

Минимальное субволновое фокусное пятно по потоку энергии

С.С. Стафеев^{1,2}, В.Д. Зайцев^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

Теоретически и численно показано, что распределение осевого потока энергии в остром фокусе света с круговой и линейной поляризацией одинаковые и обладают круговой симметрией. Также показано, что равны осевые потоки энергии для оптических вихрей с единичным топологическим зарядом и с радиальной или азимутальной поляризацией. Минимальный диаметр (при прочих равных условиях) имеет фокусное пятно, измеренное по интенсивности для оптического вихря с азимутальной поляризацией. Немного больше (на доли процента) диаметр фокусного пятна, рассчитанного по потоку энергии для света с круговой или линейной поляризацией. Величина диаметра по интенсивности играет роль при взаимодействии света с веществом, а величина диаметра по потоку энергии влияет на разрешение в оптической микроскопии.

Ключевые слова: острая фокусировка, формулы Ричардса–Вольфа, поток энергии, радиальная поляризация, азимутальная поляризация, оптический вихрь.

Цитирование: Стафеев, С.С. Минимальное субволновое фокусное пятно по потоку энергии / С.С. Стафеев, В.Д. Зайцев // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 5. – С. 685-691. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-908.

Citation: Stafeev SS, Zaicev VD. A minimal subwavelength focal spot for the energy flux. Computer Optics 2021; 45(5): 685-691. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-908.

Введение

Острая фокусировка лазерного света с преодолением дифракционного предела постоянно находится в поле зрения ученых. Как известно, одним из приемов уменьшения фокусного пятна является использование света с неоднородной поляризацией (радиальной или азимутальной). Первая работа, в которой экспериментально было получено субволновое фокусное пятно с помощью света с радиальной поляризацией, была выполнена в 2003 году [1]. С помощью радиальной поляризации можно не только уменьшить фокусное пятно, но и увеличить глубину фокуса. Так, в работах [2, 3] с помощью фокусировки света с радиальной поляризацией получено фокусное пятно с диаметром по полуспаду интенсивности (FWHM) $0,4\lambda$ и с глубиной фокуса (DOF) 4λ . В [4] получили большую глубину фокуса $DOF=5\lambda$, но при этом и диаметр фокусного пятна увеличился ($FWHM=0,45\lambda$). В работе [5] глубина фокуса была равна $DOF=6,45\lambda$, а диаметр фокусного пятна был равен ($FWHM=0,42\lambda$). Еще длиннее «световая игла» получилась в работе [6]: $DOF=26\lambda$, $FWHM=0,58\lambda$. В работе [7] сравнили диаметры фокусных пятен при фокусировке пучка Лагерра–Гаусса и Бесселя–Гаусса с радиальной поляризацией. Фокусные пятна получились соответственно $FWHM=0,47\lambda$ и $FWHM=0,44\lambda$. В этой работе мы не будем рассматривать острую фокусировку плазмонов [8], так как теоретически плазмонные фокусные пятна могут быть сколь угодно малыми, хотя в работе [8] фокусное пятно имело размер

$FWHM=0,42\lambda$. Также мы не будем рассматривать фокусные пятна, которые получаются на основе эффекта суперосцилляций [9], так как теоретически фокусные пятна такого рода могут иметь любой малый размер, но и световая энергия, идущая на формирование таких фокусных пятен, составляет малые доли процента от энергии всего пучка. В работе [10] теоретически показано, что минимальное фокусное пятно для радиальной поляризации при числовой апертуре $NA=1$ и при ограничении пучка узкой кольцевой апертурой равно диаметру квадрата функции Бесселя нулевого порядка ($FWHM=0,36\lambda$). Известны также работы по получению субволнового фокусного пятна для света с линейной и азимутальной поляризацией. Так, в работе [11] с помощью фазовой зонной пластинки для света с линейной поляризацией получено эллиптическое фокусное пятно с размером по малой оси эллипса, равным $FWHM=0,44\lambda$. А в работах [12, 13] с помощью металинзы для света с комбинированной линейно-азимутальной поляризацией получено эллиптическое фокусное пятно с размерами $FWHM_x=0,37\lambda$ и $FWHM_y=0,49\lambda$. Напомним, что дифракционный предел Аббе равен половине длины волны ($FWHM=0,5\lambda$).

Заметим, что во всех перечисленных работах размер фокусного пятна рассчитывался по полуспаду интенсивности. Но интенсивность пропорциональна плотности световой энергии (или мощности) в данной точке пространства и не показывает, как распространяется эта энергия после фокуса. Почти нет работ, в которых бы фокусное пятно оценивалось по потоку энергии. Также почти нет работ, в которых бы срав-

нивали между собой размеры фокусных пятен, рассчитанных и по интенсивности, и по потоку энергии. И нет работ, в которых бы было теоретически показано, какое фокусное пятно наименьшее (при прочих равных условиях) среди фокусных пятен, сформированных светом с разной поляризацией (линейной, круговой, радиальной и азимутальной).

В этой работе мы сравним с помощью формализма Ричардса–Вольфа распределения интенсивности и продольной компоненты вектора Пойнтинга (осевого потока энергии) в плоскости острого фокуса. Для этого запишем аналитические выражения проекций вектора напряженности электрического поля, интенсивности и проекции на оптическую ось вектора Пойнтинга в фокусе при острой фокусировке света апланатической системой с линейной, круговой, радиальной и азимутальной поляризацией.

Фокусировка света с линейной поляризацией

В [14, 15] получены выражения для проекций вектора напряженности электрического поля в фокусе апланатической системы. Вектор Джонса для начального поля с линейной поляризацией, направленной вдоль оси x , имеет вид:

$$\mathbf{E}_{lin} = A(\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

а проекции вектора напряженности электрического поля вблизи фокуса для начального поля (1) имеют вид:

$$\begin{aligned} E_{x,lin} &= -i(I_{0,0} + I_{2,2} \cos 2\varphi), \\ E_{y,lin} &= -iI_{2,2} \sin 2\varphi, \\ E_z &= -2iI_{1,1} \sin \varphi, \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} I_{\nu,\mu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \\ &\times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) \exp(ikz \cos \theta) J_{\mu}(x) d\theta, \end{aligned} \tag{3}$$

где λ – длина волны света, f – фокусное расстояние апланатической системы, $x = kr \sin \theta$, $J_{\mu}(x)$ – функция Бесселя первого рода и $NA = \sin \theta_0$ – числовая апертура. Начальная функция амплитуды $A(\theta)$ (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или иметь вид Гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right), \tag{4}$$

где γ – постоянная. Из (3) следует выражение для интенсивности в фокусе для света с линейной поляризацией:

$$I_{lin}(r, \varphi, z = 0) = I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{0,0}I_{2,2} \cos 2\varphi + 4I_{1,1}^2 \sin^2 \varphi \tag{5}$$

Вектор Пойнтинга рассчитывался по формуле [14] $\mathbf{P} = [c / (8\pi)] \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$, где c – скорость света в ваку-

уме, Re – вещественная часть числа, $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ – векторное произведение, $*$ – комплексное сопряжение (далее опустим постоянную $c / (8\pi)$). В [15] получено выражение для осевой проекции вектора потока энергии в фокусе при фокусировке света с линейной поляризацией.

$$P_{z,lin}(r, z = 0) = I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2. \tag{6}$$

Из сравнения (5) и (6) видно, что хотя в фокусе у света с начальной линейной поляризацией распределение интенсивности (5) не имеет радиальной симметрии (интенсивность в виде эллипса вытянута вдоль оси x), но поток энергии вдоль оптической оси (6) (то есть та энергия, которая попадает к наблюдателю в дальней зоне) обладает радиальной симметрией.

Далее поступим аналогично и рассчитаем интенсивность и поток энергии для света с начальной круговой поляризацией.

Фокусировка света с круговой поляризацией

Так как интенсивность и осевой поток энергии для света с левой и правой круговой поляризацией одинаковы, то будем рассматривать только одну правую поляризацию, вектор Джонса для которой имеет вид:

$$\mathbf{E}_R = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Проекции электрического поля вблизи фокуса для начального поля (7) имеют вид [16]:

$$\begin{aligned} E_{x,R} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{y,R} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{0,0} - e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{z,R} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}. \end{aligned} \tag{8}$$

Из (8) можно получить распределение интенсивности в фокусе для начального поля (7):

$$I_R(r, z = 0) = I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2. \tag{9}$$

Осевой поток энергии для круговой поляризации получен в [16]:

$$P_{z,R}(r, z = 0) = I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2. \tag{10}$$

Сравнивая выражения (6) и (10), можно заключить, что осевые потоки равны и, значит, фокусные пятна в плоскости фокуса по осевому потоку энергии при фокусировке света с линейной и круговой поляризацией имеют одинаковые размеры и вблизи оптической оси равны выражению:

$$\begin{aligned} P_{z,R}(r \rightarrow 0, z = 0) &= P_{z,lin}(r \rightarrow 0, z = 0) = I_{0,0}^2 = \\ &= \left[\left(\frac{\pi f}{\lambda}\right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \right. \\ &\left. \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) J_0(kr \sin \theta) d\theta \right]^2. \end{aligned} \tag{11}$$

Интересный вывод можно также сделать из сравнения интенсивностей (5) и (9). На оптической оси интенсивности в фокусе у света с линейной и круговой поляризациями равны между собой и равны выражению (11):

$$I_R(r \rightarrow 0, z = 0) = I_{lin}(r \rightarrow 0, z = 0) \simeq I_{0,0}^2. \quad (12)$$

При увеличении радиальной переменной r (при отходе от оптической оси) интенсивность для линейной поляризации (5) по вертикальной оси ($\varphi = \pi/2$) будет убывать быстрее (так как третье слагаемое в (5) будет отрицательным), чем будет убывать интенсивность для круговой поляризации (9). То есть размер фокусного пятна (5) по вертикальной оси (вдоль малой оси эллипса) будет меньше, чем размер круглого фокусного пятна для круговой поляризации (9).

Итак, можно заключить, что размеры фокусного пятна по потоку энергии у света с линейной и круговой поляризацией равны и меньше, чем размер фокусного пятна по интенсивности для света с круговой поляризацией, но немного больше, чем размер фокусного пятна по интенсивности для света с линейной поляризацией по направлению малого эллипса. Эти выводы будут подтверждены с помощью моделирования.

Фокусировка света с радиальной поляризацией

Далее получим выражения для интенсивности и осевого потока энергии для радиальной поляризации. Вектор Джонса начального поля имеет вид:

$$\mathbf{E}_{rad} = A(\theta) \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Компоненты вектора напряженности электрического поля в фокусе для начальной радиальной поляризации (13) можно найти в [15, 17]:

$$\begin{aligned} E_{x,rad} &= \cos \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_{y,rad} &= \sin \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_{z,rad} &= 2iI_{1,0}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) следует выражение для распределения интенсивности в фокусе для начального света с радиальной поляризацией:

$$I_{rad}(r, z = 0) = (I_{0,1} - I_{2,1})^2 + 4I_{1,0}^2. \quad (15)$$

Осевую проекцию вектора потока энергии в фокусе для начального поля с радиальной поляризацией (13) можно найти в [15]:

$$P_{z,rad}(r, z = 0) = (I_{0,1} - I_{2,1})^2. \quad (16)$$

Из сравнения (15) и (16) видно, что интенсивность в фокусе на оптической оси отлична от нуля и зависит только от интенсивности продольной компоненты, и осевой поток энергии на оптической оси равен нулю:

$$\begin{aligned} I_{rad}(r \rightarrow 0, z = 0) &\simeq 4I_{1,0}^2, \\ P_{z,rad}(r \rightarrow 0, z = 0) &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) следует, что интенсивность (15) вблизи оптической оси имеет максимум (фокусное пятно), а осевой поток энергии имеет вид кольца и к наблюдателю в дальней зоне свет не доходит. Другими словами, фокусного пятна по потоку энергии в данном случае нет. Поэтому в следующем параграфе рассмотрим фокусировку оптического вихря с радиальной поляризацией.

Фокусировка оптического вихря с радиальной поляризацией

Для получения круглого фокусного пятна рассмотрим в начальной плоскости оптический вихрь с единичным топологическим зарядом и радиальной поляризацией, имеющий матрицу Джонса в виде:

$$\mathbf{E}_{ra+v} = A(\theta) \exp(i\varphi) \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Проекции векторов напряженности электрического и магнитного полей в фокусе апланатической системы можно найти аналогично предыдущему с помощью формализма Ричардса–Вольфа [14]. Получим следующие выражения для электрического поля

$$\begin{aligned} E_{x,ra+v} &= -\frac{i}{2} [(I_{0,0} - I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{2,2} - I_{0,2})], \\ E_{y,ra+v} &= \frac{1}{2} [(I_{0,0} - I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{2,2} - I_{0,2})], \\ E_{z,ra+v} &= -e^{i\varphi} I_{1,1} \end{aligned} \quad (19)$$

и для магнитного поля

$$\begin{aligned} H_{x,ra+v} &= -\frac{1}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{2,2} + I_{0,2})], \\ H_{y,ra+v} &= -\frac{i}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{2,2} + I_{0,2})], \\ H_{z,ra+v} &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Из (19) следует выражение для интенсивности в фокусе:

$$I_{ra+v} = \frac{1}{2} (I_{0,0} - I_{2,0})^2 + \frac{1}{2} (I_{2,2} - I_{0,2})^2 + I_{1,1}^2. \quad (21)$$

А из (19) и (20) можно получить осевую проекцию потока энергии $\mathbf{P} = \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ в фокусе оптического вихря с радиальной поляризацией:

$$P_{z,ra+v}(r, z = 0) = I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2. \quad (22)$$

Из (21) и (22) следует, что на оптической оси в фокусе в данном случае интенсивность и поток энергии будут меньше, чем интенсивность и поток энергии для круговой поляризации $I_R(r \rightarrow 0, z = 0) = I_{0,0}^2$, и будут иметь вид:

$$I_{ra+v}(r \rightarrow 0) = \frac{1}{2}(I_{0,0} - I_{2,0})^2, \tag{23}$$

$$P_{z,ra+v}(r \rightarrow 0, z = 0) = I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2.$$

Уменьшенная интенсивность на оси при одинаковой энергии в фокусе у всех рассматриваемых здесь оптических полей означает, что диаметр фокусного пятна для оптического вихря с круговой поляризацией меньше, чем диаметр фокусного пятна для оптического вихря с радиальной поляризацией.

Фокусировка оптического вихря с азимутальной поляризацией

Известно, что для азимутальной поляризации интенсивность и осевой поток энергии в фокусе имеют вид светового кольца. То есть азимутальная поляризация не формирует фокусное пятно. Действительно, для начального поля с азимутальной поляризацией

$$\mathbf{E}_{az} = A(\theta) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \tag{24}$$

можно получить выражения для поперечных проекций электрического поля в фокусе с помощью замены φ на $\varphi + \pi/2$ в выражении (14):

$$\begin{aligned} E_{x,az} &= -\sin \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_{y,az} &= \cos \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \end{aligned} \tag{25}$$

$$E_{z,az} = 0.$$

Из (25) получим выражение для интенсивности в фокусе

$$I_{az}(r, z = 0) = (I_{0,1} - I_{2,1})^2. \tag{26}$$

А осевой поток энергии в фокусе для начального поля с азимутальной поляризацией (24) можно найти в [18]:

$$P_{z,az}(r, z = 0) = I_{0,1}^2 - I_{2,1}^2. \tag{27}$$

Из (26) и (27) видно, что интенсивность и осевой поток энергии в фокусе для начального поля с азимутальной поляризацией имеют вид кольца и равны нулю на оптической оси. Поэтому для получения круглого фокусного пятна рассмотрим фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом 1 и с азимутальной поляризацией. То есть начальное поле имеет вид:

$$\mathbf{E}_{az+v} = A(\theta) \exp(i\varphi) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}. \tag{28}$$

Для начального поля (28) проекции электрического вектора в фокусе можно найти в [15]:

$$\begin{aligned} E_{x,az+v} &= -\frac{1}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2})], \\ E_{y,az+v} &= -\frac{i}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2})], \\ E_{z,az+v} &= 0. \end{aligned} \tag{29}$$

Из (29) следует выражение для интенсивности в фокусе:

$$I_{az+v} = \frac{1}{2}(I_{0,0} + I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{0,2} + I_{2,2})^2. \tag{30}$$

Выражение для осевого потока энергии в фокусе для начального поля (28) можно найти в [18]:

$$P_{z,az+v}(r, z = 0) = I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2. \tag{31}$$

Из выражений (30) и (31) видно, что в фокусе на оптической оси и интенсивность, и осевой поток энергии будут иметь максимальное значение и будут равны:

$$I_{az+v}(r \rightarrow 0, z = 0) \approx \frac{1}{2}(I_{0,0} + I_{2,0})^2, \tag{32}$$

$$P_{z,az+v}(r \rightarrow 0, z = 0) \approx I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2.$$

Для более удобного сравнения все полученные выражения для интенсивности и осевого потока в фокусе сведены в табл. 1.

Табл. 1. Формулы, описывающие распределение интенсивности и осевого потока энергии в остром фокусе света с разной начальной поляризацией

	Интенсивность в фокусе	Осевой поток энергии в фокусе
Линейная поляризация	$I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{0,0}I_{2,2} \cos 2\varphi + 4I_{1,1}^2 \sin^2 \varphi$	$I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2$
Круговая поляризация	$I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2$	$I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2$
Радиальная поляризация	$(I_{0,1} - I_{2,1})^2 + 4I_{1,0}^2$	$(I_{0,1} - I_{2,1})^2$
Радиальная поляризация и оптический вихрь	$\frac{1}{2}(I_{0,0} - I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{2,2} - I_{0,2})^2 + 2I_{1,1}^2$	$I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2$
Азимутальная поляризация и оптический вихрь	$\frac{1}{2}(I_{0,0} + I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{0,2} + I_{2,2})^2$	$I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2$

Из табл. 1 видны два основных результата этой работы. Распределение осевого потока энергии в фокусе для света с линейной и круговой поляризацией

одинаковое. Это значит, что фокусное пятно, измененное по потоку энергии для света с линейной и круговой поляризацией (при прочих равных услови-

ях), будет круглым и одинаковым по диаметру. Также из табл. 1 видно, что у оптического вихря с единичным топологическим зарядом с радиальной и азимутальной поляризацией осевые потоки энергии в фокусе тоже одинаковые, а значит, и фокусные пятна у них будут одинаковые.

Из табл. 1 видно также, что большинство распределений интенсивности и потока энергии вблизи оптической оси пропорциональны квадрату функции Бесселя нулевого порядка, которая входит в интеграл $I_{0,0}^2$. Так как световая энергия у всех полей из табл. 1 одинаковая, то по величине интенсивности или потока на оптической оси можно судить о величине диаметра фокусного пятна: чем больше интенсивность или поток энергии на оптической оси, тем меньше диаметр фокусного пятна. Из табл. 1 видно, что больше всех интенсивность на оптической оси у оптического вихря с азимутальной поляризацией: $(I_{0,0} + I_{2,0})^2 / 2$. Так как в интеграл $I_{0,0}$ входит множитель $1 + \cos\theta$, а в интеграл $I_{2,0}$ входит множитель $1 - \cos\theta$, то при сложении $I_{0,0} + I_{2,0}$ косинус пропадет и получается, что $(I_{0,0} + I_{2,0})^2 / 2 > I_{0,0}^2$. Поэтому диаметр фокуса у начального оптического вихря с азимутальной поляризацией, измеренного по интенсивности, будет меньше, чем диаметр фокуса у поля с круговой поляризацией, измеренного по потоку энергии. Поток энергии на оптической оси у оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией меньше, чем поток энергии у света с круговой поляризацией: $I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 < I_{0,0}^2$. Поэтому диаметр фокуса оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией, измеренный по потоку энергии, будет больше, чем диаметр фокуса по потоку энергии у поля с круговой поляризацией. Интересно, что фокусное пятно для линейной поляризации по интенсивности имеет вид эллипса, размер меньшего диаметра у которого будет меньше всех диаметров круглых пятен и по интенсивности, и по потоку энергии. Эти

теоретические предсказания будут подтверждены с помощью моделирования в следующем параграфе.

Моделирование

С помощью расчета интеграла Ричардса–Вольфа в общем виде [14] моделировалась фокусировка света различной поляризации апланатическим объективом с числовой апертурой $NA = 0,95$. Волновой фронт во всех случаях считался плоским или вихревым. В табл. 2 показаны размеры фокусных пятен по обеим декартовым координатам, рассчитанным по полуспаду распределения интенсивности и потока энергии в длинах волн ($\lambda = 532$ нм), полученные распределения интенсивности и продольной составляющей вектора Пойнтинга показаны на рис. 1 и 2 соответственно.

Из табл. 2 видно, что для круглых фокусных пятен наименьший диаметр, как и предсказывает теория, у оптического вихря с азимутальной поляризацией, измеренного по интенсивности ($FWHM = 0,5346\lambda$). Почти такой же по величине (всего на 0,14 % больше) диаметр фокусных пятен для света с линейной и круговой поляризацией, измеренный по потоку энергии ($FWHM = 0,5357\lambda$). Немного больше (на 4 %) диаметр фокусного пятна для вихря с азимутальной поляризацией, но измеренного по потоку энергии ($FWHM = 0,5566\lambda$). Еще на 7 % больше диаметр фокусного пятна для круговой поляризации, измеренный по интенсивности ($FWHM = 0,5997\lambda$). И еще больше на 5 % диаметр фокусного пятна для радиальной поляризации, измеренный по интенсивности ($FWHM = 0,6327\lambda$). Таким образом, меньшее фокусное пятно меньше большего из фокусных пятен на 15 %. Заметим, что эллиптическое фокусное пятно имеет размер меньшего диаметра по интенсивности на 6 % меньше минимального круглого фокусного пятна ($FWHM = 0,5029\lambda$). С увеличением числовой апертуры размеры фокусных пятен уменьшаются, но соотношение между ними остается почти таким же.

Табл. 2. Величины диаметров фокусных пятен ($NA = 0,95$) в длинах волн, рассчитанные по полуспаду интенсивности и осевой проекции потока энергии для начальной плоской волны с линейной, круговой, радиальной поляризацией, и для начального оптического вихря первого порядка с радиальной и азимутальной поляризацией

Тип поляризации	Интенсивность I		Продольный поток энергии S_z	
	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$	$FWHM_x, \lambda$	$FWHM_y, \lambda$
Круговая	0,5997	0,5997	0,5357	0,5357
Линейная	0,7305	0,5028	0,5357	0,5357
Радиальная	0,6327	0,6327	–	–
Радиальная + вихрь	1,0747	1,0747	0,5573	0,5573
Азимутальная + вихрь	0,5346	0,5346	0,5566	0,5566

На рис. 1 показаны сечения интенсивности фокусного пятна, рассчитанного по формулам Ричардса–Вольфа для длины волны 532 нм и числовой апертуры 0,95. Освещающий пучок имел плоский фронт (или оптический вихрь с зарядом 1) и разное состояние поляризации. Соотношение размеров фокусных пятен по полуспаду интенсивности, которое следует из рис. 1, подтверждает сказанное ранее. Из рис. 1 видно, что в

случае оптического вихря с азимутальной поляризацией фокусное пятно немного меньше, чем фокусное пятно для круговой поляризации, но боковой лепесток для круговой поляризации (около 4 %) в 5 раз меньше, чем у азимутальной поляризации (около 20 %).

На рис. 2 показаны сечения фокусного пятна, рассчитанного по потоку энергии. Видно, что в этом случае фокусное пятно оптического вихря с азиму-

тальной (радиальной) поляризации немного больше, чем фокусное пятно пучка с круговой (линейной) поляризацией. И боковой лепесток у фокуса на рис. 2 для азимутальной поляризации также в 5 раз больше, чем у фокуса для круговой поляризации.

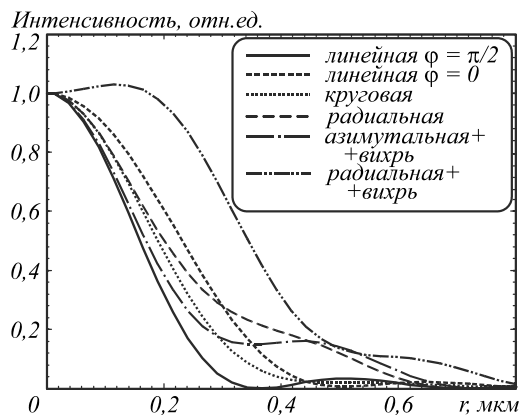


Рис. 1. Сечение интенсивности в фокусе при фокусировке света различной поляризации

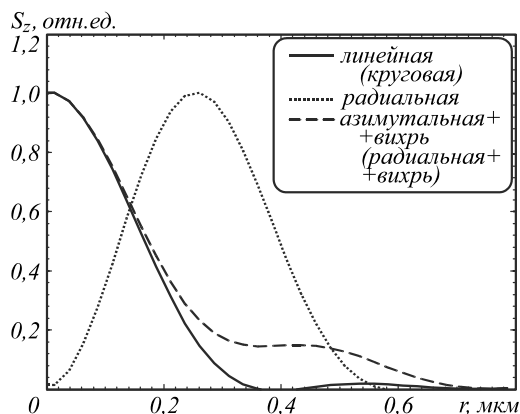


Рис. 2. Сечения продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе

Заключение

На основе формализма Ричардса–Вольфа получены аналитические выражения для распределения интенсивности и осевой проекции вектора Пойнтинга в остром фокусе апланатической системы для четырех разных начальных поляризаций света: линейной, круговой, радиальной и оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией. Из полученных выражений следует, что фокусные пятна, рассчитанные по потоку энергии для линейной поляризации и круговой поляризации, круглые и имеют одинаковый диаметр (при прочих равных условиях). Диаметры фокусных пятен для оптических вихрей с единичным топологическим зарядом и радиальной и азимутальной поляризацией также одинаковые. Получена цепочка неравенств, которая показывает отношения диаметров фокусных пятен между собой: диаметр фокусного пятна оптического вихря с азимутальной поляризацией, измеренный по интенсивности, меньше, чем диаметр фокусного пятна, измеренный

по потоку энергии, для света с круговой или линейной поляризацией, который меньше, чем диаметр фокуса по потоку энергии оптического вихря с азимутальной или радиальной поляризацией, который меньше, чем диаметр фокуса по интенсивности для света с круговой поляризацией, который меньше, чем диаметр фокуса по интенсивности для света с радиальной поляризацией. Наименьший размер из всех перечисленных имеет эллиптическое фокусное пятно, измеренное по интенсивности и по меньшему диаметру эллипса. Также моделирование показало, что боковой лепесток у фокуса для оптического вихря с азимутальной поляризацией в несколько раз больше, чем боковой лепесток у фокуса с круговой поляризацией (как по интенсивности, так и по потоку энергии).

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Моделирование», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Фокусировка света с круговой поляризацией», а также Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части «Фокусировка света с радиальной поляризацией».

Литература

1. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – Vol. 91, Issue 23. – P. 233901.
2. **Chong, C.T.** Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics / C.T. Chong, C. Sheppard, H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk // *Nature Photonics*. – 2008. – Vol. 2, Issue 8. – P. 501-505.
3. **Kitamura, K.** Sub-wavelength focal spot with long depth of focus generated by radially polarized, narrow-width annular beam / K. Kitamura, K. Sakai, S. Noda // *Optics Express*. – 2010. – Vol. 18, Issue 5. – P. 4518-4525.
4. **Yu, A.** Creation of sub-diffraction longitudinally polarized spot by focusing radially polarized light with binary phase lens / A. Yu, G. Chen, Z. Zhang, Z. Wen, L. Dai, K. Zhang, S. Jiang, Z. Wu, Y. Li, C. Wang, X. Luo // *Scientific Reports*. – 2016. – Vol. 6, Issue 1. – P. 38859.
5. **Prabakaran, K.** Generation of sub wavelength focal spot with large depth of focus generated by radially polarized beam / K. Prabakaran, K.B. Rajesh // *Optik*. – 2014. – Vol. 125, Issue 23. – P. 7013-7015.
6. **Prabakaran, K.** Creation of sub wavelength focal spot segment using longitudinally polarized multi Gaussian beam / K. Prabakaran, K.B. Rajesh, V. Hariharan, V. Aroulmoji, P.M. Anbarasan, A.M. Musthafa // *International Journal of Advanced Science and Engineering*. – 2016. – Vol. 2, Issue 4. – P. 172-175.
7. **Nie, Z.** Tight focusing of a radially polarized Laguerre–Bessel–Gaussian beam and its application to manipulation of two types of particles / Z. Nie, G. Shi, D. Li, X. Zhang, Y. Wang, Y. Song // *Physics Letters A*. – 2015. – Vol. 379, Issue 9. – P. 857-863.
8. **Chang, K.-H.** Efficient modulation of subwavelength focusing via meta-aperture-based plasmonic lens for multifunction

- applications / K.-H. Chang, Y.-C. Chen, W.-H. Chang, P.-T. Lee // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8, Issue 1. – P. 13648.
9. **Kozawa, Y.** Superresolution imaging via superoscillation focusing of a radially polarized beam / Y. Kozawa, D. Matsunaga, S. Sato // *Optica*. – 2018. – Vol. 5, Issue 2. – P. 86-92.
10. **Grosjean, T.** Smallest focal spots / T. Grosjean, D. Courjon // *Optics Communications*. – 2007. – Vol. 272, Issue 2. – P. 314-319.
11. **Kotlyar, V.V.** Analysis of the shape of a subwavelength focal spot for the linearly polarized light / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, Y. Liu, L. O'Faolain, A.A. Kovalev // *Applied Optics*. – 2013. – Vol. 52, Issue 3. – P. 330-339. – DOI: 10.1364/AO.52.000330.
12. **Stafeev, S.S.** Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, M.V. Kotlyar, D. Gibson, S. Song, L. O'Faolain, V.V. Kotlyar // *Optics Express*. – 2016. – Vol. 24, Issue 26. – P. 29800-29813. – DOI: 10.1364/OE.24.029800.
13. **Kotlyar, V.V.** Subwavelength grating-based spiral metalens for tight focusing of laser light / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov, L. O'Faolain // *Applied Physics Letters*. – 2019. – Vol. 114, Issue 14. – P. 141107. – DOI: 10.1063/1.5092760.
14. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379.
15. **Котляр, В.В.** Острая фокусировка светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью произвольного порядка / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.А. Ковалёв // *Компьютерная оптика* – 2019. – Т. 43, № 3. – С. 337-346. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
16. **Kotlyar, V.V.** Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, S.S. Stafeev // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2019. – Vol. 36, Issue 10. – P. 2850-2855. – DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
17. **Youngworth, K.S.** Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams / K.S. Youngworth, T.G. Brown // *Optics Express*. – 2000. – Vol. 7, Issue 2. – P. 77-87.
18. **Kotlyar, V.V.** Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.A. Kovalev // *Optics Express*. – 2019. – Vol. 27, Issue 12. – P. 16689-16702. – DOI: 10.1364/OE.27.016689.

Сведения об авторах

Сведения об авторе **Стафеев Сергей Сергеевич** – см. стр. 652 этого номера.

Зайцев Владислав Дмитриевич, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладная математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики. E-mail: zaicev-vlad@yandex.ru. ORCID: 0000-0002-1243-8208.

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 14 апреля 2021 г. Окончательный вариант – 21 мая 2021 г.

A minimal subwavelength focal spot for the energy flux

S.S. Stafeev^{1,2}, V.D. Zaicev^{1,2}

¹ *IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,*

² *Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34*

Abstract

It is shown theoretically and numerically that circularly and linearly polarized incident beams produce at the tight focus identical circularly symmetric distributions of an on-axis energy flux. It is also shown that the on-axis energy fluxes from radially and azimuthally polarized optical vortices with unit topological charge are equal to each other. An optical vortex with azimuthal polarization is found to generate the minimum focal spot measured for the intensity (all other parameters being equal). Slightly larger (by a fraction of a percent) is the spot size calculated for the energy flux for the circularly and linearly polarized light. The spot size in terms of intensity is of importance in light-matter interaction, whereas the spot size in terms of energy flux affects the resolution in optical microscopy.

Keywords: tight focusing, Richards-Wolf formula, energy flux, radial polarization, azimuthal polarization, optical vortex.

Citation: Stafeev SS, Zaicev VD. A minimal subwavelength focal spot for the energy flux. *Computer Optics* 2021; 45(5): 685-691. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-908.

Acknowledgements: This work was supported by the RF Ministry of Science and Higher Education within the government project of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS (Sections “Introduction” and “Conclusions”), the Russian Science Foundation under project No. 18-19-00595 (“Numerical simulation”), and the Russian Foundation for Basic Research under project No. 18-29-2003 (“Focusing of circularly polarized light”).

References

- [1] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett* 2003; 91(23): 233901.
 - [2] Chong CT, Sheppard C, Wang H, Shi L, Lukyanchuk B. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics. *Nat Photonics* 2008; 2(8): 501-505.
 - [3] Kitamura K, Sakai K, Noda S. Sub-wavelength focal spot with long depth of focus generated by radially polarized, narrow-width annular beam. *Opt Express* 2010; 18(5): 4518-4525.
 - [4] Yu A, Chen G, Zhang Z, et al. Creation of sub-diffraction longitudinally polarized spot by focusing radially polarized light with binary phase lens. *Sci Rep* 2016; 6(1): 38859.
 - [5] Prabakaran K, Rajesh KB. Generation of sub wavelength focal spot with large depth of focus generated by radially polarized beam. *Optik* 2014; 125(23): 7013-7015.
 - [6] Prabakaran K, Rajesh KB, Hariharan V, Aroulmoji V, Anbarasan PM, Musthafa AM. Creation of Sub Wavelength Focal Spot Segment Using Longitudinally Polarized Multi Gaussian Beam. *IJASET* 2016; 2(4): 172-175.
 - [7] Nie Z, Shi G, Li D, Zhang X, Wang Y, Song Y. Tight focusing of a radially polarized Laguerre–Bessel–Gaussian beam and its application to manipulation of two types of particles. *Phys Lett A* 2015; 379(9): 857-863.
 - [8] Chang K-H, Chen Y-C, Chang W-H, Lee P-T. Efficient modulation of subwavelength focusing via meta-aperture-based plasmonic lens for multifunction applications. *Sci Rep* 2018; 8(1): 13648.
 - [9] Kozawa Y, Matsunaga D, Sato S. Superresolution imaging via superoscillation focusing of a radially polarized beam. *Optica* 2018; 5(2): 86-92.
 - [10] Grosjean T, Courjon D. Smallest focal spots. *Opt Commun* 2007; 272(2): 314-319.
 - [11] Kotlyar VV, Stafeev SS, Liu Y, O’Faolain L, Kovalev AA. Analysis of the shape of a subwavelength focal spot for the linearly polarized light. *Appl Opt* 2013; 52(3): 330-339. DOI: 10.1364/AO.52.000330.
 - [12] Stafeev SS, Nalimov AG, Kotlyar MV, Gibson D, Song S, O’Faolain L, Kotlyar VV. Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light. *Opt Express* 2016; 24(26): 29800-29813. DOI: 10.1364/OE.24.029800.
 - [13] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG, O’Faolain L. Subwavelength grating-based spiral metalens for tight focusing of laser light. *Appl Phys Lett* 2019; 114(14): 141107. DOI: 10.1063/1.5092760.
 - [14] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc Lond A* 1959; 253(1274): 358-379.
 - [15] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Sharp focusing of a light field with polarization and phase singularities of an arbitrary order. *Computer Optics* 2019; 43(3): 337-346. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-3-337-346.
 - [16] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B*. 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
 - [17] Youngworth KS, Brown TG. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams. *Opt Express* 2000; 7(2): 77-87.
 - [18] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
-

Authors' information

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Vladislav Dmitrievich Zaitsev (b. 1991) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: zaicev-vlad@yandex.ru.

Received April 14, 2021. The final version – May 21, 2021.
