)I_{1,m-1} + 2a \sin \varphi I_{1,1}.$$

В (2) функции $I_{\nu,\mu}$ зависят только от радиальной переменной r и равны выражению:

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{4\pi f}{\lambda}\right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2}\right) \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \tag{3}$$

где k – волновое число света, λ – длина волны света, f – фокусное расстояние идеальной сферической линзы, формирующей фокус, z – оптическая ось, при $z = 0$ – плоскость фокуса, $x = krs \sin \theta$, $J_{\mu}(x)$ – функция Бесселя первого рода μ -го порядка, $NA = \sin \theta_0$ – числовая апертура апланатической оптической системы, $A(\theta)$ – любая действительная функция, описывающая амплитуду входного поля, обладающего осевой симметрией (плоская волна, Гауссов пучок, пучок Бесселя–Гаусса). У интегралов $I_{\nu,\mu}$ (3) первый индекс $\nu = 0, 1, 2$ описывает тип интеграла, а второй индекс $\mu = 0, 1, 2, \dots, m$ равен порядку функции Бесселя.

цилиндрического векторного поля m -го порядка (с радиальной поляризацией при $m = 1$) и светового поля с линейной поляризацией, направленной вдоль горизонтальной оси. Действительное число a выступает в роли параметра, от которого зависит не только величина индекса поляризационной сингулярности поля (1), но и распределение интенсивности, потока энергии и плотности спин-углового момента (СУМ) в остром фокусе поля (1).

При $a = 0$ поле (1) является хорошо известным цилиндрическим векторным (ЦВ) пучком высокого порядка [2, 16]. Пучок (1) при $a = 0$ имеет неоднородную поляризацию, и в каждой точке в сечении пучка поляризация локально линейная. У ЦВ-пучка в фокусе при любом m поляризация в каждой точке также линейная. Цель данной работы – показать, что при $a \neq 0$ в фокусе поля (1) формируются локальные области, в которых имеет место поперечный поток энергии (энергия циркулирует по замкнутому контуру) и продольная проекция вектора СУМ отлична от нуля, то есть имеет место эллиптическая и круговая поляризация.

Используя формализм Ричардса–Вольфа [13], можно получить явные выражения для всех проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в плоскости острого фокуса светового поля (1):

Каждая проекция векторов электрического и магнитного полей (2) является суммой проекций векторов двух пучков: цилиндрического векторного поля m -го порядка и светового поля с линейной поляризацией. В этом легко убедиться, если вспомнить, какие проекции в фокусе имеет электромагнитное поле с линейной поляризацией, направленной вдоль горизонтальной оси [13]:

$$E_{Lx}(r, \varphi) = -i(I_{0,0} + \cos(2\varphi)I_{2,2}),$$

$$E_{Ly}(r, \varphi) = -i \sin(2\varphi)I_{2,2},$$

$$E_{Lz}(r, \varphi) = -2 \cos \varphi I_{1,1}, \tag{4}$$

$$H_{Lx}(r, \varphi) = -i \sin(2\varphi)I_{2,2},$$

$$H_{Ly}(r, \varphi) = -i(I_{0,0} - \cos(2\varphi)I_{2,2}),$$

$$H_{Lz}(r, \varphi) = -2a \sin \varphi I_{1,1}.$$

Распределение интенсивности в фокусе

На основе полученных амплитуд проекций вектора электрического поля в фокусе (2) можно получить выражения для распределения интенсивности и ее со-

ставляющих по декартовым осям. Заметим, что выражения для интенсивности с четным и нечетным

номера m будут разные. Действительно, из (2) следуют выражения для $I = I_x + I_y + I_z = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$.

$$I_x = \begin{cases} \left[a(-1)^{p+1} (I_{0,0} + \cos(2\varphi)I_{2,2}) + \cos(m\varphi)I_{0,m} + \cos((m-2)\varphi)I_{2,m-2} \right]^2, & m = 2p, \\ \left[a(I_{0,0} + \cos(2\varphi)I_{2,2}) \right]^2 + \left[\cos(m\varphi)I_{0,m} + \cos((m-2)\varphi)I_{2,m-2} \right]^2, & m = 2p + 1, \end{cases} \quad (5)$$

$$I_y = \begin{cases} \left[a(-1)^{p+1} \sin(2\varphi)I_{2,2} + \sin(m\varphi)I_{0,m} - \sin((m-2)\varphi)I_{2,m-2} \right]^2, & m = 2p, \\ \left[a \sin(2\varphi)I_{2,2} \right]^2 + \left[\sin(m\varphi)I_{0,m} - \sin((m-2)\varphi)I_{2,m-2} \right]^2, & m = 2p + 1, \end{cases} \quad (6)$$

$$I_z = \begin{cases} 4 \left[a(-1)^p \cos(\varphi)I_{1,1} + \cos((m-1)\varphi)I_{1,m-1} \right]^2, & m = 2p, \\ 4 \left[a \cos(\varphi)I_{1,1} \right]^2 + 4 \left[\cos((m-1)\varphi)I_{1,m-1} \right]^2, & m = 2p + 1. \end{cases} \quad (7)$$

Из (7) видно, что при $m = 2p = 2$ продольная составляющая интенсивности равна простому выражению:

$$I_{z,2}(r, \varphi) = 4 \cos^2(\varphi) I_{1,1}^2 (1 - a)^2. \quad (8)$$

Из (8) видно, что продольная интенсивность (8) равна нулю при $a = 1$, а при $a \neq 1$ имеет два локальных максимума на горизонтальной оси x при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Запишем выражения для полной интенсивности в фокусе при $m = 2p + 1$, потому что, как мы увидим далее, поперечные потоки энергии и продольная проекция СУМ в фокусе возникают только для нечетных номеров m :

$$I = a^2 \left(I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2 + 2 \cos 2\varphi (I_{0,0}I_{2,2} + I_{1,1}^2) \right) + \left(I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2 + 2 \cos(2(m-1)\varphi) (I_{0,m}I_{2,m-2} + I_{1,m-1}^2) \right). \quad (9)$$

Так как в выражении для интенсивности в (5) и (9) при любом m присутствует слагаемое $a^2 I_{0,0}^2 > 0$, в котором в интеграле (3) множителем является функция Бесселя нулевого порядка, то на оптической оси (при $r = 0$) интенсивность будет отлична от нуля (будет локальный максимум), так как $J_0(0) = 1$. Так как в выражении для интенсивности (9) аргументы косинусов четные, то это означает, что картина интенсивности хотя и не имеет радиальной симметрии, но имеет центральную симметрию, то есть $I(r, \varphi) = I(r, \varphi + \pi)$. Также из (5) видно, что интенсивность I_x будет иметь максимум на оптической оси из-за слагаемого $a^2 I_{0,0}^2$, а из (6) видно, что I_y будет иметь ноль на оптической оси. Также из (6) видно, что у картины интенсивности I_y будет $2m$ локальных максимумов, так как в выражении

для I_y присутствует квадрат $\sin(m\varphi)$. В картине распределения полной интенсивности (9) будет $2(m-1)$ локальных максимумов (кроме максимума интенсивности на оптической оси), так как в (9) присутствует $\cos(2(m-1)\varphi)$. Эти выводы будут подтверждены моделированием.

Плотность потока энергии в фокусе

В этом параграфе найдем выражения для трех проекций вектора Пойнтинга в плоскости фокуса светового поля (1). Известно [16, 17], что цилиндрическое векторное поле любого порядка и в начальной плоскости $(E_x, E_y) = (\cos(m\varphi), \sin(m\varphi))$, и в плоскости фокуса (2) при $a = 0$ не имеет спина и вихревых потоков энергии. То есть продольная проекция вектора СУМ равна нулю в каждой точке фокуса и продольная компонента вектора орбитального углового момента тоже равна нулю в каждой точке фокуса. Ниже мы покажем, что суперпозиция цилиндрического векторного поля и светового поля с линейной поляризацией (2) имеет локальный спин и вихревой поток энергии. Вектор Пойнтинга определяется выражением [13]:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{2\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E} * \times \mathbf{H}), \quad (10)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора напряженности электрического и магнитного полей, $*$ – знак комплексного сопряжения, \times – векторное умножение, c – скорость света в вакууме. В дальнейшем постоянную $c/(2\pi)$ будем игнорировать. Подставим выражения для проекций электромагнитного поля в фокусе (2) в выражение (10) и получим:

$$P_x(r, \varphi) = \begin{cases} 2a(-1)^{(m-1)/2} \left[\cos((m-1)\varphi) (I_{1,1}I_{2,m-2} - I_{0,0}I_{1,m-1}) + \cos((m+1)\varphi) (I_{2,2}I_{1,m-1} - I_{1,1}I_{0,m}) \right], & m = 2p + 1, \\ 0, & m = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (11)$$

$$P_y(r, \varphi) = \begin{cases} 2a(-1)^{(m-1)/2} \left[-\sin((m-1)\varphi) (I_{1,1}I_{2,m-2} - I_{0,0}I_{1,m-1}) + \sin((m+1)\varphi) (I_{2,2}I_{1,m-1} - I_{1,1}I_{0,m}) \right], & m = 2p + 1, \\ 0, & m = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (12)$$

$$P_z(r, \varphi) = \begin{cases} a^2 (I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2) + (I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2) + \\ + 2a(-1)^p \cos(m\varphi) (I_{2,2}I_{2,m-2} - I_{0,0}I_{0,m}), m = 2p, \\ a^2 (I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2) + (I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2), m = 2p+1, p = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (13)$$

Из (13) видно, что распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе для нечетных номеров m обладает круговой симметрией, а при четном номере m – зависит от полярного угла и имеет m максимумов при обходе вокруг оптической оси. Из (11) и (12) видно, что поперечный поток энергии имеет место только для нечетных номеров m и равен нулю для четных m . Чтобы более детально охарактеризовать поперечный поток энергии в фокусе, перейдем к полярным проекциям вектора поперечного потока энергии. С помощью перехода от декартовых проекций вектора Пойнтинга к полярным

$$\begin{aligned} P_r &= P_x \cos \varphi + P_y \sin \varphi, \\ P_\varphi &= -P_x \sin \varphi + P_y \cos \varphi, \end{aligned} \quad (14)$$

из (11) и (12) найдем поперечные компоненты вектора Пойнтинга в остром фокусе поля (1) в полярных координатах для нечетных номеров m (для четных номеров m компоненты вектора Пойнтинга равны нулю):

$$\begin{aligned} P_r &= 2a(-1)^p \cos(m\varphi) Q_1(r), \quad m = 2p+1, \\ Q_1(r) &= I_{1,m-1} (I_{2,2} + I_{0,0}) - I_{1,1} (I_{2,m-2} + I_{0,m}), \\ P_\varphi &= 2a(-1)^p \sin(m\varphi) Q_2(r), \quad m = 2p+1, \\ Q_2(r) &= I_{1,m-1} (I_{2,2} - I_{0,0}) + I_{1,1} (I_{0,m} - I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (15)$$

Из (15) видно, что поперечный поток энергии неравномерно вращается на разных радиусах и при разном p против или по часовой стрелке. Неравномерность заключается в том, что поперечный вектор потока энергии вращается вокруг оптической оси не по касательной к некоторой окружности, а под изменяющимся углом к некоторой окружности. На окружности некоторого радиуса с центром на оптической оси имеет место $2(m+1)$ субволновая область, в которой поперечный поток энергии вращается по замкнутой траектории. Причем в соседних областях поток энергии вращается в разные стороны (по часовой или против часовой стрелки). Интегрирование радиального и азимутального потоков энергии в (15) по углу φ дает ноль, то есть суммарный поперечный поток энергии в фокусе равен нулю.

$$s_3 = S_z(r, \varphi) = \begin{cases} 2a(-1)^{(m-1)/2} [\sin((m-2)\varphi) (I_{0,0}I_{2,m-2} - I_{2,2}I_{0,m}) - \sin(m\varphi) (I_{0,0}I_{0,m} - I_{2,2}I_{2,m-2})], & m = 2p+1, \\ 0, & m = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (19)$$

Из (19) видно, что при четном m в фокусе поля (1) нет областей с круговой (эллиптической) поляризацией. При нечетном m и если $a \neq 0$ в фокусе имеется

Плотность вектора Стокса в фокусе

В этом параграфе найдем проекции вектора Стокса в плоскости фокуса для начального векторного поля (1). Компоненты вектора Стокса \mathbf{S} вычисляются по формулам [18]:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \\ S_2 &= \frac{2 \operatorname{Re}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \\ S_3 &= \frac{2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y)}{|E_x|^2 + |E_y|^2}, \\ s_1 &= |E_x|^2 - |E_y|^2, \\ s_2 &= 2 \operatorname{Re}(E_x^* E_y), \\ s_3 &= 2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y), \end{aligned} \quad (16)$$

где Re и Im – знаки реальной и мнимой части числа. В (16) малыми буквами (s_1, s_2, s_3) обозначены ненормированные компоненты вектора Стокса. Нормированный вектор Стокса, как видно из (16), имеет единичную длину $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$. Из-за громоздкости выражений и чтобы узнать, будет ли в фокусе круговая поляризация, получим выражения только для третьей проекции Стокса без нормировки, то есть рассчитаем функцию вида $s_3 = 2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y)$. Предварительно заметим, что третья компонента вектора Стокса пропорциональна продольной проекции вектора спинового углового момента (СУМ) [17]:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{16\pi\omega} \operatorname{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (17)$$

где ω – циклическая частота света. В дальнейшем постоянную $1/(16\pi\omega)$ будем игнорировать. Из (17) видно, что продольная компонента СУМ (без учета константы) совпадает с ненормированной третьей компонентой вектора Стокса:

$$s_3 = S_z = 2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y). \quad (18)$$

Подставляя проекции электрического поля (2) в (18), получим:

$2m$ локальных областей, в которых свет имеет эллиптическую поляризацию. Заметим, что из (15) видно, что при нечетном m в фокусе также имеются $2m$ ло-

кальных областей с поперечным вихревым потоком энергии, т.е. число областей в фокусе с поперечным вихревым потоком энергии равно числу областей с эллиптической поляризацией. Причем в соседних областях направление вращения поперечного потока энергии разное, так же как и направление вращения вектора поляризации чередуется в соседних областях. Так как в начальной плоскости у поля (1) нет поперечного потока энергии и нет продольного СУМ, то и в плоскости фокуса суммарный (по всей плоскости фокуса) продольный СУМ должен быть равен нулю, и суммарный поперечный поток энергии в фокусе тоже должен быть равен нулю. Заметим, что если проинтегрировать плотность спина (19), то есть продольную компоненту спинового углового момента, по всему сечению пучка в фокусе, то интегралы по углу φ дадут ноль, и полный спин пучка (1) в фокусе, как и в начальной плоскости, будет равен нулю:

$$ss_3 = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} s_3(r, \varphi) r dr d\varphi = 0.$$

Для сравнения теории и результатов моделирования приведем выражение для s_2 только при четном номере $m = 2p, p = 0, 1, 2, \dots$:

$$s_2 = \sin(2\varphi) [2I_{0,m}I_{2,m-2} + a^2I_{2,2}(I_{0,0} + \cos(2\varphi)I_{2,2})] + \sin(2m\varphi)I_{0,m}^2 - \sin(2(m-2)\varphi)I_{2,m-2}^2, \quad (20)$$

$m = 2p.$

Из (20) видно, что так как все аргументы косинусов и синусов четные, то распределение s_2 в фокусе будет осесимметричное. Максимальный множитель перед углом φ в аргументе у $\sin(2m\varphi)$ в (20) равен $2m$, следовательно, число смены знаков функции s_2 будет равно $4m$.

Численное моделирование

В этом параграфе мы приведем результаты расчета распределения интенсивности, проекций векторов

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos \theta & \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) & \cos \varphi \sin \theta \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) & \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos \theta & \sin \varphi \sin \theta \\ -\sin \theta \cos \varphi & -\sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \\ c(\theta, \varphi) \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где $a(\theta, \varphi)$, $b(\theta, \varphi)$ и $c(\theta, \varphi)$ – функции поляризации для x -, y - и z -компонент падающего поля. Например, для света, линейно-поляризованного вдоль оси x -компоненты, будут равны $a=1, b=0$ и $c=0$.

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (23)$$

Для начального поля (1) функции поляризации будут иметь вид:

Стокса (или продольной проекции СУМ), а также проекции вектора Пойнтинга в фокусе для начального светового поля (1). Расчет производился с помощью общих формул Ричардса–Вольфа [13], которые описывают свет в области фокуса:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (21)$$

где $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной оптической системы в координатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы, f – фокусное расстояние, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, α – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ($NA = \sin \alpha$), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – матрица поляризации. Интеграл (21) позволяет вычислять распределение компонент электромагнитного поля в координатах выходного зрачка (рис. 1)

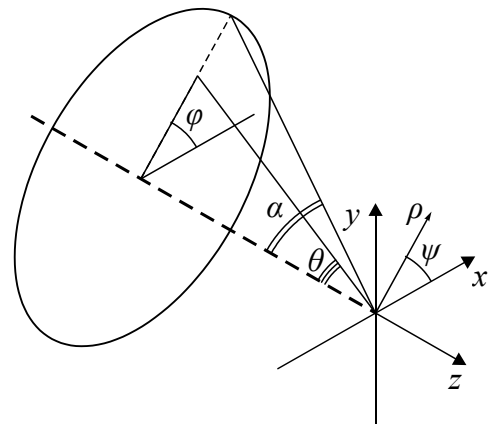


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи

Матрица поляризации $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ для напряжённости электрического и магнитного полей имеет вид [19, 20]:

Для всех рассмотренных в этом параграфе примеров продольная компонента фокусируемого поля считалась нулевой: $c = 0$ (начальная плоскость), тогда:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(m\varphi) - a \\ \sin(m\varphi) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

для напряжённости электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) - a \end{pmatrix}, \quad (25)$$

для напряжённости магнитного поля.

Распределение векторов линейной поляризации в начальной плоскости

В начальной плоскости распределение векторов поляризации по сечению пучка будет зависеть от номера m и параметра a [14]. На рис. 2 показаны распределения векторов линейной поляризации в сечении поля (1) при $m=2$ (а, в, д) и $m=3$ (б, г, е), и при $a=1/2$ (а, б), $a=3/2$ (в, г), $a=1$ (д, е).

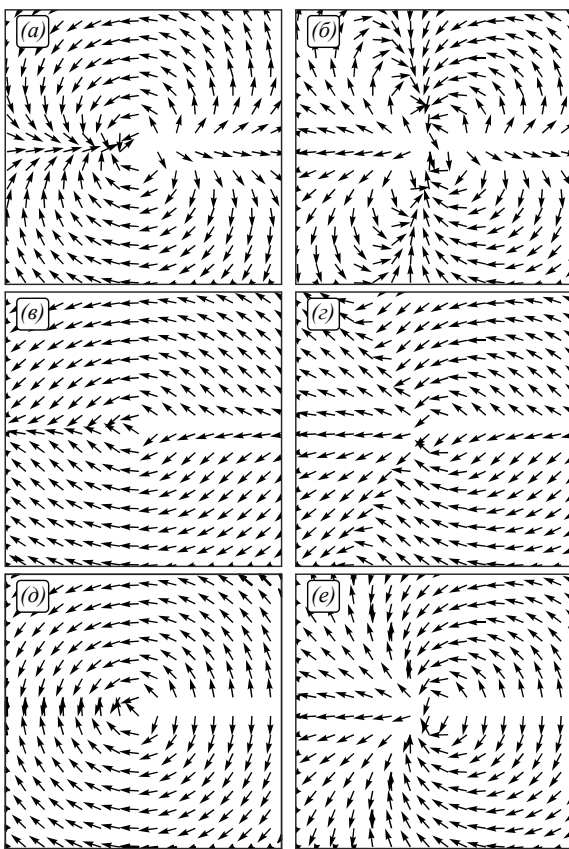


Рис. 2. Распределения векторов линейной поляризации в сечении поля (1) при $m=2$ (а, в, д) и $m=3$ (б, г, е), и при $a=1/2$ (а, б), $a=3/2$ (в, г), $a=1$ (д, е)

В [14] показано, что при $a < 1$ индекс поляризационной сингулярности (число поворотов вектора линейной поляризации на 2π при обходе по замкнутому контуру вокруг оптической оси – вокруг точки сингулярности) равен m , то есть равен 2 (а) и 3 (б) на рис. 2. При $a=1$ индекс поляризационной сингулярности равен $m/2$, так как в поле (1) при этом имеются только линии сингулярности (рис. 2 д, е) и вектора линейной поляризации поворачиваются от линии до линии на угол π . Поэтому индекс равен 1 (д) и $3/2$ (е) на рис. 2. При $a > 1$ индекс поляризационной сингулярности поля (1) равен нулю (рис. 2 в, г).

Распределение интенсивности в плоскости фокуса

Расчет интенсивности в фокусе для поля (1) проводился по формулам Ричардса–Вольфа (21–25) для длины волны 633 нм и числовой апертуры $NA=0,95$. Рассчитывалось распределение интенсивности и ее составляющих для векторного пучка (1) второго ($m=2$) (рис. 3–5) и третьего ($m=3$) (рис. 6–8) порядков. Параметр a пучка (1) выбирался равным 1 (рис. 3, 6), $1/2$ (рис. 4, 7) и $3/2$ (рис. 5, 8).

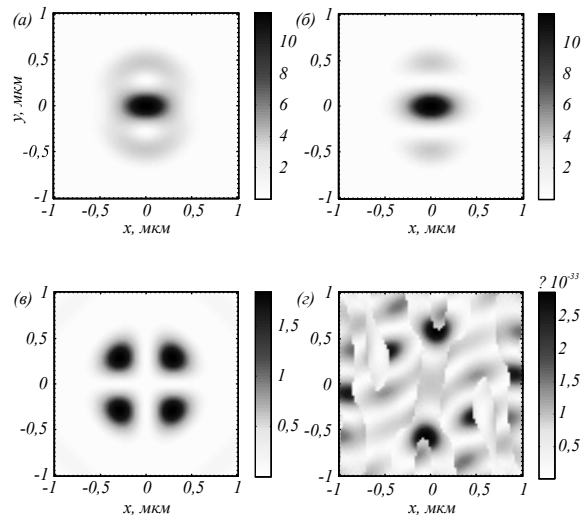


Рис. 3. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) второго ($m=2$) порядка при $a=1$

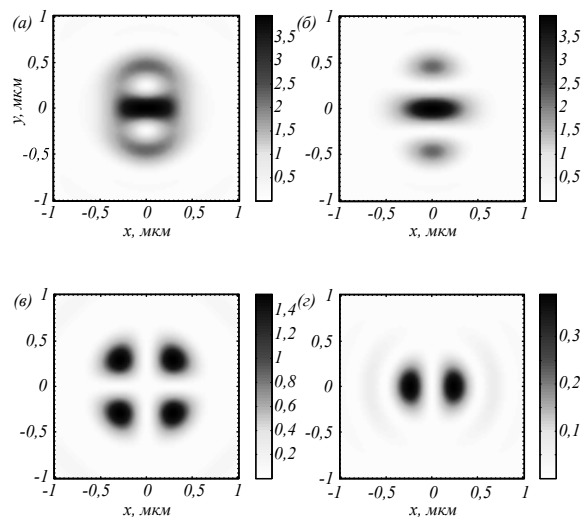


Рис. 4. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) второго ($m=2$) порядка при $a=1/2$

Из рис. 3а–5а видно, что при любом $a > 0$ в центре фокуса вблизи оптической оси имеется фокусное пятно эллиптической формы, вытянутое вдоль оси x . Максимум интенсивности на оптической оси следует из формул (6–9). Разница между распределениями интенсивности на рис. 3а–5а только в величине центрального и 2 боковых лепестков. При $a > 1$ боковые лепестки малы и почти вся интенсивность идет в центральное эллипти-

ческое пятно. При $a=1$ энергия боковых лепестков увеличивается, и при $a<1$ энергия двух боковых лепестков, максимумы интенсивности которых лежат на вертикальной оси y , сравнима с интенсивностью центрального фокусного пятна. Особенностью распределения интенсивности на рис. 3–5 является то, что при $a=1$ нет продольной составляющей. Этот уникальный случай имеет место только при $m=2$ и $a=1$ и описывается формулой (8). Рис. 3з–5з подтверждают формулу (8), согласно которой продольная интенсивность I_z при $a\neq 1$ имеет два локальных максимума интенсивности на горизонтальной оси при $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$. На рис. 3в–5в при любом a имеют место 4 локальных максимума, что согласуется с формулой (6), так как таких максимумов у I_y должно быть $2m$. На рис. 6–8 показаны распределения интенсивности, аналогичные показанным на рис. 3–5, только для нечетного $m=3$.

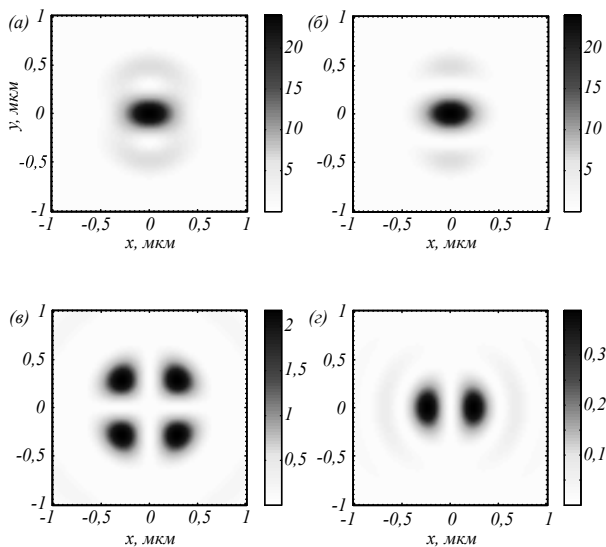


Рис. 5. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) второго ($m=2$) порядка при $a=3/2$

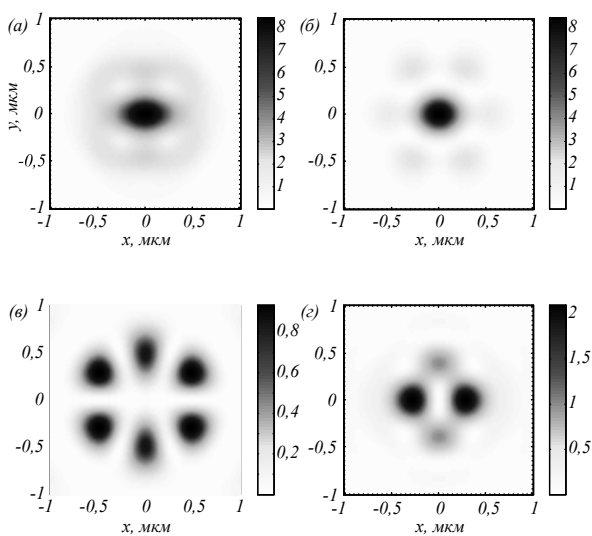


Рис. 6. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) третьего ($m=3$) порядка при $a=1$

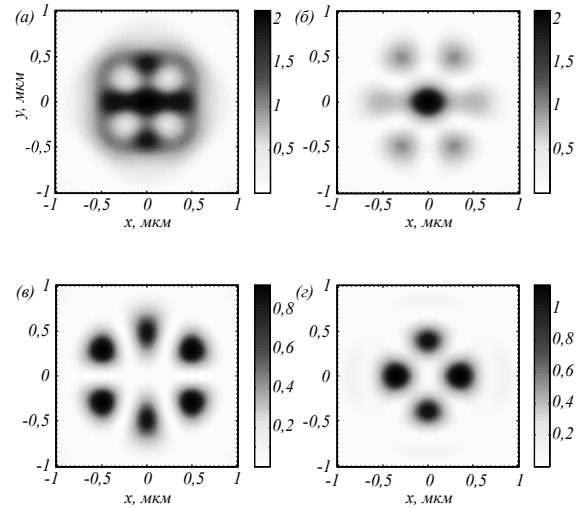


Рис. 7. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) третьего ($m=3$) порядка при $a=1/2$

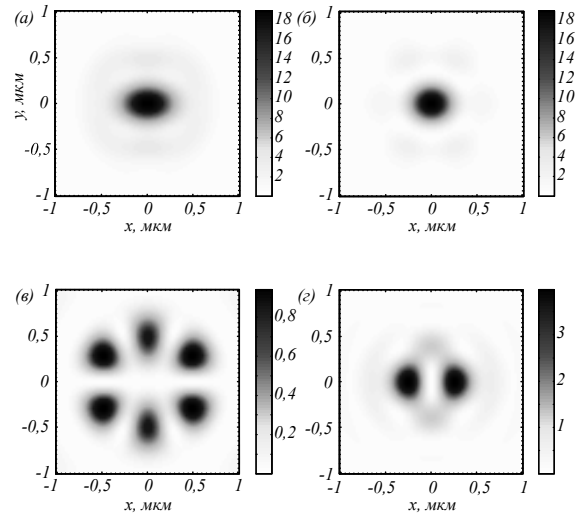


Рис. 8. Интенсивность I (а) и ее составляющие I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке векторного поля (1) третьего ($m=3$) порядка при $a=3/2$

Из рис. 6а–8а видно, что в центре картины интенсивности вблизи оптической оси имеет место фокусное эллиптическое пятно с боковыми лепестками, число которых, согласно формуле (9), равно $2(m-1)=4$. Эти лепестки отчетливо видны на рис. 7а, когда параметр $a<1$, и почти не видны на рис. 8а, когда $a>1$. Рис. 6з–8з подтверждают формулу (7), согласно которой продольная интенсивность I_z при любом a имеет 4 локальных максимума интенсивности, два из которых на горизонтальной оси x больше по величине, чем два максимума на вертикальной оси y . На рис. 6в–8в при любом a имеют место 6 локальных максимумов, что согласуется с формулой (6), так как таких максимумов у I_y должно быть $2m$.

Распределение проекций вектора Стокса в плоскости фокуса

Из (19) видно, что при четном m третья проекция вектора Стокса равна нулю, то есть в фокусе в каж-

дой точке поляризация линейная. На рис. 9 показаны проекции ненормированного вектора Стокса s_1 и s_2 ($s_3 = 0$) для четных номеров $m = 2$ (а, б) и $m = 4$ (в, г).

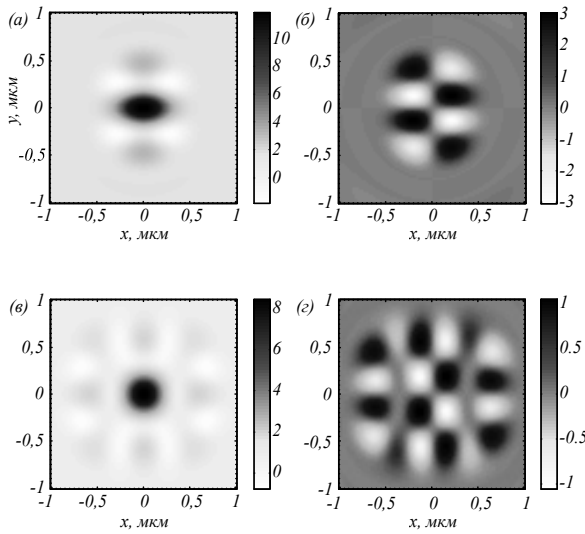


Рис. 9. Компоненты вектора Стокса $s_1(a, \vartheta)$ и $s_2(b, \vartheta)$ при фокусировке векторного поля (1) второго ($m = 2$) (а, б) и четвертого ($m = 4$) (в, г) порядков при $a = 1$

Из рис. 9а видно, что картина распределения s_1 почти совпадает с I_x (рис. 3б). Это происходит потому, что $s_1 = I_x - I_y$ и $I_x \gg I_y$.

Третья проекция вектора Стокса в фокусе отлична от нуля только при нечетном номере m . На рис. 10 показаны три проекции ненормированного вектора Стокса в фокусе для поля (1) при $m = 3$, при $a = 1$.

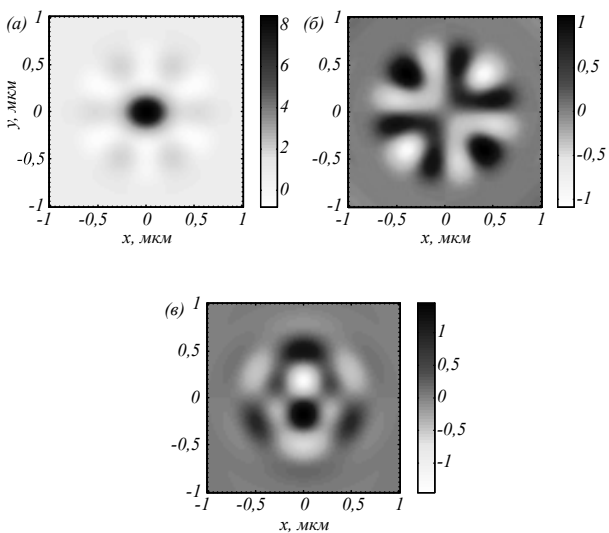


Рис. 10. Компоненты вектора Стокса $s_1(a)$, $s_2(b)$ и $s_3(в)$ при фокусировке векторного поля (1) третьего ($m = 3$) порядка при $a = 1$

Из рис. 10а видно, что картина распределения s_1 почти совпадает с I_x (рис. 6б). Это происходит потому, что $s_1 = I_x - I_y$ и $I_x > I_y$. Из рис. 10в видно, что на окружностях некоторых радиусов с центром на оптической оси третья проекция вектора Стокса s_3 сменяет знак $2m = 6$ раз. Это согласуется с формулой (19), в которую входит

$\sin(m\varphi)$ и который меняет знак $2m$ раз за оборот. А вторая проекция Стокса меняет знак при обходе по замкнутой траектории вокруг оптической оси $4m$ раз: 8 (рис. 9б), 16 (рис. 9г) и 12 (рис. 10б). Это согласуется с формулой (20), в которой слагаемое с максимальным аргументом имеет вид $\sin(2m\varphi)$.

Для сравнения на рис. 11 показаны вторая $s_2(a, \vartheta)$ и третья $s_3(b, \vartheta)$ компоненты вектора Стокса в фокусе для векторного поля (1) для других нечетных номеров m : 1 (а, б) и 5 (в, г).

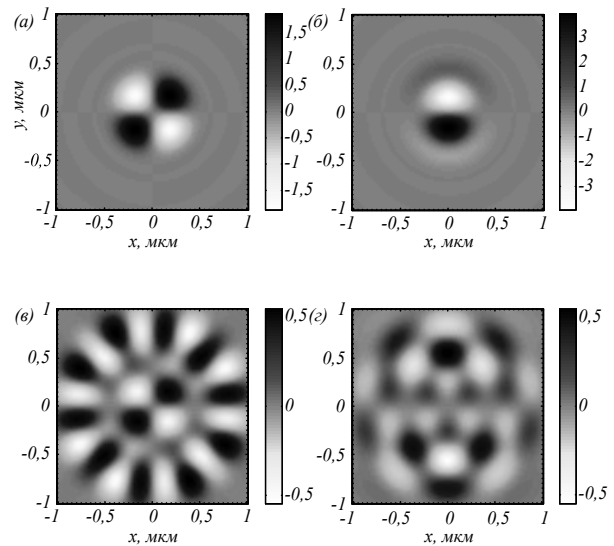


Рис. 11. Компоненты вектора Стокса $s_2(a, \vartheta)$ и $s_3(b, \vartheta)$ при фокусировке векторного поля (1) первого ($m = 1$) (а, б) и пятого ($m = 5$) (в, г) порядков

Из (1) видно, что распределение s_2 меняет знак при обходе вокруг оптической оси $4m$ раз: 4 (рис. 11а) и 20 (рис. 11б). Это согласуется с формулой (20). А распределение s_3 меняет знак $2m$ раз: 2 (рис. 11в) и 10 (рис. 11г). Это согласуется с формулой (19).

Для полноты картины покажем распределения третьей компоненты нормированного вектора Стокса (рис. 12).

Из рис. 12 видно, что величина и размер областей эллиптической и круговой поляризации, там, где компонента S_3 близка к $+1$ (самые светлые) или -1 (самые темные), уменьшается при уменьшении параметра a . Из сравнения рис. 10в и рис. 12 видно, что структура нормированного S_3 и ненормированного s_3 качественно согласуются.

Итак, в этом параграфе показано на численных примерах, что при фокусировке векторного поля (1) в плоскости фокуса формируются локальные области размером около 200–250 нм (длина волны – 633 нм, $NA = 0,95$), в которых поляризация эллиптическая или круговая. Число таких областей связано с номером поля (1) m . На некоторой окружности в фокусе с центром на оптической оси число таких областей равно $2m$. Заметим, что области с локальной эллиптической поляризацией возникают в фокусе только при нечетном номере m и при ненулевом параметре a . Если па-

раметр $a=0$, то поле (1) сводится к хорошо известному цилиндрическому векторному полю порядка m , у которого в фокусе при любом m имеет место только локальная линейная поляризация и нет областей с эллиптической поляризацией.

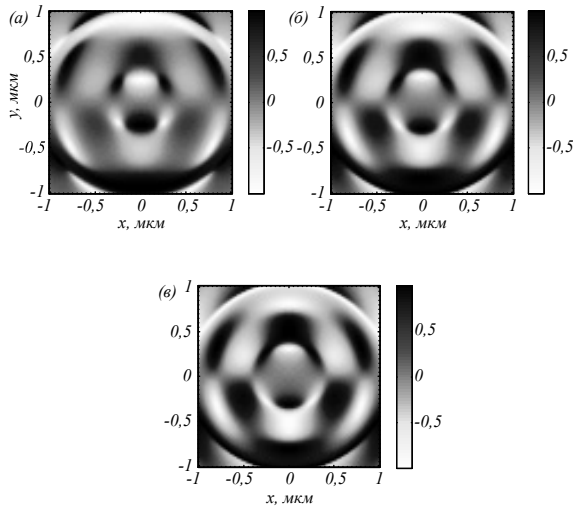


Рис. 12. Третья компонента нормированного вектора Стокса (16) S_3 при фокусировке векторного поля (1) третьего ($m = 3$) порядка при разном параметре a : 1/2 (а), 1 (б) и 3/2 (в)

Распределение проекций вектора Пойнтинга в плоскости фокуса

В этом параграфе приведены результаты расчета по формулам Ричардса–Вольфа (20–24) распределений вектора потока энергии (вектора Пойнтинга) (10) в остром фокусе поля (1).

На рис. 13 показаны проекции вектора Пойнтинга в фокусе для поля (1) с четным номером $m=2$ и $a=1$. Согласно полученным формулам (11–13) при четном номере m поперечные проекции вектора потока энергии P_x и P_y равны нулю (рис. 13 б, в), а продольная компонента P_z не имеет радиальной симметрии (рис. 13а). Из рис. 13а и формулы (13) видно, что у продольной компоненты вектора Пойнтинга на оптической оси имеет место локальный максимум и на вертикальной оси имеются два локальных максимума (боковых лепестка) при $\varphi=\pi/2$ и $\varphi=3\pi/2$, так как функция P_z (13) при $m=2$ зависит от угла, как $\cos(2\varphi)$. Параметры расчета на рис. 13 и 14 такие же, как на всех предыдущих рисунках. Из рис. 13а также видно, что продольная компонента вектора Пойнтинга внешне совпадает с распределением интенсивности на рис. 3а ($m=2$). Это объясняется тем, что выражение (9) для интенсивности при $m=2$ так же, как и (13), зависит от угла, как $\cos(2\varphi)$.

На рис. 14 показаны проекции вектора Пойнтинга в фокусе для нечетного номера $m=3$ и $a=1$. Из рис. 14а видно, что продольная компонента P_z радиально симметричная и на оптической оси имеет максимальное значение. Это согласуется с уравнением (13). Из рис. 14б, в видно, что поперечный поток

энергии вращается в 8 локальных субволновых областях, в 4 областях против часовой стрелки, а в других 4 областях по часовой стрелке. При обходе вокруг оптической оси по окружности некоторого радиуса обе поперечные проекции потока энергии P_x и P_y меняют знак 4 раза, что согласуется с формулами (11) и (12), так как в этих формулах зависимость от угла определяется функцией $\cos((m+1)\varphi)$ при $m=3$. Интегрируя в (15) по углу φ угловую P_φ и радиальную P_r проекции вектора Пойнтинга, получим, что суммарный поперечный поток энергии в фокусе равен нулю.

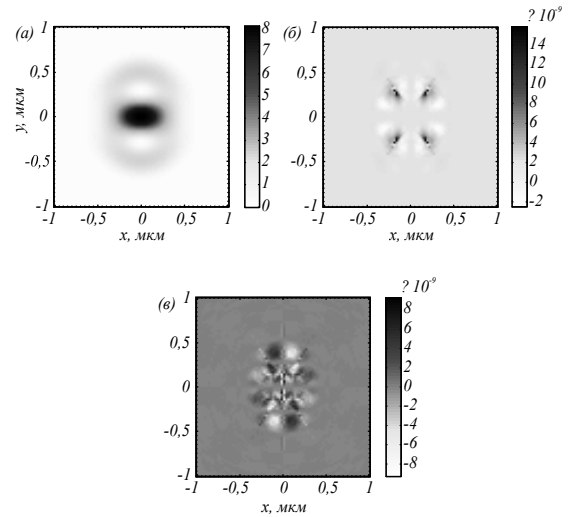


Рис. 13. Компоненты вектора Пойнтинга в фокусе для $m = 2$ и $a = 1$: P_z (а), P_x (б), P_y (в)

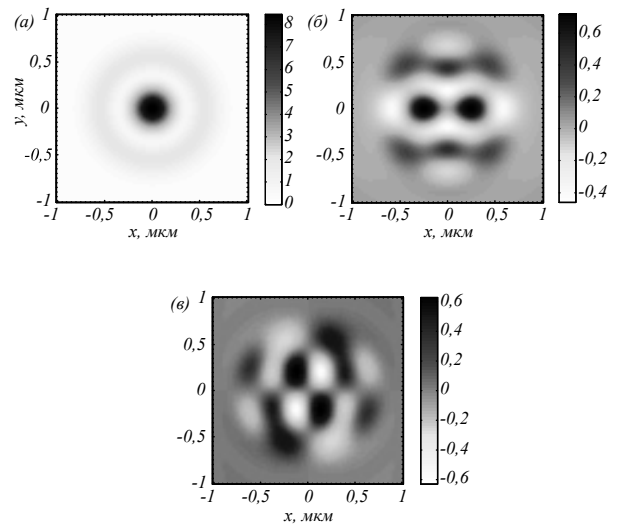


Рис. 14. Компоненты вектора Пойнтинга в фокусе для $m = 3$ и $a = 1$: P_z (а), P_x (б), P_y (в)

Сравнивая рис. 10в и рис. 14в, видно, что 6 областей, в которых вектор поляризации вращается по эллипсу, не совпадают, но перекрываются с 8 областями, в которых вращается поперечный поток энергии.

Заключение

В работе теоретически и численно с помощью применения подхода Ричардса–Вольфа рассчитаны

все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в остром фокусе начального поля в виде суперпозиции цилиндрического векторного поля порядка m и однородного поля с линейной поляризацией. Рассчитаны в фокусе потоки энергии (проекция вектора Пойнтинга), распределения интенсивности и компоненты Стокса. В работе показано, что при фокусировке данного векторного поля в плоскости фокуса формируются локальные области размером около 200–250 нм (длина волны – 532 нм, NA = 0,95), в которых поляризация эллиптическая или круговая. Число таких областей связано с номером поля m . Вдоль некоторой окружности в фокусе с центром на оптической оси число таких областей равно $2m$. Заметим, что области с локальной эллиптической поляризацией возникают в фокусе только при нечетном номере m и при ненулевом параметре a . Если параметр a начального поля нулевой, то поле сводится к хорошо известному цилиндрическому векторному полю порядка m , у которого в фокусе при любом m имеет место только локальная линейная поляризация и нет областей с эллиптической поляризацией. Кроме наличия локального углового спинового момента в фокусе при нечетном номере m , имеются локальные субволновые области, в которых поперечный поток энергии распространяется по замкнутому контуру. Число таких областей, расположенных вдоль окружности некоторого радиуса, равно $2(m+1)$. Причем поток энергии в соседних областях вращается в разные стороны (по часовой и против часовой стрелки). Суммарный поперечный поток энергии равен нулю.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 22-22-00265) (теория), а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (моделирование).

References

- [1] Golovashkin DL, Kazanskiy NL. Mesh Domain Decomposition in the Finite-Difference Solution of Maxwell's Equations. *Optical Memory & Neural Networks (Information Optics)* 2009; 18(3): 203-211. DOI: 10.3103/S1060992X09030102.
- [2] Zhan Q, Leger JR. Focus shaping using cylindrical vector beams. *Opt Express* 2002; 10(7): 324-331.
- [3] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Adv Opt Photon* 2009; 1(1): 1-57.

- [4] Machavariani G, Lumer Y, Moshe I, Meir A, Jackel S. Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams. *Opt Lett* 2007; 32(11): 1468.
- [5] Liu Z, Liu Y, Ke Y, Liu Y, Shu W, Luo H. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincare sphere. *Photonic Res* 2017; 5(1): 15-21.
- [6] Liu J, Chen X, He Y, Lu L, Ye H, Chai G, Chen S, Fan D. Generation of arbitrary cylindrical vector vortex beams with cross-polarized modulation. *Results Phys* 2020; 19: 103455.
- [7] Yan S, Yao B. Radiation forces of a highly focused radially polarized beam on spherical particles. *Phys Rev A* 2007; 76(5): 053836.
- [8] Chen R, Agarwal K, Sheppard CJ, Chen X. Imaging using cylindrical vector beams in a high-numerical-aperture microscopy system. *Opt Lett* 2013; 38(16): 3111-3114.
- [9] Fickler R, Lapkiewicz R, Ramelow S, Zeilinger A. Quantum entanglement of complex photon polarization patterns in vector beams. *Phys Rev A* 2014; 89(6): 4172-4183.
- [10] Hollecek A, Aiello A, Gabriel C, Morquardt C, Leuchs G. Classical and quantum properties of cylindrically polarized states of light. *Opt Express* 2011; 19(10): 9714-9736.
- [11] Stafeev SS, Nalimov AG, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Tight focusing cylindrical vector beams with fractional order. *J Opt Soc Am B* 2021; 38(4): 1090-1096. DOI: 10.1364/JOSAB.413581.
- [12] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
- [13] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253: 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
- [14] Kotlyar VV, Kovalev AA, Zaitsev VD. Topological charge of light fields with a polarization singularity. *Photonics* 2022; 9(5): 298. DOI: 10.3390/photonics9050298.
- [15] Freund I. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams. *Opt Commun* 2002; 201(4-6): 251-270.
- [16] Kolyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of a light field with polarization and phase singularities of an arbitrary order. *Computer Optics* 2019; 43: 337-346. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
- [17] Bliokh KY, Ostrovskaya EA, Alonso MA, Rodriguez-Herrera OG, Lara D, Dainty C. Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems. *Opt Express* 2011; 19(27): 26132-26149.
- [18] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Cambridge: Cambridge University Press; 1999.
- [19] Pereira SF, Van de Nes AS. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks. *Opt Commun* 2004; 234(1-6): 119-124. DOI: 10.1016/j.optcom.2004.02.020.
- [20] Khonina SN, Volotovskiy SG. Control by contribution of components of vector electric field in focus of a high-aperture lens by means of binary phase structures. *Computer Optics* 2010; 34(1): 58-68.

Сведения об авторах

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил канди-

датскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007

Зайцев Владислав Дмитриевич, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладные математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики. E-mail: zaicev-vlad@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-1243-8208

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 30 мая 2022 г. Окончательный вариант – 11 октября 2022 г.

Sharp focusing of on-axis superposition of a high-order cylindrical vector beam and a beam with linear polarization

V.V. Kotlyar^{1,2}, S.S. Stafeev^{1,2}, V.D. Zaitsev^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

In this work, the sharp focusing of a laser beam whose initial polarization pattern is formed by superposition of a cylindrical m th-order vector beam and a homogeneous linearly polarized beam is considered theoretically and numerically. Although in the source plane of such a beam both the angular spin momentum and the third Stokes parameter are equal to zero, we reveal that given odd m , subwavelength local regions are formed in the focal plane, where transverse vortex energy flows occur and the third Stokes parameter (the on-axis component of the angular spin momentum) is non-zero. Thus, at odd m , at the focus of such a beam there are $-$ sub-regions with elliptical polarization of light with alternating handedness in the adjacent sub-regions (clockwise and counterclockwise). This phenomenon can be interpreted as a variant of an optical Hall effect. We note that at even m , the field at the focus is linearly polarized at every point and no transverse energy flow is observed.

Keywords: linear and circular polarization, sharp focusing, Richards-Wolf formulas, Stokes vector, spin angular momentum.

Citation: Kotlyar VV, Stafeev SS, Zaitsev VD. Sharp focusing of on-axis superposition of a high-order cylindrical vector beam and a beam with linear polarization. *Computer Optics* 2023; 47(1): 5-15. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1165.

Acknowledgements: This work was funded by the Russian Science Foundation under project No. 22-22-00265 (Section “Theory”) and the RF Ministry of Science and Higher Education within a government project of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Section “Numerical simulation”).

Authors’ information

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is co-author of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master’s degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Vladislav Dmitrievich Zaitsev (b. 1991) received Master’s degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: zaicev-vlad@yandex.ru.

Received May 30, 2022. The final version – October 11, 2022.
