

## Модифицированные методы призмы для измерения показателя преломления твердых и жидких веществ

А.И. Юрин<sup>1,2</sup>, Г.Н. Вишняков<sup>2,3</sup>, В.Л. Минаев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
101000, Россия, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20;

<sup>2</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,  
119361, Россия, г. Москва, ул. Озерная, д. 46;

<sup>3</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
105005, Россия, г. Москва, 2-я Бауманская улица, д. 5, стр. 4

### Аннотация

Рассмотрены методы измерений показателя преломления оптически прозрачных диэлектрических материалов. Предложены модифицированные методы, основанные на методах наименьшего отклонения и постоянного отклонения, позволяющие определять показатель преломления трехгранных призм с неизвестными преломляющими углами. В предложенных методах производят измерения углов отклонения света на трех гранях призмы, а показатель преломления материала и преломляющие углы определяют из решения системы уравнений. Для реализации предложенных методов применена гониометрическая система, предназначенная для измерения углов между плоскими поверхностями объектов в ручном и автоматизированном режимах. Исследованы образцы в виде образцовой призмы из оптического стекла марки N-SF1 и полую призму, заполненную дистиллированной водой. Проведено сравнение предложенных методов и оценка погрешности измерений. Показано, что модифицированные методы можно применять для высокоточных измерений показателя преломления в тех случаях, когда преломляющие углы призмы неизвестны или их измерение связано с техническими трудностями.

**Ключевые слова:** показатель преломления, рефрактометрия, гониометр, метод призмы, оптические материалы.

**Цитирование:** Юрин, А.И. Модифицированные методы призмы для измерения показателя преломления твердых и жидких веществ / А.И. Юрин, Г.Н. Вишняков, В.Л. Минаев // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 3. – С. 392-397. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1230.

**Citation:** Yurin AI, Vishnyakov GN, Minaev VL. Modified prism methods for measuring the refractive index of solid and liquid substances. Computer Optics 2023; 47(3): 392-397. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1230.

### Введение

Показатель преломления вещества зависит от многих параметров – агрегатного состояния, химического состава, температуры, длины волны излучения и т.д. и является важной характеристикой, позволяющей получать информацию об исследуемых объектах.

Измерение показателя преломления применяют при анализе состава веществ в химии и медицине, для определения состава газов при контроле загрязнений и экологическом мониторинге, дистанционном измерении температуры и давления, при контроле и анализе причин неработоспособности различных приборов [1]. Высокоточные измерения показателя преломления также необходимы в пищевой промышленности [2, 3], в астрономии [4, 5], в оптической промышленности при изготовлении волоконной оптики [6, 7], призм [8], зеркал [9], а также могут применяться для идентификации биологических объектов [10] и т.д.

Хорошо известны классические методы определения показателя преломления, основанные на измерении угла преломления или разности хода лучей при

прохождении через объект. Это рефрактометрические [11] и интерференционные методы [12], при реализации которых используют формулы расчета параметров света при его взаимодействии с веществом согласно законам оптики.

При этом широкое распространение получили методы, основанные на измерении углов отклонения света, проходящего через трехгранную призму, т.н. методы призмы, которые обеспечивают высокую точность измерений при технической простоте реализации [13–15]. Эти методы могут применяться как для твердых тел, так и для жидкостей, которые можно заливать в полую трехгранную призму с плоскопараллельными прозрачными иллюминаторами.

Измерения углов, необходимых для определения показателя преломления методами призмы, производят на специальных прецизионных углоизмерительных приборах – гониометрах. Современные автоматизированные гониометры имеют неподвижный цифровой автоколлиматор, поворотный предметный стол и могут использоваться для измерения углов отклонения лучей, преломленных или отраженных исследуемой призмой [16].

### 1. Методы призмы

Методы призмы получили большую популярность для определения показателя преломления твердых и жидких веществ благодаря простоте и высокой точности измерений. Кроме того, призма позволяет производить измерения и в невидимых областях спектра – ультрафиолетовой (УФ) и инфракрасной (ИК) при условии применения соответствующих источников и приемников излучения. Качество изготовления образцов должно соответствовать требованиям, указанным в [17].

Подобные методы предполагают измерение углов падения и преломления луча на гранях, по которым вычисляют показатель преломления материала призмы. При этом известны различные варианты их реализации – метод наименьшего отклонения [18], метод автоколлимации [17] и метод постоянного отклонения [19]. Иногда применяют также метод скользящего вхождения лучей [19]. Наибольшую популярность получил метод наименьшего отклонения (МНО) благодаря своей универсальности и высокой точности измерений.

Рассмотрим процесс преломления света трехгранной призмой (рис. 1). Луч света, падающий на одну из граней под углом  $\varphi_1$ , дважды преломляется согласно закону Снелла [20] на углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$ , выходит под углом  $\varphi_2$  и отклоняется на некоторый угол  $\varepsilon$  от первоначального направления, который можно рассчитать по формуле [21]:

$$\varepsilon = \varphi_1 - \alpha + \arcsin [n \sin (\alpha - \arcsin (\sin \varphi_1 / n))], \quad (1)$$

где  $n$  – показатель преломления материала призмы,  $\alpha$  – преломляющий угол призмы (угол между рабочими гранями).

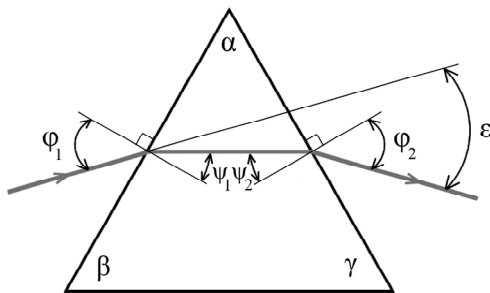


Рис. 1. Преломление луча света на гранях призмы:  $\varphi_1$  – угол падения на входную грань,  $\varphi_2$  – угол выхода луча,  $\psi_1$  – угол преломления на входной грани,  $\psi_2$  – угол падения на выходной грани,  $\varepsilon$  – угол отклонения луча,  $\alpha, \beta, \gamma$  – преломляющие углы призмы

Наименьшее возможное значение угла отклонения  $\varepsilon_{\min}$  определяется как минимум функции (1) по углу  $\varphi_1$  [22]:

$$\varepsilon_{\min} = 2 \arcsin [n \sin (\alpha / 2)] - \alpha. \quad (2)$$

Определение  $\varepsilon_{\min}$  и является сутью МНО. В этом случае для расчета показателя преломления используют формулу, которая следует из уравнения (2):

$$n = \sin ((\alpha + \varepsilon_{\min}) / 2) / \sin (\alpha / 2). \quad (3)$$

В методе автоколлимации добиваются перпендикулярного падения луча на выходную грань и используют простую формулу

$$n = \sin \varphi_1 / \sin \alpha. \quad (4)$$

Для метода постоянного отклонения, когда величине  $\varepsilon$  придают некоторое постоянное значение, показатель преломления определяют по результатам измерений углов  $\varphi_2$  и  $\alpha$ .

Таким образом, для расчета показателя преломления методами призмы преломляющий угол  $\alpha$  должен быть заранее известен либо предварительно измерен с высокой точностью, что может быть связано с техническими сложностями. Для измерения  $\alpha$  необходимо использовать излучение, отраженное от грани призмы и значительно меньшее по интенсивности, чем преломленное призмой, что создает сложности при обработке сигналов и автоматизации измерений. Поэтому разработка новых методов, позволяющих произвести измерения без априорной информации о призме, является актуальной задачей.

### 2. Модифицированный метод наименьшего отклонения

Суть модификации метода наименьшего отклонения, предложенной в данной работе, состоит в следующем. Для определения показателя преломления производят измерение угла наименьшего отклонения  $\varepsilon_{\min\alpha}, \varepsilon_{\min\beta}, \varepsilon_{\min\gamma}$  на всех трех гранях призмы с преломляющими углами  $\alpha, \beta$ , и  $\gamma$  соответственно. Далее составляют систему уравнений на основе (2) и свойств треугольника

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\min\alpha} &= 2 \arcsin [n \sin (\alpha / 2)] - \alpha, \\ \varepsilon_{\min\beta} &= 2 \arcsin [n \sin (\beta / 2)] - \beta, \\ \varepsilon_{\min\gamma} &= 2 \arcsin [n \sin (\gamma / 2)] - \gamma, \\ \alpha + \beta + \gamma &= \pi, \end{aligned} \quad (5)$$

из решения которой вычисляют значения показателя преломления и неизвестных углов призмы. Решение подобной системы уравнений можно произвести с помощью пакетов прикладного программного обеспечения, например, Mathcad (<https://www.mathcad.com/en/>).

Таким образом, при применении модифицированного метода отпадает необходимость предварительного измерения преломляющих углов, характерная для классического МНО.

### 3. Модифицированный метод постоянного отклонения

Метод постоянного отклонения также можно модифицировать таким образом, чтобы не было необходимости измерять преломляющие углы. Для этого следует найти все возможные угловые положения призмы, при которых луч отклонится на некоторый фиксированный угол  $\varepsilon_1$  относительно исходного направления. С учетом того, что  $\varepsilon_1$  выбирается боль-

шим, чем  $\varepsilon_{\min}$ , то можно найти 2 угловых положения для каждой рабочей грани –  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{12}$ , когда луч, падающий на входную грань под углом  $\varphi_1$ , отклонится на угол  $\varepsilon_1$ . Так как начальное угловое положение призмы неизвестно, значение  $\varphi_{11}$  можно использовать как начало отсчета, тогда  $\varphi_{12} = \varphi_{11} + \Delta\varphi$ , где угол  $\Delta\varphi$  необходимо измерить. После этого составляют систему уравнений на основании формулы (1):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1\alpha} &= \varphi_{11\alpha} - \alpha + \arcsin [n \sin (\alpha - \arcsin (\sin \varphi_{11\alpha} / n))], \\ \varepsilon_{1\alpha} &= \varphi_{11\alpha} + \Delta\varphi_{\alpha} - \alpha + \\ &+ \arcsin [n \sin (\alpha - \arcsin (\sin (\varphi_{11\alpha} + \Delta\varphi_{\alpha}) / n))], \\ \varepsilon_{1\beta} &= \varphi_{11\beta} - \beta + \arcsin [n \sin (\beta - \arcsin (\sin \varphi_{11\beta} / n))], \\ \varepsilon_{1\beta} &= \varphi_{11\beta} + \Delta\varphi_{\beta} - \beta + \\ &+ \arcsin [n \sin (\beta - \arcsin (\sin (\varphi_{11\beta} + \Delta\varphi_{\beta}) / n))], \\ \varepsilon_{1\gamma} &= \varphi_{11\gamma} - \gamma + \arcsin [n \sin (\gamma - \arcsin (\sin \varphi_{11\gamma} / n))], \\ \varepsilon_{1\gamma} &= \varphi_{11\gamma} + \Delta\varphi_{\gamma} - \gamma + \\ &+ \arcsin [n \sin (\gamma - \arcsin (\sin (\varphi_{11\gamma} + \Delta\varphi_{\gamma}) / n))], \\ \alpha + \beta + \gamma &= \pi. \end{aligned} \quad (6)$$

Из решения данной системы уравнений находят значения преломляющих углов, а также показателя преломления материала призмы.

#### 4. Экспериментальные исследования

В качестве образцов для экспериментальных исследований была выбрана образцовая призма из оптического стекла марки N-SF1, изготовленная компанией Schott и принимавшая участие в международных сличениях [23], благодаря которым был с высокой точностью определен её показатель преломления в широком диапазоне длин волн.

В качестве образца жидкости использована полая призма, наполненная дистиллированной водой. Экспериментально определенное влияние клиновидности прозрачных иллюминаторов на отклонение луча не превышает  $\pm 0,5''$ .

Для определения углов отклонения света применялась гониометрическая система производства ООО «Инертех» (Россия), позволяющая производить измерения в ручном и автоматизированном режимах (рис. 2).

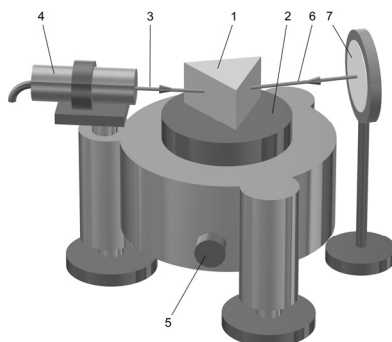


Рис. 2. Применение гониометрической системы для измерения показателя преломления: 1 – призма, 2 – поворотный стол, 3 – падающий луч, 4 – автоколлиматор, 5 – ручка ручного вращения, 6 – преломленный луч, 7 – неподвижное зеркало

Данная система оснащена автоколлиматором, предназначенным для измерения углов поворота и

наклона объектов, определения допусков формы и расположения отражающих поверхностей, измерения параметров оптических клиньев и т.д. с погрешностью не более  $0,25''$  (<http://inertech-ltd.com>).

Фотоэлектрический автоколлиматор формирует и направляет на исследуемый объект луч монохроматического света, а затем вырабатывает электрический сигнал в тот момент времени, когда отраженный назад луч распространяется строго по направлению исходящего луча (рис. 3).

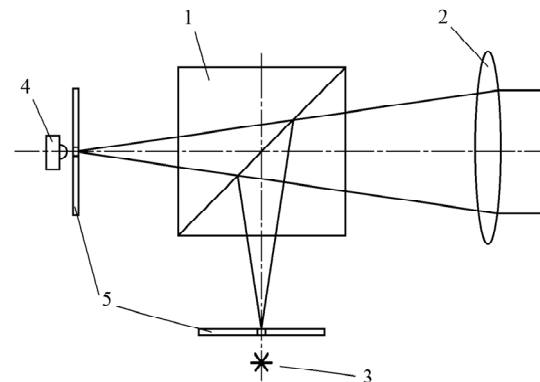


Рис. 3. Оптическая схема автоколлиматора: 1 – светоделительный куб, 2 – объектив, 3 – источник излучения, 4 – фотоприемное устройство, 5 – диафрагмы

Исследуемую призму 1 устанавливают на поворотном предметном столе 2, площадка которого юстируется так, чтобы нормали к граням призмы находились в плоскости падающего луча 3, а одна из отражающих граней находилась в поле зрения камеры автоколлиматора 4. Стол с призмой может поворачиваться вокруг вертикальной оси с помощью двигателя либо ручки ручного вращения 5, а значение угла поворота фиксируется с помощью фотоэлектрического углового энкодера [16]. На пути преломленного луча 6 устанавливают неподвижное зеркало 7 под углом  $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\min}$ . Таким образом, при изменении углового положения призмы можно дважды получить отражение луча от зеркала для каждой рабочей грани. При этом определяют углы достижения автоколлимации после отражения луча от неподвижного зеркала ( $\varphi_{11}, \varphi_{12}$ ), значения которых вычисляются по разности отсчетов в моменты автоколлимации при повороте предметного стола.

Для получения показаний используется персональный компьютер с установленным специализированным программным обеспечением GonioScan, предназначенным для управления данной гониометрической системой, вывода на экран автоколлимационной марки в режиме реального времени, отображения и записи результатов измерений.

С помощью подобной схемы можно определить также значение  $\varepsilon_{\min}$  для каждой грани, перемещая зеркало в сторону достижения минимально возможного угла отклонения луча, после чего на поворотный стол необходимо вместо призмы установить еще одно

вертикальное зеркало и с его помощью найти угловое положение, соответствующее  $\epsilon_{\min}$  для данной грани.

Все измерения выполнялись на длине волны источника излучения автоколлиматора  $\lambda \sim 650$  нм при температуре 21,5 °С.

Так как при проведении измерений призма находится в воздухе, значение абсолютного показателя преломления  $n_{\text{abs}}$  вычисляют по формуле [20]:

$$n_{\text{abs}} = n n_{\text{air}}, \tag{7}$$

где  $n_{\text{air}}$  – показатель преломления воздуха, вычисленный по формуле Эдлена [24].

### 5. Сравнение результатов

В табл. 1 и 2 приведены результаты измерения углов наименьшего отклонения для трех рабочих граней исследуемых призм. Стоит отметить, что из-за дисперсии света при его прохождении через призму происходит размытие изображения автоколлимационной марки, что затрудняет процесс ее идентификации и автоматизации процесса измерений. Данное явление приводит к увеличению среднего квадратического отклонения (СКО) результатов. Поэтому для снижения случайной составляющей погрешности желательно использовать лазерные источники излучения с дискретной длиной волны [25], что позволит уменьшить СКО до уровня  $1 \times 10^{-7}$ .

Табл. 1. Результаты измерений углов наименьшего отклонения для трех граней призмы из стекла марки N-SF 1

Параметр	Измеренное значение	СКО
$\epsilon_{\min\alpha}$ , рад	0,81081636	$1 \times 10^{-5}$
$\epsilon_{\min\beta}$ , рад	1,00483458	$2 \times 10^{-6}$
$\epsilon_{\min\gamma}$ , рад	1,30242432	$5 \times 10^{-6}$

Табл. 2. Результаты измерений углов наименьшего отклонения для трех граней полый призмы с дистиллированной водой

Параметр	Измеренное значение	СКО
$\epsilon_{\min\alpha}$ , рад	0,37399432	$3 \times 10^{-6}$
$\epsilon_{\min\beta}$ , рад	0,40819508	$1 \times 10^{-5}$
$\epsilon_{\min\gamma}$ , рад	0,44829053	$3 \times 10^{-6}$

В табл. 3 и 4 приведены результаты расчета преломляющих углов и показателя преломления, полученные после решения системы (5) с помощью надстройки «Поиск решений» Microsoft Excel (<https://www.microsoft.com/ru-ru/microsoft-365/excel>).

Для оценки погрешности измерений были вычислены референтные значения показателя преломления призм для длины волны 650 нм [23, 26].

Табл. 3. Результаты расчета абсолютного показателя преломления и преломляющих углов для призмы из стекла марки N-SF 1

Параметр	Рассчитанное значение	Номинальное значение	Абсолютная погрешность
$n_{\text{abs}}$	1,710994	1,710895	$1,0 \times 10^{-4}$
$\alpha$ , рад	0,924461	0,924428	$3,3 \times 10^{-5}$
$\beta$ , рад	1,047146	1,047180	$-3,4 \times 10^{-5}$
$\gamma$ , рад	1,169986	1,169985	$1,0 \times 10^{-6}$

Табл. 4. Результаты расчета абсолютного показателя преломления и преломляющих углов для полый призмы с дистиллированной водой

Параметр	Рассчитанное значение	Номинальное значение	Абсолютная погрешность
$n_{\text{abs}}$	1,331413	1,331512	$-1,0 \times 10^{-4}$
$\alpha$ , рад	0,980137	0,980193	$-5,6 \times 10^{-5}$
$\beta$ , рад	1,045348	1,045199	$1,5 \times 10^{-4}$
$\gamma$ , рад	1,116108	1,116201	$-9,3 \times 10^{-5}$

В табл. 5 и 6 приведены значения, полученные в результате измерения разницы между углами достижения автоколлимации для трех граней исследуемых призм. Угол отклонения луча  $\epsilon_1$  также был предварительно измерен с помощью вертикального зеркала, установленного на поворотный стол гониометрической системы.

Табл. 5. Результаты измерений разности углов достижения автоколлимации для трех граней призмы из стекла марки N-SF 1

Параметр	Измеренное значение	СКО
$\Delta\phi_\alpha$ , рад	0,23606949	$6 \times 10^{-5}$
$\Delta\phi_\beta$ , рад	0,24225149	$1 \times 10^{-4}$
$\Delta\phi_\gamma$ , рад	0,12273377	$4 \times 10^{-5}$
$\epsilon_\alpha$ , рад	0,82449645	$5 \times 10^{-6}$
$\epsilon_\beta$ , рад	1,02650847	$1 \times 10^{-6}$
$\epsilon_\gamma$ , рад	1,31305822	$2 \times 10^{-6}$

Табл. 6. Результаты измерений разности углов достижения автоколлимации для трех граней полый призмы с дистиллированной водой

Параметр	Измеренное значение	СКО
$\Delta\phi_\alpha$ , рад	0,38171909	$5 \times 10^{-5}$
$\Delta\phi_\beta$ , рад	0,25896475	$1 \times 10^{-4}$
$\Delta\phi_\gamma$ , рад	0,35788561	$7 \times 10^{-5}$
$\epsilon_\alpha$ , рад	0,39102512	$8 \times 10^{-6}$
$\epsilon_\beta$ , рад	0,41708812	$1 \times 10^{-5}$
$\epsilon_\gamma$ , рад	0,46830189	$6 \times 10^{-6}$

В табл. 7 и 8 приведены результаты расчета преломляющих углов и показателя преломления, полученные после решения системы (6) с помощью надстройки «Поиск решений» Microsoft Excel.

Табл. 7. Результаты расчета абсолютного показателя преломления и преломляющих углов для призмы из стекла марки N-SF 1

Параметр	Рассчитанное значение	Номинальное значение	Абсолютная погрешность
$n_{\text{abs}}$	1,711014	1,710895	$1,2 \times 10^{-4}$
$\alpha$ , рад	0,924431	0,924428	$3,0 \times 10^{-6}$
$\beta$ , рад	1,047118	1,047180	$-6,2 \times 10^{-5}$
$\gamma$ , рад	1,170043	1,169985	$5,8 \times 10^{-5}$

Табл. 8. Результаты расчета абсолютного показателя преломления и преломляющих углов для полый призмы с дистиллированной водой

Параметр	Рассчитанное значение	Номинальное значение	Абсолютная погрешность
$n_{\text{abs}}$	1,331479	1,331512	$-3,3 \times 10^{-5}$
$\alpha$ , рад	0,980151	0,980193	$-4,2 \times 10^{-5}$
$\beta$ , рад	1,045369	1,045199	$1,7 \times 10^{-4}$
$\gamma$ , рад	1,116071	1,116201	$-1,3 \times 10^{-4}$

## 6. Выводы

Таким образом, экспериментально определенная погрешность измерений показателя преломления не превысила  $\pm 1,2 \cdot 10^{-4}$ , что подтверждает возможность применения предложенных методов для измерений показателя преломления в тех случаях, когда преломляющие углы призмы неизвестны. При этом модифицированный МНО показал намного большую стабильность решений систем уравнений без настройки ограничений параметров и отличается меньшей трудоемкостью измерительных и вычислительных процедур по сравнению с модифицированным методом постоянного отклонения. Для дальнейшего снижения погрешности и возможности исследования дисперсионных характеристик образцов рекомендуется использовать лазерные источники излучения с фиксированной длиной волны.

Важным достоинством предложенных методов является то, что при их реализации не используется излучение, отраженное от граней призмы, что упрощает автоматизацию процесса измерений.

Методы позволяют определять показатель преломления также в УФ- и ИК-диапазонах. В этом случае вместо неподвижного зеркала необходимо установить приемник излучения, а источник излучения – вместо автоколлиматора, что устраняет необходимость применения светоделительных элементов, ограничивающих спектральный диапазон.

## Заключение

Предложенные в статье методы позволяют определить показатель преломления и преломляющие углы призмы по результатам измерений угла наименьшего отклонения либо разности углов достижения автоколлимации луча от неподвижного зеркала для трех рабочих граней путем решения системы уравнений. Данные методы можно применять для трехгранных призм из оптически прозрачных диэлектрических материалов, а также для жидких оптически прозрачных диэлектриков, помещенных в полую трехгранную призму.

## Благодарности

Работа выполнена с использованием оборудования ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений» (<http://vniiofi.ru>).

## References

[1] Kazanskiy NL, Butt MA, Degtyarev SA, Khonina SN. Achievements in the development of plasmonic waveguide sensors for measuring the refractive index. *Computer Optics* 2020; 44(3): 295-318. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-743.

[2] Oti W. Using refractometer to determine the sugar content in soft drinks commonly consumed in Abakaliki, Nigeria. *IOSR J Appl Chem* 2016; 9: 89-91. DOI: 10.9790/5736-0907018991.

[3] Shehadeh A, Evangelou A, Kechagia D, et al. Effect of ethanol, glycerol, glucose/fructose and tartaric acid on the refractive index of model aqueous solutions and wine samples. *Food Chem* 2020; 329: 127085. DOI: 10.1016/j.foodchem.2020.127085.

[4] Xu M, Shao S, Weng N, Zhou L, Liu Q, Zhao Y. Atmospheric optical turbulence characteristics over the ocean relevant to astronomy and atmospheric physics. *Appl Sci* 2021; 11: 10548. DOI: 10.3390/app112210548.

[5] Nitta T, Sekimoto Y, Hasebe T, et al. Design, fabrication and measurement of pyramid-type antireflective structures on columnar crystal silicon lens for millimeter-wave astronomy. *J Low Temp Phys* 2018; 193: 976-983. DOI: 10.1007/s10909-018-2047-4.

[6] Shengli X, Sujuan H, Cheng Y, Ning M, Tingyun W. Refractive index profile measurement of planar optical waveguides based on the near-field technique and digital holography. *Opt Fiber Technol* 2022; 72: 102991. DOI: 10.1016/j.yofte.2022.102991.

[7] Lee C, Choi H, Jin J, Cha M. Measurement of refractive index dispersion of a fused silica plate using Fabry–Perot interference. *Appl Opt* 2016; 55: 6285-6291. DOI: 10.1364/AO.55.006285.

[8] Rathmann CL, Mann GH, Nordberg ME. A new ultralow-expansion, modified fused-silica glass. *Appl Opt* 1968; 7: 819-823. DOI: 10.1364/AO.7.000819.

[9] Wray JH, Neu JT. Refractive index of several glasses as a function of wavelength and temperature. *J Opt Soc Am* 1969; 59: 774-776. DOI: 10.1364/JOSA.59.000774.

[10] Kuiper M, Van de Nes A, Nieuwland R, Varga Z, Van der Pol E. Reliable measurements of extracellular vesicles by clinical flow cytometry. *Am J Reprod Immunol* 2021; 85(2): e13350. DOI: 10.1111/aji.13350.

[11] Konopel'ko LA. Methods of refractive index measurements in physical chemistry [In Russian]. Moscow: Triumph Publisher; 2020. DOI: 10.32986/978-5-907052-08-03-2020-208.

[12] Baijin S, Beibei Q, Fan Z, Lixi Z, Ou X, Yuwen Q. Hybrid fiber interferometer sensor for simultaneous measurement of strain and temperature with refractive index insensitivity. *Opt Commun* 2022; 522: 128637. DOI: 10.1016/j.optcom.2022.128637.

[13] Leikin MV, Molochnikov BI, Morozov VN, Shakaryan ES. Reflective refractometry [In Russian]. Leningrad: "Mashinostroenie" Publisher; 1983.

[14] Astrua M, Pisani M. Prism refractive index measurement at INRiM. *Meas Sci Technol* 2009; 20: 095305. DOI: 10.1088/0957-0233/20/9/095305.

[15] Plotnichenko VG, Sokolov VO. Influence of absorption on the refractive index determination accuracy by the minimum deviation method. *Appl Opt* 2018; 57: 639-647. DOI: 10.1364/AO.57.000639.

[16] Pavlov PA, Filatov YuV, Zhuravleva IB. Calibration of rotary encoders with different interfaces by means of a dynamic goniometer. *Opt Eng* 2021; 60(7): 074105. DOI: 10.1117/1.OE.60.7.074105.

[17] GOST 28869-90. Optical materials. Methods of measuring the refractive index [In Russian]. – Moscow: "Izdatel'stvo standartov" Publisher; 1990.

[18] ISO 21395-1:2020. Optics and photonics – Test method for refractive index of optical glasses – Part 1: Minimum deviation method. Geneva, Switzerland: ISO; 2020.

[19] Yoffe BV. Refractometric methods of chemistry [In Russian]. Leningrad: "Himiya" Publisher; 1974.

[20] Born M, Wolf E. Principles of optics. Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light.

- 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999. ISBN: 978-0-521-64222-4.
- [21] Vishnyakov GN, Levin GG, Kornysheva SV, Zyuzev GN, Lyudomirskii MB, Pavlov PA, Filatov YuV. Measuring the refractive index on a goniometer in the dynamic regime. *J Opt Technol* 2005; 72(12): 929-933. DOI: 10.1364/JOT.72.000929.
- [22] Tilton LW. Prism refractometry and certain goniometrical requirements for precision (Classic reprint). Forgotten Books; 2017.
- [23] Vishnyakov GN, Fricke A, Parkhomenko NM, Hori Y, Pisani M. Report on supplementary comparison COOMET.PR-S3: refractive index. *Metrologia* 2016; 53: 1A. DOI: 10.1088/0026-1394/53/1A/02001.
- [24] Edlen B. The refractive index of air. *Metrologia* 1966; 2(2): 71-80. DOI: 10.1088/0026-1394/2/2/002.
- [25] Vishnyakov GN, Minaev VL, Bochkareva SS. State primary standard of refractive index GET 138-2021 [In Russian]. *Measurement Techniques* 2022; 5: 4-9. DOI: 10.32446/0368-1025it.2022-5-4-9.
- [26] Daimon M, Masumura A. Measurement of the refractive index of distilled water from the near-infrared region to the ultraviolet region. *Appl Opt* 2007; 46(18): 3811-3820. DOI: 10.1364/AO.46.003811.

### *Сведения об авторах*

**Юрин Александр Игоревич**, 1979 года рождения, в 2002 г. окончил Московский институт электроники и математики по специальности «Метрология и метрологическое обеспечение», кандидат технических наук, доцент. Работает доцентом Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Москва, Россия. Область научных интересов: метрология, коррекция погрешностей, оптико-физические измерения, рефрактометрия. E-mail: [ayurin@hse.ru](mailto:ayurin@hse.ru).

**Вишняков Геннадий Николаевич**, доктор технических наук, профессор. Работает заведующим лабораторией ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений», Москва, Россия. Область научных интересов: оптика, метрология, рефрактометрия, поляриметрия, эллипсометрия. E-mail: [vish@vniiofi.ru](mailto:vish@vniiofi.ru).

**Минаев Владимир Леонидович**, 1978 года рождения, доктор технических наук. Работает заведующим научно-исследовательского отделения голографии, оптической томографии, нанотехнологий и наноматериалов ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений», Москва, Россия. Область научных интересов: оптика, голография, оптическая томография, оптическая микроскопия. E-mail: [minaev@vniiofi.ru](mailto:minaev@vniiofi.ru).

ГРНТИ: 47.35.39

Поступила в редакцию 23 сентября 2022 г. Окончательный вариант – 17 января 2023 г.

---

# Modified prism methods for measuring the refractive index of solid and liquid substances

A.I. Yurin<sup>1,2</sup>, G.N. Vishnyakov<sup>2,3</sup>, V.L. Minaev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> HSE University, 101000, Moscow, Russia, Myasnitskaya 20;

<sup>2</sup> All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements, 119361, Moscow, Russia, Ozernaya 46;

<sup>3</sup> Bauman University, 105005, Moscow, Russia, 2 Baumanskaya 5, bld. 4

## Abstract

Methods for measuring the refractive index of optically transparent dielectric materials are considered. Modified methods based on the methods of minimum deviation and constant deviation are proposed and allow determining the refractive index of triangular prisms with unknown apex angles. In the proposed methods, the angles of light deviation on three faces of the prism are measured, and the refractive index of the material and the prism angles are determined from the solution of a system of equations. To implement the proposed methods, a goniometric system is used. That system was designed to measure angles between the flat surfaces of objects in manual and automated modes. Reference prism samples made of N-SF 1 optical glass, and a hollow prism filled with distilled water are studied. The proposed methods are compared and the measurement error is estimated. It is shown that the modified methods can be used for high-precision measurements of the refractive index in cases where the angles of the prism are unknown, or their measurement is associated with technical difficulties.

**Keywords:** refractive index, refractometry, goniometer, prism method, optical materials.

**Citation:** Yurin AI, Vishnyakov GN, Minaev VL. Modified prism methods for measuring the refractive index of solid and liquid substances. *Computer Optics* 2023; 47(3): 392-397. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1230.

**Acknowledgements:** This work was financially supported by the All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements (VNIIOFI).

---

## Authors' information

**Alexander Igorevich Yurin** (b. 1979) graduated from the Moscow Institute of Electronics and Mathematics (MIEM) in 2002 with a degree in "Metrology and Metrological Assurance", Candidate of Technical Sciences. Associate professor of HSE University, Moscow, Russia. Research interests: metrology, error correction, optical measurements, refractometry. E-mail: [ayurin@hse.ru](mailto:ayurin@hse.ru).

**Gennady Nikolaevich Vishnyakov**, Doctor of Technical Sciences, Professor. Works as the head of the laboratory of FSUE "All-Russian Research Institute of Optical and Physical Measurements", Moscow, Russia. Research interests: optics, metrology, refractometry, polarimetry, ellipsometry. E-mail: [vish@vniiofi.ru](mailto:vish@vniiofi.ru).

**Vladimir Leonidovich Minaev** (b. 1978), Doctor of Technical Sciences. Works as the head of the Research Department of Holography, Optical Tomography, Nanotechnology and Nanomaterials of FSUE "All-Russian Research Institute of Optical and Physical Measurements", Moscow, Russia. Research interests: optics, holography, optical tomography, optical microscopy. E-mail: [minaev@vniiofi.ru](mailto:minaev@vniiofi.ru).

---

Received September 23, 2022. The final version – January 17, 2023.

---