

Оценка влияния неравномерности поверхности оптических кристаллических микрорезонаторов на их дисперсионные характеристики

А.Н. Данилин¹, А.И. Юрин^{2,4}, Н.М. Кондратьев¹, Д.Д. Ружицкая¹, Н.Ю. Дмитриев¹, Ф.В. Булыгин³,
С.Г. Семенчинский³, М.И. Красивская², К.Н. Миньков¹

¹ Российский квантовый центр,

121205, г. Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково», Большой бульвар, д. 30, стр. 1;

² Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
101000, Россия, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20;

³ Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы,
119361, Россия, г. Москва, ул. Озерная, д. 46;

⁴ Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
119361, Россия, г. Москва, ул. Озерная, д. 46

Аннотация

Описаны особенности и приведены примеры расчета с помощью метода конечных элементов дисперсионных характеристик микрорезонаторов, применяемых для генерации оптических частотных гребенок. Проведено исследование влияния неравномерности образующей оптического микрорезонатора на его дисперсионные характеристики. Показано, что наличие неравномерности на поверхности влияет на параметры дисперсии, а также может приводить к эффекту расщепления формы моды в микрорезонаторах. Выявлено, что данный эффект особо зависит от положения и значения глубины неравномерности.

Ключевые слова: оптические микрорезонаторы с модами типа шепчущей галереи, метод конечных элементов, инжиниринг дисперсии.

Цитирование: Данилин, А.Н. Оценка влияния неравномерности поверхности оптических кристаллических микрорезонаторов на их дисперсионные характеристики / А.Н. Данилин, А.И. Юрин, Н.М. Кондратьев, Д.Д. Ружицкая, Н.Ю. Дмитриев, Ф.В. Булыгин, С.Г. Семенчинский, М.И. Красивская, К.Н. Миньков // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 4. – С. 580–587. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1100.

Citation: Danilyn AN, Yurin AI, Kondratyev NM, Ruzhitskaya DD, Dmitriev NY, Bulygin FV, Semenchinskiy SG, Krasivskaya MI, Min'kov KN. Evaluation of the influence of surface irregularity of optical crystal microresonators on their dispersion characteristics. Computer Optics 2023; 47(4): 580-587. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1100.

Введение

Открытие методов генерации оптических частотных гребенок явилось одним важнейших прорывов в фотонике, позволивших создать высокоэффективный исследовательский инструмент, за создание которого его авторы Т. Хенш, Д. Холл и Р. Глаубер в 2005 году были удостоены Нобелевской премии по физике [1].

Оптические частотные гребенки (ОЧГ), представляющие собой набор узких эквидистантных спектральных линий, первоначально создавались с использованием громоздких установок на основе фемтосекундных лазеров с синхронизацией мод [2]. В последние годы были предложены методы генерации ОЧГ на основе сферических или дисковых оптических микрорезонаторов (ОМР) с модами «шепчущей галереи» (МШГ), обладающими высокой добротностью [3]. Эти устройства, которые в научной литературе также называют МШГ-резонаторами, стали объектом интенсивных исследований, проводимых в России и за рубежом [4–6].

Если ОМР изготовлен из оптически нелинейных материалов, то при его накачке от лазера с непрерывной

волной и достаточной мощностью за счет эффекта Керра возникает так называемое четырехволновое смешение, в результате которого происходит перераспределение фотонов между модами и возникает ОЧГ [6]. ОЧГ, генерируемые с помощью нелинейных ОМР, в современной научной литературе называются «керровскими гребенками» или «микрорегбенками» [7–10].

ОМР обладают малыми размерами, высокой добротностью и стабильностью характеристик, являются дешевыми в изготовлении и легко интегрируются в оптические системы. На их основе создаются оптические измерительные приборы, обладающие рекордной чувствительностью [11–16]. Приборы для генерации ОЧГ на базе нелинейных ОМР уже представлены на рынке и могут в перспективе заменить сложные и дорогостоящие генераторы ОЧГ на основе фемтосекундных лазеров. Это позволит создавать различные типы недорогих миниатюрных оптических систем и измерительных приборов на основе ОЧГ, встроенных в волоконно-оптические линии, которые будут широко применяться в фотонике, спектроскопии, телекоммуникационных технологиях, навигационных системах, метрологии и т.д.

Известно, что малые (порядка нескольких нанометров) изменения геометрии ОМР кардинально влияют на его спектральные свойства [17], поэтому актуальной задачей производства приборов с ОЧГ на основе ОМР является разработка методов изготовления и расчета спектральных характеристик микрорезонаторов.

1. Генерация частотной гребенки

Рассматриваемый генератор ОЧГ состоит из двух основных элементов – высокодобротного ОМР, изготовленного из оптически нелинейного материала, и системы связи в виде оптического волокна с перетяжкой или призмы (рис. 1).

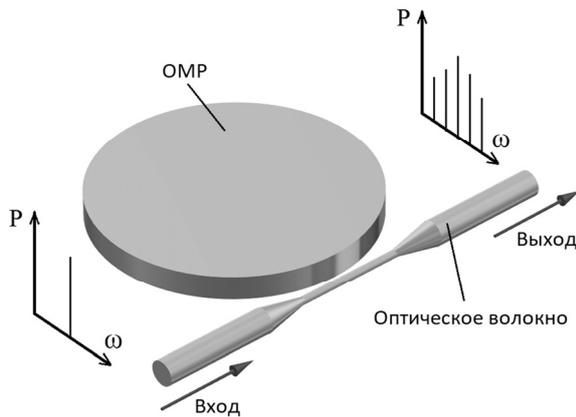


Рис. 1. Схема генератора ОЧГ на основе высокодобротного ОМР

Высокие достижимые добротности в МШГ микрорезонаторах понижают порог проявления нелинейных эффектов до величин менее единиц милливольт. При достаточной мощности накачки на основе эффекта Керра в МШГ-резонаторе могут возбуждаться ОЧГ в результате каскадного четырехволнового смешения [7].

Четырехволновое смешение – параметрическое преобразование частоты, в результате которого аннигилируют два фотона накачки и рождается пара фотонов: сигнальный с повышением частоты и холостой с понижением частоты. Вследствие закона сохранения энергии фотоны рождаются равноудаленными от частоты накачки. Если рожденная пара фотонов совпадает с собственными частотами микрорезонатора, то такой процесс происходит значительно эффективнее. Случай, когда рожденные фотоны, сигнальный и холостой, начинают сами участвовать в процессе параметрической генерации, называют каскадным четырехволновым смешением.

Если мощность лазера накачки превышает пороговый уровень, то частотная гребенка формируется благодаря каскадному процессу образования боковых спектральных линий, соответствующих взаимодействию всевозможных фотонов, удовлетворяющих условиям сохранения энергии и импульса. Спектральные линии, образующие гребенку, имеют эквидистантный частотный интервал, обычно лежащий в диапазоне $10 \div 1000$ ГГц [7].

2. Изготовление ОМР

Наиболее распространенными материалами для изготовления ОМР являются фторид кальция (CaF_2), фторид магния (MgF_2), нитрид кремния (Si_3N_4), кристаллический кварц (SiO_2) и т.п., имеющие низкий коэффициент поглощения в оптическом диапазоне. Для снижения излучательных потерь при изготовлении ОМР добиваются величины остаточной шероховатости поверхности не более нескольких нанометров. Технология изготовления ОМР, в частности метод точечного алмазного точения с последующей асимптотической полировкой, позволяет достигать исключительно высокой добротности – около $10^8 \div 10^9$ и подробно описан в статье [18].

Однако несмотря на отработанность технологии, в процессе производства возможно возникновение дефектов в виде неравномерности формы образующей. Под неравномерностью мы понимаем одиночные или периодически повторяющиеся кольцевые выемки на поверхности ОМР (рис. 2).

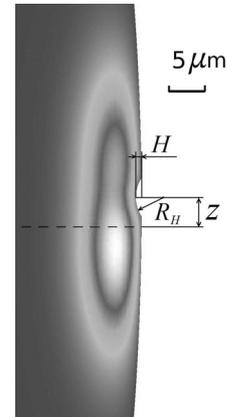


Рис. 2. Распространение моды в приповерхностном слое ОМР с неравномерностью образующей. R_n – радиус неравномерности, H – глубина неравномерности, Z – смещение неравномерности относительно экваториальной плоскости ОМР (пунктирная линия)

Такие неравномерности распространяются по всему периметру микрорезонатора и обусловлены сполировыванием сколов, которые образовались в процессе алмазного точения ОМР. Кольцевые выемки небольшой глубины могут оставаться на поверхности ОМР даже после длительной полировки суспензиями с размером зерна меньше 0,5 мкм. Подобные дефекты могут вызывать изменение дисперсионных характеристик ОМР. Множество работ различных научных групп посвящено исследованию зависимости дисперсии от выбора материала, размеров и формы ОМР [19–24], однако вопрос влияния дефектов формы остается открытым.

Целью данной работы является численное моделирование влияния неравномерности формы образующей, возникающей на поверхности ОМР в результате изготовления, на дисперсионные характеристики и расщепление моды.

3. Моделирование характеристик ОМР

ОМР обладают следующими основными дисперсионными характеристиками: частота основной моды f_m , расстояние между соседними модами Δf и суммарная дисперсия D_Σ , характеризующая отклонение частот спектральных линий от эквидистантности.

Для расчета приведенных характеристик рассмотрим основные параметры, которыми можно описать ОМР. В качестве геометрической модели микрорезонатора использовался тороид, который определяется радиусом R и радиусом кривизны образующей r (рис. 3б).

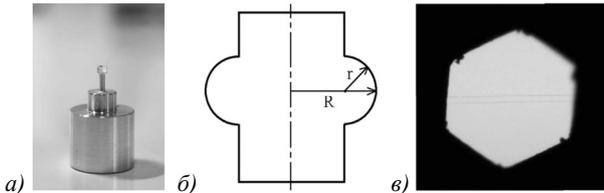


Рис. 3. (а) Фотография ОМР на латунной подставке; (б) геометрическая модель кристаллического ОМР; (в) микрофотография неравномерности на выступе ОМР, полученная с применением шестилепестковой ирисовой диафрагмы

Тороидальный микрорезонатор содержит большой набор собственных мод, однако в формировании ОЧГ участвуют моды, однозначно определяемые номером моды m , который можно интерпретировать как число длин волн на один полный оборот внутри резонатора. Собственные резонансные частоты ОМР f_m определяются выражением

$$f_m = mc / (2\pi R n_{eff}(\lambda_m)), \tag{1}$$

где m – номер моды; c – скорость света в вакууме; λ_m – длина волны моды; R – радиус ОМР; $n_{eff}(\lambda)$ – эффективный показатель преломления материала.

Расстояние между собственными модами ОМР (англ. *Free Spectral Range, FSR*) или область свободной дисперсии микрорезонатора определяется выражением

$$FSR = c / (2\pi R n_g(\lambda_m)), \tag{2}$$

где $n_g(\lambda)$ – групповой показатель преломления материала,

$$n_g(\lambda) = n_{eff}(\lambda) - \lambda dn_{eff}(\lambda) / d\lambda. \tag{3}$$

Генерация ОЧГ в микрорезонаторе с МШГ может быть описана уравнением Луджиато–Лефевра [25], различные решения которого показывают возможность получения различных сигналов, например роллов Тьюринга, тёмных и светлых солитонов, платиконов, хаоса. Тип сгенерированной ОЧГ задается тремя параметрами: мощностью накачки, отстройкой лазера и дисперсией ОМР [5]. Для разработки средств измерений на базе ОЧГ удобнее всего использовать солитонные гребенки, генерация которых возможна в

случае аномальной дисперсии при отстройках частоты в красную область и достаточной мощности лазера накачки [5].

Расчет характеристик ОМР может быть выполнен с помощью коммерчески доступного программного обеспечения, например, *COMSOL Multiphysics*, используемого для решения физических и инженерных задач методом конечных элементов (МКЭ) [26]. МКЭ является одним из наиболее распространенных в настоящее время численных методов решения широкого круга задач и моделирования физических процессов. Сутью МКЭ является представление объекта моделирования совокупностью элементов конечно малого размера, связанных между собой в узлах, и решение системы уравнений для расчета интересующих параметров в каждом узле с дальнейшей аппроксимацией.

МКЭ является удобным инструментом, позволяющим провести расчеты основных характеристик ОМР, близких по своим параметрам к тем, которые в настоящее время реально создаются и исследуются с целью разработки перспективных средств измерений [27, 28]. С помощью МКЭ можно произвести расчет резонансных частот, моделирование распределения модового поля, рассчитать эффективный объем моды, эффективный показатель преломления, излучательную добротность ОМР и т.д.

Для более точного расчета резонансных частот следует учитывать, что показатель преломления материала зависит от длины волны согласно уравнению Селлмейера [29]:

$$n^2(\lambda) = 1 + S(A_i \lambda^2) / (\lambda^2 - B_i^2), \tag{4}$$

где A_i, B_i – экспериментально определенные коэффициенты Селлмейера для материала ОМР. Поэтому после определения резонансной частоты необходимо в процессе нескольких итераций уточнять значение $n(\lambda)$ согласно уравнению (4) и заново пересчитывать параметры модели.

Дисперсия электромагнитных волн является важнейшим фактором, влияющим на характеристики ОЧГ на основе ОМР. Из-за дисперсии моды одного порядка не являются строго эквидистантными. Частота моды ω_μ может быть представлена в виде ряда Тейлора относительно основной частоты ω_0 :

$$\begin{aligned} \omega_\mu &= \omega_0 + D_1\mu + D_2\mu^2 / 2! + D_3\mu^3 / 3! + D_4\mu^4 / 4! + \dots = \\ &= \omega_0 + D_1\mu + D_2, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\mu = m - m_0$ – относительный номер моды, отсчитываемый от моды накачки $\mu = 0$;

- D_1 – область свободной дисперсии (*FSR*);
- D_2 – коэффициент дисперсии второго порядка;
- D_3, D_4, \dots – коэффициенты дисперсии высших порядков;
- D_Σ – суммарная дисперсия, характеризующая отклонение спектральной линии от эквидистантности.

Как правило, $D_2 \gg D_3 \gg D_4 \dots$, при этом отрицательное значение D_2 характеризует нормальную дисперсию, а положительное – аномальную. Наличие близкой к нулю аномальной дисперсии является необходимым условием генерации солитонной гребенки, однако большая по абсолютной величине дисперсия ограничивает ее ширину.

Отметим, что при моделировании необходимо учитывать как дисперсию материала, так и геометрическую дисперсию, обусловленную размерами и формой ОМР. Геометрическая дисперсия связана с тем, что различные моды проходят разные оптические пути внутри ОМР, что также приводит к их неравномерному смещению. Важным условием правильности расчёта является выбор аппроксимирующей функции для материальной дисперсии. Выбранная функция должна быть дифференцируема не меньшее число раз, чем определяемый порядок дисперсии. Так, например, использование дискретных данных для $n_{eff}(\lambda)$ с интерполяцией сплайном может приводить к случайному результату для D_2 .

Для расчета изменения расстояния между модами из-за дисперсии с помощью МКЭ можно определить эффективный показатель преломления n_{eff} на различных частотах, а затем определить эффективный номер моды m_{eff} с длиной волны λ согласно выражению

$$m_{eff} = 2\pi R n_{eff}(\lambda) / \lambda. \tag{6}$$

При этом реальные частоты мод соответствуют целочисленным значениям m_{eff} . Величину $D_1(\omega)$ можно рассчитать исходя из соотношения

$$D_1(\omega) = d\omega / dm_{eff} = 2\pi FSR. \tag{7}$$

Отклонение частот спектральных составляющих от эквидистантности (суммарная дисперсия) определяется как

$$D_2 = \omega_\mu - \omega_0 - D_1\mu. \tag{8}$$

Для подтверждения корректности метода расчета дисперсии с помощью МКЭ было проведено моделирование ОМР из MgF_2 с радиусом $R = 1,612$ мм ($FSR \sim 21,6$ ГГц) в воздушной среде. Показатель преломления материала задавался в виде функции

$$n = \sqrt{1 + 0,48755108 \cdot \lambda^2 / (\lambda^2 - 0,04338408^2) + 0,39875031 \cdot \lambda^2 / (\lambda^2 - 0,09461442^2) + 2,3120353 \cdot \lambda^2 / (\lambda^2 - 23,793604^2)}. \tag{9}$$

Коэффициенты в выражении (9) определены для соответствующего материала с помощью Refractive index database [30].

При построении геометрической модели ОМР использовался двумерный осесимметричный режим в *COMSOL Multiphysics*. Следует отметить, что в осесимметричной геометрии расчет эффективного показателя преломления встроенным методом «Анализ

мод» (предназначенным для прямых волноводов) выдает комплексные значения $R \cdot n_{eff}$ вместо значения n_{eff} , что нужно учитывать при дальнейших расчетах.

Для анализа использовался интерфейс «Электромагнитные волны. Частотная область» раздела «Волновая оптика», который поддерживает режим «Анализ мод» и позволяет корректно решать волновое уравнение для гармонического электромагнитного поля при условии, что максимальный размер элемента расчетной сетки ограничен долями (не более 1/8) от длины волны.

Сравнение результатов моделирования с данными экспериментальных исследований, полученных в работе [19], приведены на рис. 4. Сильное отклонение экспериментальных данных около частот 194,5 и 195,5 ТГц вызвано явлением пересечения между различными семействами мод [31]. Как можно убедиться, расчет дисперсии с помощью МКЭ и определения эффективного номера моды показывает близкое совпадение с экспериментальными данными.

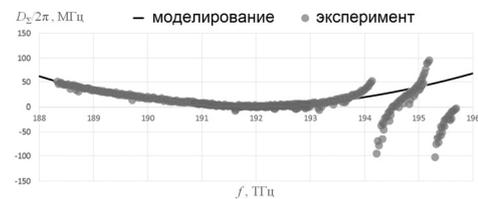


Рис. 4. Сравнение результатов расчета суммарной дисперсии ОМР из MgF_2 с экспериментальными данными, полученными в работе [19]

Однако на значение D_2 влияют не только выбор материала и геометрических размеров ОМР, но и другие параметры, в частности неравномерность образующей в области распространения моды. На рис. 5 приведены расчеты зависимости суммарной дисперсии ОМР из CaF_2 с параметрами $R = 1600$ мкм, $r = 100$ мкм при наличии кольцевого углубления глубиной H и смещенной от экватора резонатора на величину $Z = 0$. Предполагалось, что выемка имеет круглый профиль с радиусом $R_H = 5$ мкм и параллельна экватору ОМР. Расчёт выполнен для частоты накачки 192 ТГц (1550 нм).

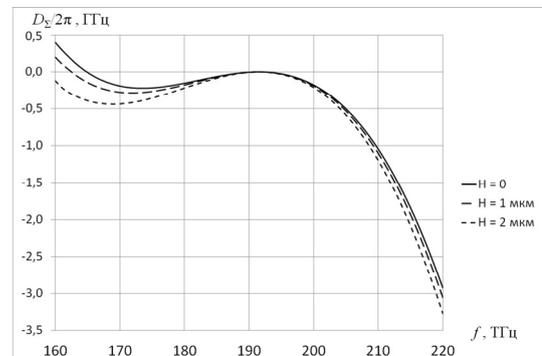


Рис. 5. Расчет зависимости суммарной дисперсии от частоты для тороидального ОМР из CaF_2 с $R = 1600$ мкм, $r = 100$ мкм и различными значениями неравномерности образующей H при $R_H = 5$ мкм, $Z = 0$

Результаты исследований показали: наличие выемки вызывает изменение D_{Σ} , что, в свою очередь, будет оказывать влияние на параметры генерируемой ОЧГ, особенно в области низких частот. В частности, наличие неравномерности смещает область появления дисперсионной волны [32, 33], что может помешать присоединению её спектра к спектру основной гребёнки. Подобное влияние также дает возможность корректировать значение дисперсии с помощью микропрофилирования – намеренного нанесения выемки на поверхность ОМР.

Особенно интересным является исследование возможности управления с помощью микропрофилирования коэффициентом дисперсии второго порядка D_2 , во многом определяющим как возможность генерации, так и параметры генерируемой ОЧГ.

Рассмотрим подробнее дисперсионные характеристики подобного микрорезонатора из CaF_2 . Результаты расчета изменения коэффициента $D_2 = d^2\omega/dm_{\text{eff}}^2$ для различных параметров приведены на рис. 6. Из рис. 6 видно, что подбором параметров R_H , H , и Z можно добиться изменения показателя дисперсии D_2 более чем на 30%. Неочевидным является результат, когда максимум функции $D_2(Z)$ находится не в положении $Z=0$, при котором наблюдается сильное расщепление формы оптической моды (рис. 9а), а в положении, отстроенном от него на некую величину по Z (на рис. 6 от 2 до 4 мкм). Это может объясняться тем, что в случае $Z=0$ в резонаторе образуется два одинаковых связанных резонатора, и в такой симметричной системе геометрическая дисперсия не оказывает сильного влияния, что, однако, изменяется при увеличении глубины выреза H (рис. 6 для $H=1,5$ мкм). В то же время при $Z \neq 0$ мода расщепляется несимметрично и возникает сильная геометрическая дисперсия. Однако увеличение Z до величин более 10 мкм приводит к тому, что вырез расположится вне области распространения света в резонаторе и не окажет значительного воздействия на дисперсионные характеристики.

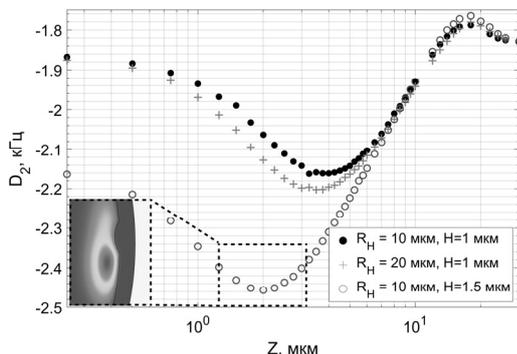


Рис. 6. Рассчитанная величина дисперсии D_2 микрорезонатора для различных параметров R_H , H , и Z . На вставке показано характерное распределение поля в отмеченной пунктиром области

Зависимость изменения дисперсионных характеристик от H представлена на рис. 7. На ней видно, что

при достижении определенного порога по глубине выемки дальнейшее ее увеличение не приводит к значительному росту D_2 , так как при этом не возникает расщепления формы моды и поле сосредотачивается в области между выемкой и основной образующей резонатора (рис. 9).

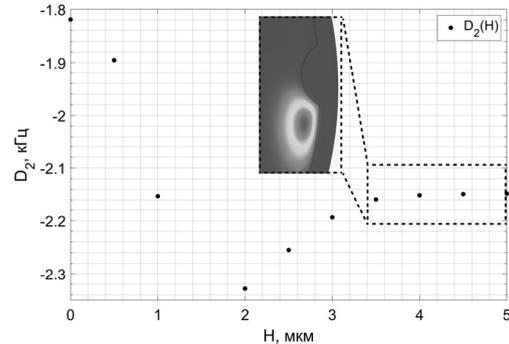


Рис. 7. Рассчитанная величина дисперсии D_2 для различных параметров H при $Z=3,5$ мкм. На вставке показано характерное распределение поля в отмеченной пунктиром области

Рассмотрим теперь, как рассматриваемый эффект проявляется при различных соотношениях геометрических размеров резонатора и длины волны, а также покажем, что эффект проявляется по-разному в зависимости от длины волны. Был выполнен расчёт для радиусов резонатора от 0,3 до 2,3 мм и для частот от 161 ТГц до 245 ТГц. На рис. 8а, б показан расчёт D_2 и D_{Σ} для микрорезонатора при отсутствии неравномерности. На рис. 8в, г показаны величины изменения D_2 и D_{Σ} при добавлении неравномерности. Видно, что в зависимости от длины волны величина эффекта заметно различается. Из рисунков понятно, что добавление неравномерности смещает положения нулевых значений D_2 и D_{Σ} .

Стоит отметить, что наличие микропрофилирования может приводить к расщеплению формы моды, этот эффект особо чувствителен к значению глубины неравномерности H . При увеличении глубины неравномерности до 1,5 мкм и более происходит расщепление формы моды на 2 части (рис. 9).

Наличие нескольких выемок в области распространения моды также приводит к её существенному искажению либо расщеплению формы (рис. 10).

Таким образом, результаты исследования свидетельствуют о зависимости дисперсионных характеристик ОМР и формы моды от параметров неравномерности образующей, что подтверждает важность контроля состояния поверхности в области распространения моды при изготовлении микрорезонаторов, а также дает возможность корректировать значение дисперсии с помощью микропрофилирования.

Заключение

В работе продемонстрирован метод расчета суммарной дисперсии кристаллических ОМР, применяемых для создания так называемых «керровских» гре-

бенок, с помощью МКЭ, а также исследовано влияние неравномерности образующей на величину дисперсионных характеристик на примере ОМР из CaF_2 . Авторами показано, что наличие на поверхности неравномерности может приводить к эффекту расщепления формы моды в микрорезонаторах, отмечается важность учёта этого эффекта при конструировании устройств на основе оптических ОМР. Выявлено, что значение дисперсии ОМР можно корректировать с помощью нанесения выемок на его поверхность, однако микропрофилирование может негативно влиять на ширину ОЧГ и положение дисперсионной волны. Показано, что данный эффект особо зависит от положения и значения глубины неравномерности.

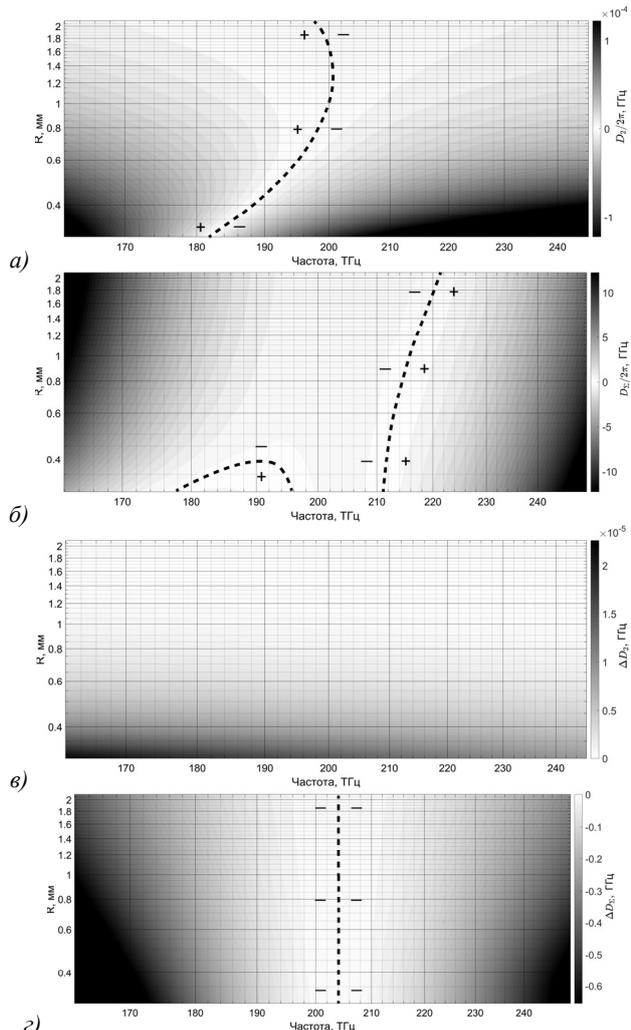


Рис. 8. а), б) – Расчёт коэффициента дисперсии второго порядка D_2 микрорезонатора с $r = 400$ мкм в отсутствие неравномерности для различных длин волн и геометрических размеров. Пунктиром показана область, в которой наблюдаются нулевые значения дисперсии D_2 ; в), г) расчёт изменения дисперсии микрорезонатора при добавлении неравномерности с $H = 3,0$ мкм, $Z = 2$ мкм и $R_H = 100$ мкм

Благодарности

Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП ВНИИОФИ (скр.vniiofi.ru). Работа поддержана

Российским научным фондом (проект № 21-72-00132). Данилин А.Н. является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

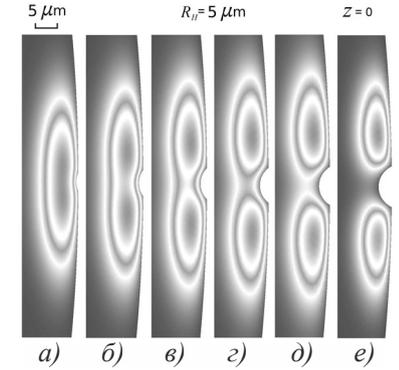


Рис. 9. Расщепление формы моды ОМР из CaF_2 с $R = 1600$ мкм, $r = 100$ мкм при увеличении глубины неравномерности образующей H при $R_H = 5$ мкм, $Z = 0$, $\lambda \sim 1550$ нм. (а) $H = 0,5$ мкм; (б) $H = 1,0$ мкм; (в) $H = 1,5$ мкм; (г) $H = 2,0$ мкм; (д) $H = 2,5$ мкм; (е) $H = 3,0$ мкм

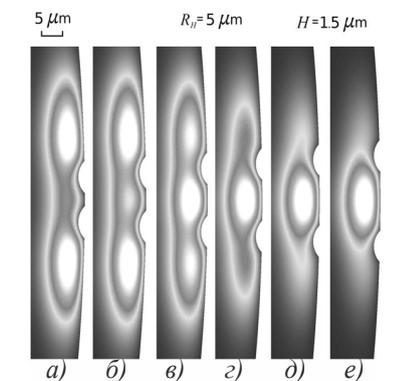


Рис. 10. Расщепление формы моды ОМР из CaF_2 с $R = 1600$ мкм, $r = 100$ мкм при увеличении расстояния между неравномерностями образующей с $H = 1,5$ мкм, $R_H = 5$ мкм, $\lambda \sim 1550$ нм. (а) $Z = \pm 5$ мкм; (б) $Z = \pm 6$ мкм; (в) $Z = \pm 7$ мкм; (г) $Z = \pm 8$ мкм; (д) $Z = \pm 9$ мкм; (е) $Z = \pm 10$ мкм

References

- [1] Hänsch TV. Passion for precision [In Russian]. Uspekhi Fizicheskikh Nauk 2006; 176(12): 1368-1380.
- [2] Hall JL. Determining and measuring optical frequencies: the future of optical clocks – and more [In Russian]. Uspekhi Fizicheskikh Nauk 2006; 176(12): 1353-1367.
- [3] Gorodetsky ML. Optical microresonators with a giant Q-factor [In Russian]. Moscow: "Fizmatlit" Publisher; 2011.
- [4] Chuprina IN, Kalachev AA. Optimizing the dispersion properties of a ring microresonator. Computer Optics 2017; 41(2): 155-159. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-155-159.
- [5] Strekalov DV, Marquardt C, Matsko AB, Schwefel HG, Leuchs G. Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators. J Opt 2016; 18(12): 123002. DOI: 10.1088/2040-8978/18/12/123002.
- [6] Lin G, Coillet A, Chembo YK. Nonlinear photonics with high-Q whispering-gallery-mode resonators. Adv Opt Photonics 2017; 9(4): 828-890. DOI: 10.1364/AOP.9.000828.
- [7] Kippenberg TJ, Holzwarth R, Diddams SA. Microresonator-based optical frequency combs. Science 2011; 332: 555-559. DOI: 10.1126/science.1193968.

- [8] Liang W, Ilchenko VS, Savchenkov AA, Matsko AB, Seidel D, Maleki L. Whispering-gallery-mode-resonator-based ultranarrow linewidth external-cavity semiconductor laser. *Opt Lett* 2010; 35(16): 2822-2824. DOI: 10.1364/OL.35.002822.
- [9] Pasquazi A, Peccianti M, Razzari L, et al. Micro-combs: A novel generation of optical sources. *Phys Rep* 2018; 729: 1-81. DOI: 10.1016/j.physrep.2017.08.004.
- [10] Kippenberg TJ, Gaeta AL, Lipson M, Gorodetsky ML. Dissipative Kerr solitons in optical microresonators. *Science* 2018; 361(6402): eaan8083. DOI: 10.1126/science.aan8083.
- [11] Lobanov VE, Likhachev G, Kippenberg TJ, Gorodetsky ML. Frequency combs and platicons in optical microresonators with normal GVD. *Opt Express* 2015; 23: 7713. DOI: 10.1364/OE.23.007713.
- [12] Lobanov VE, Kondratiev NM, Shitikov AE, Galiev RR, Bilenko IA. Generation and dynamics of solitonic pulses due to pump amplitude modulation at normal group-velocity dispersion. *Phys Rev A* 2019; 100: 013807. DOI: 10.1103/PhysRevA.100.013807.
- [13] Pavlov NG, Likhachev G, Koptyaev S, Lucas V, Karpov M, Kondratiev NM, Bilenko IA, Kippenberg TJ, Gorodetsky ML. Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators. *Opt Lett* 2017; 42: 514. DOI: 10.1364/OL.42.000514.
- [14] Galie RR, Pavlov NG, Kondratiev NM, Koptyaev S, Lobanov VE, Voloshin AS, Gorodetskiy AS, Gorodetsky ML. Spectrum collapse, narrow linewidth, and Bogatov effect in diode lasers locked to high-Q optical microresonators. *Opt Express* 2018; 26: 30509. DOI: 10.1117/12.2555863.
- [15] Kondratiev NM, Lobanov VE, Cherenkov AV, Voloshin AS, Pavlov NG, Koptyaev S, Gorodetsky ML. Self-injection locking of a laser diode to a high-Q WGM microresonator. *Opt Express* 2017; 25(23): 28167-28178. DOI: 10.1364/OE.25.028167.
- [16] Raja AS, Voloshin AS, Guo H, Agafonova SE, Liu J, Gorodetskiy AS, Karpov M, Pavlov NG, Lucas E, Galiev RR, Shitikov AE, Jost JD, Gorodetsky ML, Kippenberg TJ. Electrically pumped photonic integrated soliton microcomb. *Nat Commun* 2019; 10(1): 680. DOI: 10.1038/s41467-019-08498-2.
- [17] Degtyarev SA, Podlipnov VV, Verma P, Khonina SN. 3D-simulation of silicon micro-ring resonator with Comsol. *Proc SPIE* 2016; 10224: 102241L. DOI: 10.1117/12.2266783.
- [18] Min'kov KN, Likhachev GV, Pavlov NG, Danilin AN, Shitikov AE, Lonshakov EA, Lobanov VE, Bilenko IA, Yurin AI, Bulygin FV. Fabrication of high-Q crystalline whispering gallery mode microcavities using single-point diamond turning. *J Opt Technol* 2021; 88(6): 348-353. DOI: 10.1364/JOT.88.000348.
- [19] Fujii S, Tanabe T. Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for Kerr frequency comb generation. *Nanophotonics* 2020; 9(5): 1087-1104. DOI: 10.1515/nanoph-2019-0497.
- [20] Grudinin IS, Yu N. Dispersion engineering of crystalline resonators via microstructuring. *Optica* 2015; 2(3): 221-224. DOI: 10.1364/OPTICA.2.000221.
- [21] Riemensberger J, Hartinger K, Herr T, Brasch V, Holzwarth R, Kippenberg TJ. Dispersion engineering of thick high-Q silicon nitride ring-resonators via atomic layer deposition. *Opt Express* 2012; 20: 27661-27669. DOI: 10.1364/OE.20.027661.
- [22] Xu C, Ma J, Ke C, et al. Microcavity dispersion engineering for the visible optical frequency comb generation. *Appl Phys Lett* 2019; 114: 091104. DOI: 10.1063/1.5080126.
- [23] Jin X, Wang J, Wang M, Dong Y, Li F, Wang K. Dispersion engineering of a microsphere via multi-layer coating. *Appl Opt* 2017; 56: 8023-8028. DOI: 10.1364/AO.56.008023.
- [24] Liang H, He Y, Luo R, Lin Q. Ultra-broadband dispersion engineering of nanophotonic waveguides. *Opt Express* 2016; 24: 29444-29451. DOI: 10.1364/OE.24.029444.
- [25] Castelli F, Brambilla M, Gatti A, Prati F, Lugiato LA. The LLE, pattern formation and a novel coherent source. *Eur Phys J D* 2017; 71: 84. DOI: 10.1140/epjd/e2017-70754-1.
- [26] Oxborrow M. How to simulate the whispering-gallery modes of dielectric microresonators in FEMLAB/COMSOL. *Proc SPIE* 2007; 6452: 64520J. DOI: 10.1117/12.714954.
- [27] Kondratiev NM, Voloshin AS, Lobanov VE, Bilenko IA. Numerical modeling of WGM microresonator Kerr frequency combs in self-injection locking regime. *Proc SPIE* 2020; 11358: 113580O. DOI: 10.1117/12.2555863.
- [28] Kondratiev NM, Gorodetsky ML. Thermorefractive noise in whispering gallery mode microresonators: Analytical results and numerical simulation. *Phys Lett A* 2018; 2265: 382. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.04.043.
- [29] Sellmeier W. Ueber die durch die Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die ersteren, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien. *Annalen der Physik* 1872; 223(11): 386-403. DOI: 10.1002/andp.18722231105.
- [30] Refractive index database. 2021. Source: <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=MgF2&page=Dodge-oñ>.
- [31] Kondratiev NM, Lobanov VE. Modulational instability and frequency combs in whispering-gallery mode microresonators with backscattering. *Phys Rev A* 2020; 101: 013816. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.013816.
- [32] Cherenkov AV, Lobanov VE, Gorodetsky ML. Dissipative Kerr solitons and Cherenkov radiation in optical microresonators with third-order dispersion. *Phys Rev A* 2017; 95: 033810. DOI: 10.1103/PhysRevA.95.033810.
- [33] Brasch V, Geiselmann M, Herr T. Photonic chip-based optical frequency comb using soliton Cherenkov radiation. *Science* 2016; 351(6271): 357-360. DOI: 10.1364/CLEO_SI.2015.STh4N.1.

Сведения об авторах

Данилин Андрей Николаевич, 1998 года рождения, в 2022 г. получил степень магистра физики, является аспирантом физического факультета в МГУ им. М.В. Ломоносова и работает научным сотрудником в Российском Квантовом Центре в лаборатории когерентной микрооптики и радиофотоники. Научные интересы: высокочастотные микрорезонаторы, моды шепчущей галереи и магнитооптические взаимодействия, генерация оптических частотных гребенок, узкополосные лазеры, интегральная фотоника, самоинжекция лазеров, параметрическая генерация.

E-mail: a31a712@bk.ru.

Юрин Александр Игоревич, 1979 года рождения, в 2002 г. окончил Московский институт электроники и математики по специальности «Метрология и метрологическое обеспечение», кандидат технических наук, доцент. Работает доцентом Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». Область научных интересов: метрология, коррекция погрешностей, численное моделирование, оптика. E-mail: ayurin@hse.ru.

Кондратьев Никита Михайлович, 1988 года рождения, в 2011 г. окончил МГУ им. Ломоносова, а в 2016 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Приборы и методы экспериментальной физики» на физическом факультете МГУ. Работает старшим научным сотрудником ООО «МЦКТ». Область научных интересов: оптический микрорезонатор, моды шепчущей галереи, численное моделирование, нелинейная оптика, затягивание частоты, оптические гребёнки. E-mail: noxobar@mail.ru.

Ружицкая Дарья Дмитриевна, 1993 года рождения, в 2018 г. окончила МГУ им. Ломоносова по специальности «Оптика». Работает младшим научным сотрудником ООО «МЦКТ». Область научных интересов: оптический микрорезонатор, моды шепчущей галереи, нелинейная оптика, экспериментальное исследование высокочастотных оптических резонаторов. E-mail: dariaruzh@yandex.ru.

Дмитриев Никита Юрьевич, 1995 года рождения, в 2018 году окончил Московский физико-технический институт (МФТИ) по специальности «Прикладная физика и математика». Является аспирантом МФТИ и работает в ООО «МЦКТ» в должности научного сотрудника. Область научных интересов: оптический микрорезонатор, моды шепчущей галереи, нелинейная оптика, инжиниринг дисперсии групповых скоростей, экспериментальное исследование высокочастотных оптических резонаторов, оптические частотные гребенки. E-mail: nkdmitriev@gmail.com.

Булыгин Федор Владиленович, 1962 года рождения, в 1985 г. окончил МГУ им. Ломоносова по специальности «Физика», доктор технических наук. Работает первым заместителем директора по науке ФГБУ ВНИИМС. Область научных интересов: метрология, компьютерная оптика. E-mail: fbulvigin@vniims.ru.

Семенчинский Сергей Георгиевич, доктор физико-математических наук. Работает главным научным сотрудником в ФГБУ ВНИИМС. Область научных интересов: метрология, компьютерная оптика. E-mail: semench-vm@vniims.ru.

Красивская Мария Игоревна, 1983 года рождения, в 2006 г. окончила Московский институт электроники и математики по специальности «Метрология и метрологическое обеспечение». Работает старшим преподавателем Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». Область научных интересов: метрология, автоматизация измерений, компьютерные измерительные технологии. E-mail: mkrasivskysya@hse.ru.

Миньков Кирилл Николаевич, 1992 года рождения, в 2016 г. окончил Московский институт электроники и математики по направлению «Электроника и наноэлектроника», кандидат технических наук. Работает в ООО «МЦКТ». Область научных интересов: микрорезонаторы, моды шепчущей галереи, добротность, дисперсия групповых скоростей, видимый диапазон, средний ИК-диапазон, задание дисперсии, оптическая частотная гребенка. E-mail: k.n.minkov@yandex.ru.

ГРНТИ: 47.35.39

Поступила в редакцию 18 января 2023 г. Окончательный вариант – 15 февраля 2023 г.

Evaluation of the influence of surface irregularity of optical crystal microresonators on their dispersion characteristics

A.N. Danilyn¹, A.I. Yurin^{2,4}, N.M. Kondratyev¹, D.D. Ruzhitskaya¹, N.Yu. Dmitriev¹, F.V. Bulygin³,
S.G. Semenchinsky³, M.I. Krasivskaya², K.N. Min'kov¹

¹Russian Quantum Center,

121205, Moscow, Territory of the Skolkovo Innovation Center, Bolshoy Boulevard, 30, building 1;

²HSE University, 101000, Moscow, Russia, Myasnitskaya 20;

³All-Russian Scientific Research Institute of Metrological Service, 119361, Moscow, Russia, Ozernaya 46;

⁴All-Russian Scientific Research Institute for Optical and Physical Measurements,
119361, Moscow, Russia, Ozernaya 46

Abstract

Advantages and prospects of using optical microresonators for the development of measuring instruments based on frequency combs are described. A principle of a frequency comb generator based on an optical microresonator is considered. An example of modeling the properties of microresonators used to generate optical frequency combs is considered. The influence of the nonuniformity of the optical microresonator's generatrix on the value of the total dispersion has been studied. It is shown that the presence of nonuniformity on the surface affects the dispersion parameters and can also lead to the effect of mode shape splitting in microresonators. We have shown that this effect is particularly dependent on the position and the value of the depth of nonuniformity.

Keywords: whispering-gallery-mode microresonators, finite element method, dispersion engineering.

Citation: Danilyn AN, Yurin AI, Kondratyev NM, Ruzhitskaya DD, Dmitriev NY, Bulygin FV, Semenchinskiy SG, Krasivskaya MI, Min'kov KN. Evaluation of the influence of surface irregularity of optical crystal microresonators on their dispersion characteristics. *Computer Optics* 2023; 47(4): 580-587. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1100.

Acknowledgements: This work was supported by the All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements Federal State Unitary Enterprise (VNIIOFI). We also acknowledge the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics "BASIS" for personal support.

Authors' information

Andrey Nikolaevich Danilin (b. 1998) earned an MSc in "Physics" (2022) and is currently a PhD student at Lomonosov Moscow State University. He conducts experimental research in the Laboratory of Coherent Microoptics and Radiophotonics at the Russian Quantum Center. His research interests revolve around high-Q whispering-gallery-mode microresonators and magneto-optics in them, optical frequency comb generation, narrow linewidth lasers, integrated photonics, self-injection locking. E-mail: a31a712@bk.ru.

Alexander Igorevich Yurin (b. 1979) graduated from the Moscow Institute of Electronics and Mathematics (MIEM) in 2002 with a degree in «Metrology and Metrological Assurance», PhD. Works as the associate professor of HSE University. Research interests: metrology, error correction, modeling of metrological characteristics. E-mail: ayurin@hse.ru.

Nikita Mikhailovich Kondratyev (b. 1989) graduated from Moscow State University in 2011. Kondratyev defended his Ph.D. thesis in "Instruments and Methods of Experimental Physics" at the Physics faculty of Moscow State University in 2016. He is a senior researcher at MCKT LLC. Research interests: optical microresonators, feedback, nonlinearity, frequency pulling, dissipative soliton. E-mail: noxobar@mail.ru.

Daria Dmitrievna Ruzhitskaya, (b. in 1993) graduated from Moscow State University in 2018. Lomonosov with a degree in Optics. Works as a junior researcher at MCCT LLC. Research interests: optical microresonators, whispering gallery modes, nonlinear optics, experimental study of high-quality optical resonators. E-mail: dariaruzh@yandex.ru.

Nikita Yurievich Dmitriev (b. 1995) graduated from Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT) in 2018. He is a PhD student of MIPT and researcher at MCKT LLC. Research interests: optical microresonators, whispering

gallery modes, nonlinear optics, dispersion engineering, experimental study of high-quality optical resonators, optical frequency combs. E-mail: nkdmiriev@gmail.com.

Fedor Vladilenovich Bulygin (b. 1962) graduated from Moscow State University in 1985 with a degree in «Physics», Doctor of Technical Sciences. Works as the deputy Director at FSUE «All-Russian Scientific Research Institute of Metrological Service». Research interests: metrology, optics. E-mail: fbulygin@vniims.ru.

Sergey Georgievich Semenchinskiy. Works as the head of department at FSUE «All-Russian Scientific Research Institute of Metrological Service». Research interests: metrology, optics. E-mail: semench-vm@vniims.ru.

Mariya Igorevna Krasivskaya (b. 1983) graduated from the Moscow Institute of Electronics and Mathematics (MIEM) in 2006 with a degree in «Metrology and Metrological Assurance». Works as the senior lecturer of HSE University. Research interests: metrology, measurements automation, computer measurement technologies. E-mail: mkrasivskaya@hse.ru.

Kirill Nikolaevich Min'kov (b. 1992) graduated from the Moscow Institute of Electronics and Mathematics (MIEM) in 2016 with a degree in «Microelectronics and Nanoelectronics», PhD. Works as the International Center for Quantum Optics & Quantum Technologies Limited Liability Company. Research interests: microresonators, whispering gallery modes, Q factor, group velocity dispersion, visible range, mid-IR range, dispersion setting, optical frequency comb. E-mail: k.n.minkov@yandex.ru.

Received January 18, 2023. The final version – February 15, 2023.
