

Границы применимости корректирующего кольца в аподизаторе с круглой зубчатой диафрагмой

И. М. Сизова¹, Д. Б. Ставровский^{1,2}

¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991, Россия, г. Москва, Ленинский пр., д. 53;

² Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 38

Аннотация

Проведено теоретическое исследование эволюции профиля монохроматического лазерного пучка при его распространении после выхода из аподизатора, оптическая схема которого состоит из круглой зубчатой диафрагмы с узким корректирующим кольцом-экраном и пространственного фильтра на базе телескопа Кеплера с ограничивающей диафрагмой. Найдены значения характеристических параметров аподизатора, при которых применение корректирующего кольца целесообразно для улучшения качества профиля аподизированного пучка и уменьшения его дифракционного искажения при распространении на расстоянии, соответствующие числам Френеля $N_F \approx 5 \div 2$.

Ключевые слова: дифракция, дифракционная оптика, компьютерная оптика, апертуры, аподизация.

Цитирование: Сизова, И.М. Границы применимости корректирующего кольца в аподизаторе с круглой зубчатой диафрагмой / И.М. Сизова, Д.Б. Ставровский // Компьютерная оптика. – 2022. – Т. 46, № 3. – С. 395-405. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1079.

Citation: Sizova IM, Stavrovskii DB. Limits of the correction ring applicability in an apodizer with a circular serrated aperture. Computer Optics 2022; 46(3): 395-405. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1079.

Введение

Данная работа является продолжением цикла теоретических исследований свойств аподизатора с круглой зубчатой диафрагмой (ЗД) и узким корректирующим кольцом (КК) внутри ЗД [1–3]. Оптическая схема такого аподизатора состоит из ЗД и пространственного фильтра (ПФ) в виде телескопа Кеплера с ограничивающей диафрагмой (ОД) в общем фокусе объектива и окуляра, где ЗД по сравнению с круглой диафрагмой одновременно сглаживает плато и формирует профиль крыльев пучка. Роль непрозрачного КК, расположенного вблизи зубцов диафрагмы, состоит в дополнительной коррекции профиля пучка на выходе аподизатора из ЗД и ПФ. Такая коррекция впервые предложена в патенте [4]. При правильно выбранных параметрах кольца и аподизатора она позволяет заметно уменьшить искажения профиля пучка при его распространении за ПФ.

В [1, 4] обоснована целесообразность применения данной схемы аподизатора в гибридных фемтосекундных лазерных системах видимого диапазона, в которых фемтосекундный импульс формируется в твердотельном задающем генераторе, а затем усиливается в газовой среде на переходе С-А эксимера XeF (~480 нм) [5–9]. Особенностью указанного усилителя является сравнительно низкий коэффициент усиления $\sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$, что приводит к необходимости применения многопроходных оптических систем. Характерная величина диаметра пучка в усилителе [5] составляет 2 см, а общая длина оптического пути в активной среде может достигать 40 метров. Это со-

ответствует числу Френеля ≈ 2 . При такой длине трассы становятся важными дифракционные искажения пучка, в сильной степени зависящие от профиля пучка на входе в усилитель. Рассматриваемый аподизатор позволяет сформировать пучок, поперечный профиль которого имеет почти плоскую вершину и плавный переход от плато к резко спадающим крыльям. Применение такого аподизатора в качестве согласующего элемента между задающим генератором и усилителем позволяет повысить эффективность использования энергии, запасенной в активной среде усилителя, в том числе и вследствие уменьшения дифракционных искажений пучка при распространении в усилителе.

Альтернативные методы аподизации, обзор которых представлен, например, в [10], не соответствуют целевому применению исследуемого аподизатора.

Теоретическая модель аподизатора цилиндрической геометрии, состоящего из ЗД и ПФ, построена в [1, 2]. В [3] показана возможность улучшения с помощью КК в [4] профиля выходного пучка в таком аподизаторе. В настоящей работе исследованы границы применимости метода КК-коррекции.

Все расчеты делались с помощью программы Wolfram Mathematica.

1. Теоретическая модель

На рис. 1 показана взятая из [3] схема аподизатора, образованного ПФ с ОД и круглой ЗД на входе с КК внутри нее. В расчетной модели [1, 2] предполагалось, что ЗД, КК и входная (бесконечно тонкая) линза находятся в одной входной плоскости и что на

вход аподизатора приходит монохроматическое поле с плоским фазовым фронтом и радиальной симметрией амплитуды.

Поле на выходе аподизатора получено в [1, 3] в интегральном виде (без КК – в [1, 2]; с КК – в [3]) из двух последовательных решений параболического уравнения (ПУ) в цилиндрической системе координат: от входа ПФ до ОД (этап 1 [1, 3]) и от ОД до выхода ПФ (этап 2 [2, 3]). Диаметр ОД выбирался таким, чтобы за счет обрезания зубчатых компонент структуры поля, образующегося при фокусировке прошедшего через ЗД излучения, на выходе ПФ формировалось поле с той же радиальной симметрией амплитуды, какая задана на входе аподизатора.

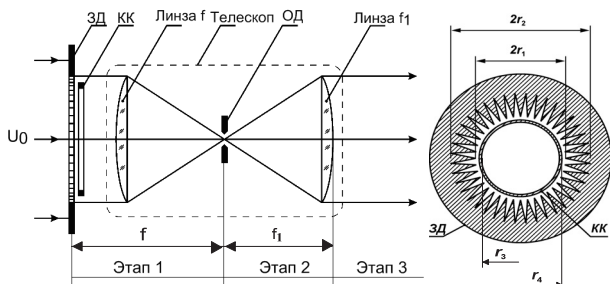


Рис. 1. Схема аподизатора из ЗД и ПФ на базе телескопа Кеплера с ОД в общем фокусе объектива и окуляра. Справа показана ЗД с торца ПФ с дополнительным КК внутри

В данной работе расчеты делались для однородного падающего поля амплитуды U_0 . Обобщение на случай Гауссова пучка с плоским фронтом (перетяжка) принципиально не меняет анализа [1–3]. Запишем решение на выходе ПФ в безразмерном виде:

$$U(x) = -U(R, f + f_1) / (U_0 f / f_1), \quad (1)$$

где размерное поле $U(R, f + f_1)$ нормировано на поле $U_0 f / f_1$ в приближении геометрической оптики (ГО), а размерная поперечная координата R нормирована на ширину пучка $a = r_1 f_1 / f$ в приближении ГО

$$x = Rf / r_1 f_1 = R / a. \quad (2)$$

Для ЗД-ПФ без КК поле (1) определено тремя независимыми безразмерными параметрами аподизатора:

$$D = \frac{r_2}{r_1}; \mu_1 = \frac{2\pi r_0 f_1}{\lambda f}; \Delta = \frac{\lambda f^2 (f^{-1} + f_1^{-1})}{4\pi r_1^2}. \quad (3)$$

В (1–3) f, f_1 – фокусы линз ПФ (соответственно, $f + f_1$ – продольное расстояние от ЗД до выхода ПФ), r_1 и r_2 – внутренний и внешний радиусы ЗД с четным числом N симметричных зубцов треугольной формы, r_0 – радиус ОД, λ – длина волны излучения, Δ – фаза в интегральном решении ПУ. Параметр D в (3) – характеристика ЗД, μ_1 – характеристика ОД (задается r_0), а фаза Δ возникает из-за использования в обоих решениях ПУ приближения Френеля, а не Фраунгера, что обусловлено оптической схемой ПФ. Предположение о треугольных зубцах в ЗД не меняет

общности анализа, поскольку в [2] показано, что определяемый формой зубцов профиль крыла пучка (1) с хорошей точностью зависит лишь от нулевого и второго моментов формы зубца (результат свертки в решении ПУ формы зубца с нулевой функцией Бесселя). Поэтому без потери точности решения не треугольные зубцы ЗД можно заменить на эквивалентные треугольные с другим значением D .

Решение (1) в [1–2] не зависит от числа зубцов N при условии, что $\mu_1 \leq (0,9N - 8,5) / D$. Для диапазонов параметров μ_1 и D , рассмотренных в данной работе, минимальное N находится в интервале от 30 до 80.

При выбранной нормировке осей пучок $U(x)$ имеет характерный сплюснутый вид и получается примерно единичного радиуса и с единичной амплитудой плато. Так как профиль $U(x)$ радиально-симметричен, мы далее будем рассматривать только его половину. В окрестности $x = 1$ плато переходит в крыло, которое при $x > 1$ для $D \geq 1,3$ определяется лишь D и хорошо описывается функцией $(D - x) / (D - 1)x$, поскольку в цилиндрической геометрии ЗД-ПФ форма крыла пучка выражается функцией $F(x) / x$, где $F(x) = (D - x) / (D - 1)$ – профиль треугольного зубца [2].

На рис. 2 показаны два профиля $|U(x)|$ в аподизаторе без КК, которые сопоставлены с тремя профилями известных аналитических слабо дифрагирующих пучков [11] (штриховые и пунктирные кривые).

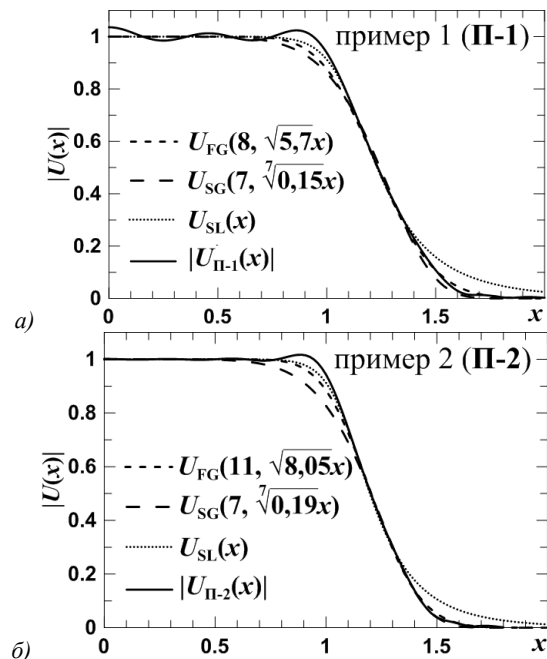


Рис. 2. Сравнение $|U(x)|$ на выходе аподизатора без КК при $\mu_1 = 15; D = 1,6; \Delta = 0,003$ (П-1) и при $\mu_1 = 20; D = 1,5; \Delta = 0,003$ (П-2) – сплошные кривые (численный расчет), с моделями FG и SG-пучков (штриховые кривые). Пунктир – модели SL-пучков (близкие FD-пучкам)

При сравнении $|U(x)|$ с разными аналитическими пучками [11–13] было установлено, что профиль $|U(x)|$ лучше всего описывается двумя функциями из обзора [11]: FG (сплюснутый Гаусс – flattened

Gaussian) и SG (супер-Гаусс), которые далее и анализируются. Два других типа пучков, рассмотренных в [11], – SL (супер-лоренц) и FD (пучок Ферми–Дирака) мы исключили из детального анализа, т.к. их длинные хвосты (рис. 2) не соответствуют профилям (1) и увеличивают деформацию пучка за ПФ. В [3] сравнение было проведено только с FG-пучками.

Формулы для FG- и SG-пучков у нас отличаются от выражений в [11], поскольку относятся к амплитудам, а не интенсивностям, и используется другая нормировка по осям: по оси ординат в центре амплитуда равна единице, а по оси абсцисс безразмерная координата ρ с помощью параметра p переводится в x из (2). В формулах еще присутствует целочисленный параметр n , определяющий крутизну крыла

$$U_{FG}(n, \rho) = \exp(-\rho^2) \sum_{k=0}^n \frac{\rho^{2k}}{k!}, \rho = \sqrt{p}x, \quad (4)$$

$$U_{SG}(n, \rho) = \exp(-\rho^n), \rho = \sqrt[n]{p}x. \quad (5)$$

Числа p и n подбирались подгонкой под форму крыла $|U(x)|$, которая зависит от D ; поэтому подобранные профили одинаковы для $|U(x)|$ при разных μ_1 и Δ . На рис. 2 показаны (4), (5), подобранные для $D=1,6$ и $D=1,5$, которые сравниваются с $|U(x)|$ при $\mu_1=15$; $D=1,6$; $\Delta=0,003$ – **пример 1 (П-1)** и при $\mu_1=20$; $D=1,5$; $\Delta=0,003$ – **пример 2 (П-2)**. Почему взяты именно эти примеры, будет объяснено ниже. Рассмотрим мы далее и случай $\Delta=0$. На рис. 2 для сравнения приведены и SL-пучки, близкие FD-пучкам, с длинными хвостами, которых нет у $|U(x)|$.

Имеются 3 отличия $|U(x)|$ от FG/SG-пучков: амплитудно-фазовые наросты в окрестности $x=1$, слабые колебания амплитуды и фазы на плато и обычно в разы больший размах этих колебаний (выброс) в центре пучка. Подчеркнем, что на краю плато, где у $|U(x)|$ всегда выступ, у FG/SG-пучков амплитуда монотонно уменьшается.

Амплитудные отличия видны на рис. 2, а на рис. 3 они показаны в явном виде вместе с фазами $U(x)$.

Определим неровность плато поля глубиной модуляции интенсивности (ГМ), понимая под ней удвоенную разницу максимума и минимума амплитуды на плато (отнесенную к единичному уровню на плато).

Амплитудным наростом A_h назовем разность $|U(x)|$ и пучка (4) или (5). Он состоит из остаточных колебаний профиля с выбросом в центре (крылья A_h) и разности в окрестности $x=1$ (основной максимум A_h). Большую часть максимума A_h составляет разность $|U(x)|$ и (4), (5) на краю плато, которая в основном определена D . А выступ над плато там же у $|U(x)|$ – лишь небольшая часть максимума A_h . Этот выступ слабо зависит от μ_1 и D , сильнее от Δ – с ее увеличением он растет и сдвигается к центру пучка [3]. В итоге A_h зависит в основном от D , слабо уменьшается с ростом μ_1 и немного увеличивается с ростом Δ . Различие A_h относительно разных функций

из [11] есть разность этих функций в окрестности $x=1$ (рис. 3в, г), т.е. в основном максимуме A_h .

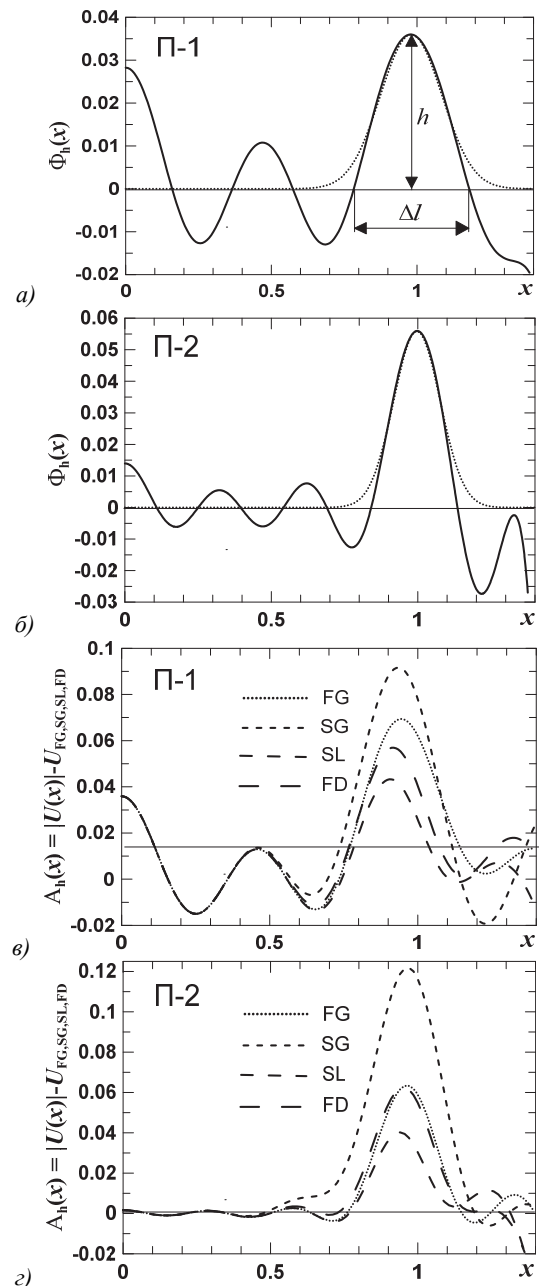


Рис. 3. Φ_h (сплошные линии) и A_h с рис. 2 (штриховые линии на графиках (а) и (б)). Пунктир на графиках (а) б) – модель гауссоиды основного максимума. На (а) показано определение ширины Δ и высоты h основного максимума нароста

При $\Delta \neq 0$ надо учитывать еще и фазовые наросты Φ_h (не зависят от модели [11], в отличие от A_h , совпадая с фазой $U(x)$). На рис. 3 фазовые и амплитудные наросты показаны для П-1,2. У П-2 наклон крыла круче (D меньше) и более гладкое плато (μ_1 больше), поэтому у A_h в П-2 почти нет крыльев.

Расчеты показали, что основное искажение профиля пучка (1) при его распространении за ПФ по сравнению с FG- и SG-пучками происходит от амплитудного нароста (роль фазового мала) и от выбро-

са амплитуды в центре пучка. Для сохранения достаточно гладкого профиля у пучка на интересующих нас расстояниях, отвечающих $N_F \approx 5 \div 2$, у $U(x)$ надо ограничить колебания амплитуды на плато величиной $\Gamma_M \leq 10\%$ и скомпенсировать амплитудный нарост.

Ограничение колебания амплитуды на плато (включая выброс в центре пучка) достигается ограничением диапазона параметров (3) [2, 3]: $\mu_1 > 10$, $\Delta \leq 0,005$; $D \geq 1,4$ при $\mu_1 \approx 11 \div 12$ с плавным переходом к $D \geq 1,1$ при $\mu_1 \geq 40$. Увеличение μ_1 при данном D уменьшает колебания на плато и выброс в центре. Параметр μ_1 , как упоминалось выше, ограничен еще и сверху числом зубцов ЗД для восстановления радиальной симметрии $U(x)$. Ограничение на μ_1 сверху для эффективности КК далее окажется у нас более сильным. Параметр D тоже может быть ограничен сверху, например, допустимым наклоном крыльев.

Предложенная в патенте [4] корректировка амплитудного и частично фазового наростов у $U(x)$ с помощью КК теоретически исследована и обоснована для условий патентного предложения в [3]. При добавлении к ЗД-ПФ тонкого непрозрачного КК (рис. 1) с безразмерными радиусами $\eta_{3,4}$ (или с безразмерным радиусом центра КК и его шириной)

$$\eta_{3,4} = r_{3,4} / r_1; \eta_0 = \frac{\eta_3 + \eta_4}{2}; \Delta\eta = \eta_4 - \eta_3 \quad (6)$$

к $U(x)$ добавляется поправка, зависящая от (6), μ_1 и Δ , которую, как в [3], обозначим $Y(x)$. Она позволяет частично скомпенсировать наросты на краю плато.

Из известного интегрального решения радиально-симметричного ПУ для поля, нормированного как (1), на расстоянии z за ПФ имеем (этап 3, рис. 1)

$$U(x, \tilde{z}) = \frac{e^{i\frac{x^2}{2\tilde{z}}}}{i\tilde{z}} \int_0^\infty U(v, 0) J_0\left(\frac{vx}{\tilde{z}}\right) v e^{i\frac{v^2}{2\tilde{z}}} dv, \quad (7)$$

где $U(x, 0) = U(x)$ или $U(x, 0) = U(x) + Y(x)$; $x = r/a$ – поперечная координата r , нормированная так же, как координата R на выходе ПФ (2); $a \tilde{z}$ – продольная координата z от выхода ПФ, выраженная через число Френеля за ПФ $N_F = a^2 / \lambda z$

$$\tilde{z} = z \lambda f^2 / 2\pi(r_1 f_1)^2 = 1 / 2\pi N_F. \quad (8)$$

За пределами [3] остались вопросы выбора пучка, под который нужно или можно корректировать $U(x)$, и зависимость корректировки от неоптимального выбора параметров (3), (6) аподизатора, т.е. границы применимости корректировки [3, 4]. Мы покажем, при каких условиях и в какой степени КК позволяет скомпенсировать нарост профиля у $U(x)$ и уменьшить Γ_M при распространении скорректированного пучка.

2. Распространение пучков за ПФ

Для расчетов полей (7) за ПФ в качестве $U(x)$ брать аналитические модели поля в виде

$$U(x) = [U_{FG,SG,\dots}(x) + A_h(x)] \exp[i\Phi_h(x)], \quad (9)$$

где $U_{FG,SG,\dots}$ – модельные пучки, подогнанные под $U(x)$, A_h и Φ_h моделировались из кусков аналитических функций, воспроизводящих всю структуру расчетных наростов до нижней части крыльев (без хвостов $U(x)$) или в виде лишь основных максимумов наростов (как на рис. 3а, б), или с разными боковыми структурами. Делались расчеты (7) и без одного или обоих наростов в (9). Любой пучок представим в виде (9), если наросты воспроизведены адекватно.

При распространении сплюснутых пучков из-за дифракции формируется заметный максимум на краю плато, еще 2–3 экстремума на половине плато и уменьшается наклон крыла. Этот типичный вид деформации профиля заметно различается для функции (1) и подогнанных под нее функций по размерам деформации на конкретных расстояниях. На рис. 4а показана трансформация FG-пучка для $D = 1,5$ (отвечает П–2) с ростом \tilde{z} , а на рис. 4б – пример отличия профилей (7) для всех функций из [11] и профиля для П–2, рассчитанного с учетом всей структуры наростов.

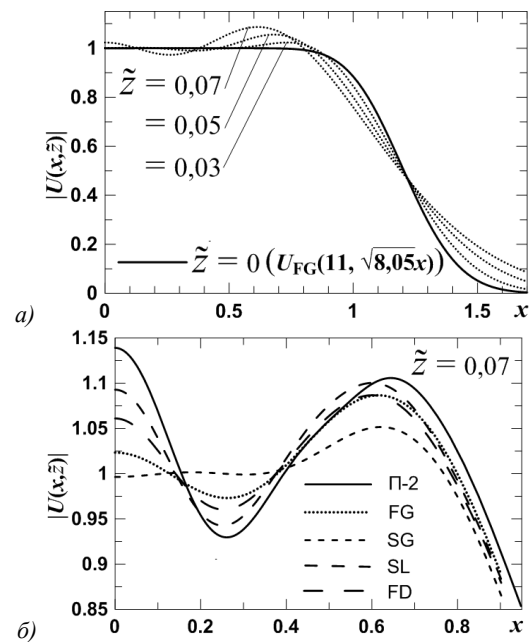


Рис. 4. Поперечные профили $|U(x, \tilde{z})|$ (7) на расстоянии \tilde{z} при $U(x, 0) = U_{П-2}(x)$ и в виде моделей FG, SG, SL и FD из [11], подобранных для $D = 1,5$

Видно, что деформации подогнанных под D пучков из [11] с рис. 2 при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ ($N_F \approx 5 \div 2$) заметно различны. Самый медленно деформируемый – SG-пучок, потом FG, потом близкие SL и FD. Это уже говорит о роли наростов в деформации $U(x, \tilde{z})$, которая не зависит от модели $U(x)$: различия в (7) для $U_{FG,SG,\dots}$ из (9) возникают из-за вклада наростов.

Более медленная деформация SG-пучка обусловлена его более плавным спадом на краю плато. Коррекция $|U(x)|$ под SG-пучки с помощью КК возможна, но лишь в очень узком диапазоне параметров аподиза-

тора, в отличие от коррекции под FG-пучки, что показано далее. Поэтому нет необходимости исследовать пучки с еще более плавным спадом, чем у SG.

Поскольку у пучков FG и SG деформация заметно ниже, чем у пучков (1) с наростами, ГМ пучка за ПФ понизится, если убрать наросты $U(x)$ под U_{FG} или U_{SG} .

Расчеты по (7), (9) с разными моделями наростов показали, что для оценки ГМ за ПФ допустимы модели A_h , состоящие лишь из основного максимума, т.к. именно он определяет профиль $U(x, \tilde{z})$ и его ГМ, а не боковая структура A_h . Отличия от более точных моделей, в основном не меняющие ГМ пучка, видны лишь в выбросах $|U(0, \tilde{z})|$, зависящих от \tilde{z} и чувствительных ко всем деталям наростов – точности их приближения, в том числе и на крыльях, учету Φ_h , учету хвостов $U(x)$.

Роль имеющегося при $\Delta \neq 0$ у $U(x)$ нароста фазы Φ_h мала по сравнению с A_h и тоже проявляется в $|U(0, \tilde{z})|$, не меняя ГМ. Тем более мала роль боковой структуры Φ_h . Без потерь в точности можно в (9) брать Φ_h в виде лишь основного максимума.

В расчетах мы в основном брали в (9) U_{FG} , т.к. рассмотрение (9) с U_{SG} получается простым включением в A_h разницы основных максимумов.

Функция $U(x, \tilde{z})$ для U_{FG} представима суммой нескольких гауссоидов высшего типа – собственных решений ПУ, и анализ $U(x, \tilde{z})$ под этим углом приводит к интересным выводам (см. Приложение).

3. Модельные расчеты влияния основных параметров наростов на поле за ПФ

Из (9) поправка от малых наростов к решению $U_{FG}(x, \tilde{z})$ (7) для $U(x, 0) = U_{FG}$ примерно равна

$$U(x, \tilde{z}) - U_{FG}(x, \tilde{z}) \approx e^{\frac{i x^2}{2 \tilde{z}}} \int_0^\infty \left[i U_{FG}(v) \Phi_h(v) + J_0 \left(\frac{v x}{\tilde{z}} \right) v e^{\frac{i v^2}{2 \tilde{z}}} dv \right] + A_h(v) \quad (10)$$

где первое слагаемое в квадратной скобке как минимум в 1,5 раза меньше второго (см. рис. 3). Т.к. у $U_{FG}(x, \tilde{z})$ при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ мала мнимая компонента (см. (П8) в Приложении), вклад наростов в $|U(x, \tilde{z})|$ определяется слагаемым A_h в (10). Поэтому проследим за $A_h(x, \tilde{z})$ – эволюцией A_h из (10).

Эволюция разных A_h происходит похоже: максимум расплывается, уменьшаясь, и формируется экстремум при $x=0$, который растет, превышая максимум A_h . Что и проявляется в $|U(x, \tilde{z})|$ (рис. 4). Различие картин для разных A_h – в расстояниях по \tilde{z} описанных стадий и в абсолютных размерах. На рис. 5 показан процесс для двух A_h . Главное отличие взятых A_h – в ширине максимума, что сильно влияет на зависимость от \tilde{z} стадий деформации. В Приложении дано качественное объяснение эволюции A_h на рис. 5.

Расчеты показали, что определяющими по влиянию на деформацию $|U(x, \tilde{z})|$ и ее ГМ параметрами

являются ширина Δl , высота h и положение вершины основного максимума A_h и именно в такой последовательности. Поэтому мы исследовали на простых моделях A_h и Φ_h (рис. 3) влияние на ГМ за ПФ этих параметров наростов, а затем рассчитали (7) с близкими реальности A_h и Φ_h для ключевых примеров.

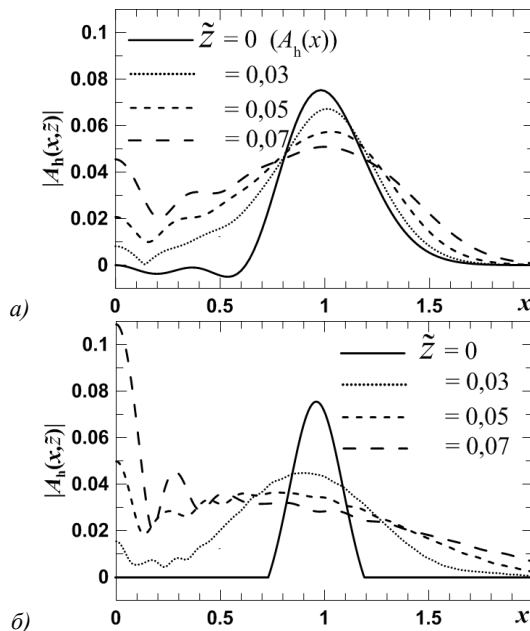


Рис. 5. $A_h(x, \tilde{z})$ – эволюция A_h на расстоянии \tilde{z}

Влияние основных параметров наростов на ГМ пучка при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ было изучено для П–1,2 с U_{FG} в (9): вершины наростов заметно смещались, а Δl и h менялись в 1,5–3,5 раза в обе стороны. В эксперименте такие вариации могут возникать из-за неполной компенсации наростов с помощью КК.

Роль высоты A_h из (10) очевидна – деформация пучка пропорциональна высоте. При неоптимальной компенсации A_h максимум можно скомпенсировать частично по высоте или ширине, что меняет ширину и центр остаточного максимума. Сужение максимума уменьшает у $|U(x, \tilde{z})|$ максимум на краю плато, сдвиг мало влияет на максимум. Но и сужение, и сдвиг к центру увеличивают модуляции на плато и выброс при $x=0$ в зависимости от \tilde{z} .

Для оценки влияния параметров Φ_h на $|U(x, \tilde{z})|$ они тоже менялись в разы. Для $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ при этом максимум на краю плато почти не менялся, а модуляция плато и выбросы в центре были заметно слабее, чем при вариациях A_h , даже при сильном завышении вариаций Φ_h по сравнению с имеющейся фазой. КК обычно несколько уменьшает Φ_h (см. далее рис. 8б).

4. Эффективность КК в компенсации амплитудного нароста пучка на выходе ПФ

Итак, для понижения ГМ у $U(x, \tilde{z})$ на расстояниях, отвечающих $N_f \approx 5 \div 2$ за ПФ, надо скорректировать форму $|U(x)|$ на выходе 3Д-ПФ, подогнав ее под FG-, а еще лучше под SG-пучок. Для этого надо уменьшить

выброс амплитуды в центре плато, ограничивая параметры (3), и убрать основной максимум A_h .

Если желательно получить ГМ на плато $U(x, \tilde{z})$ в 10% при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ (как в [3]), то из рис. 6 видно, что даже для FG- и SG-пучков лишь SG-пучки при $D \geq 1,5$ приемлемо удовлетворяют такому критерию на этих \tilde{z} . Несколько хуже FG-пучок при $D \geq 1,6$. Для $D < 1,5$, даже если КК скорректирует $U(x)$ под FG- или SG-пучки, заметно понизить ГМ не удастся. Это накладывает на D более жесткое условие, чем приведенное выше ограничение гладкости плато на выходе ПФ – $D \geq 1,5$ при любых μ_1 .

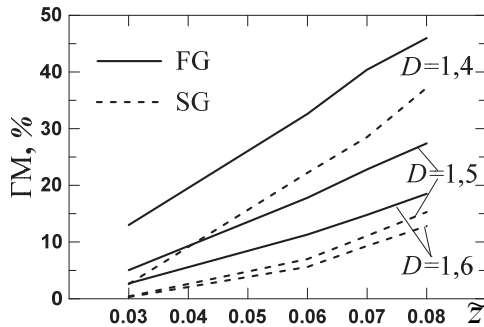


Рис. 6. ГМ (7) в виде кусочно-линейных функций, соедняющих расчеты при $\tilde{z} = 0,03; 0,06; 0,07$ и $0,08$, для $U_{FG, SG}$, отвечающих указанным D . Параметры (4) и (5) при $D = 1,6$ и $D = 1,5$ приведены на рис. 2; для $D = 1,4$ они равны: $U_{FG}(20, \sqrt{15}x)$ и $U_{SG}(9, \sqrt{0,17}x)$

Простой способ убрать A_h у $U(x)$ – поместить непрозрачное корректирующее кольцо-экран (КК) во входную апертуру ПФ в область, отвечающую максимуму A_h в приближении ГО. Для эффективного выполнения задачи формы и параметры максимумов $A_h(x)$ и поправки $Y(x)$ от КК должны совпасть, что зависит от параметров (3) и (6). Здесь есть трудность.

У максимума A_h выпуклая форма (рис. 3), которая в основном зависит от D и слабо – от μ_1 и Δ . При $\Delta \leq 0,001$ его ширина Δl и высота h слегка зависят от μ_1 , при больших Δ зависимость почти пропадает, сохраняясь лишь при малых μ_1 . Это верно при всех $D \approx 1,4 \div 1,6$ и $\Delta \leq 0,005$. С ростом μ_1 уменьшается боковая структура A_h (плато сглаживается).

У поправки Y (зависящей от Δ , μ_1 и (6)), как показано в [3], при $\Delta = 0$ (когда $U(x)$ и $Y(x)$ действительны) форма тоже выпуклая, сохраняющая подобие: высота максимума h прямо, а ширина Δl обратно пропорциональны μ_1 (см. (11)). То есть с ростом μ_1 Δl у Y резко уменьшается, а относительный размер боковых экстремумов сохраняется. При $\Delta > 0$ зависимость Δl от μ_1 слабеет с ростом Δ , но все-таки заметна. Также сохраняется относительный размер боковых экстремумов, которые с ростом μ_1 и Δ могут даже исказить выпуклый вид основного максимума, срастаясь с ним. От Δ же зависимость h и Δl у Y существенна. Поэтому подогнать Δl у Y и A_h при каждом Δ если можно, то лишь при определенных, малых μ_1 , как видно из рис. 7. Параметры КК на Δl у Y не

вливают [3]: $\Delta \eta$ определяет h , а η_0 – положение основного максимума Y . Значит, для эффективности КК ЗД-ПФ надо согласовать с КК по Δl выбором μ_1 , который зависит от Δ . Несогласование A_h и Y (даже выпуклой формы) проявляется в компенсации с помощью Y лишь части A_h – по ширине или по высоте.

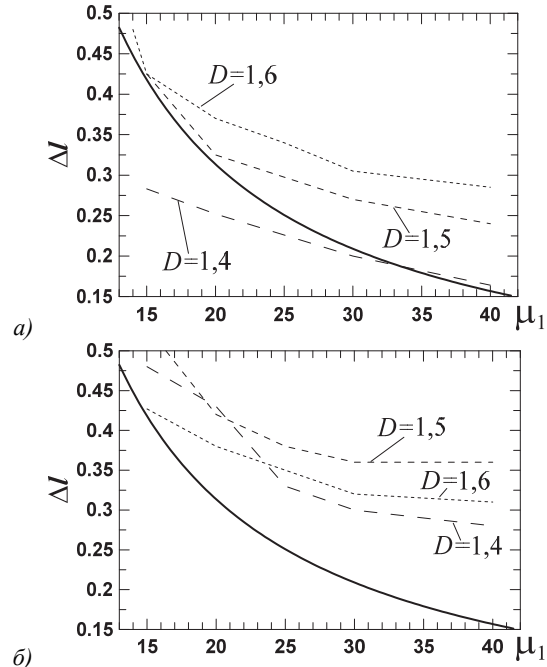


Рис. 7. Функции $\Delta l(\mu_1)$ при $\Delta = 0$. Сплошные линии – (11) для максимумов Y , штриховые – расчет для A_h при разных D (а – относительно FG-пучка, б – относительно SG)

Согласование Δl для поправки Y с A_h при $\Delta = 0$ показано на рис. 7. Сплошные линии – это зависимость

$$\Delta l(\mu_1) \approx 6,27/\mu_1 \quad (11)$$

для поправки Y , полученная в [3], штриховые линии – $\Delta l(\mu_1)$ для A_h . Видно, что обе Δl согласуются для $D = 1,6$ под FG/SG-пучки при $\mu_1 \approx 15$; для $D = 1,5$ и $D = 1,4$ – под FG-пучки при $\mu_1 \approx 15 \div 20$ и $\mu_1 \approx 30 \div 35$ соответственно. Аналогична ситуация для $D \approx 1,5 \div 1,6$ и при $\Delta = 0,003$ [3]. Для $D = 1,4$ при $\Delta = 0,003$ согласования нет ни под FG-, ни под SG-пучки.

При $\Delta \neq 0$ $Y(x)$, как и $U(x)$, комплексна с, вообще говоря, немалой мнимой частью. Тогда Y надо добавить в (9), а $\text{Im}Y$ и $\text{Re}Y$ – почленно в (10). Из (10) видно, что $\text{Im}Y$ в основном влияет на Φ_h , а согласование Y с A_h представляет неопределенность: приемлемый разброс Δl и h у Y можно оценить из двух графиков – в виде $|Y|$ и $\text{Re}Y$. При выпуклых формах основного максимума Δl одинакова по обеим оценкам. А h , определяющая $\Delta \eta$ для КК [3], через $\text{Re}Y$ несколько меньше, чем через $|Y|$, что дает интервал для подбора $\Delta \eta$.

Таким образом, скорректировать $U(x)$ под FG- или SG-пучок с помощью КК можно лишь выбором нужных μ_1 у ПФ. Взятые выше $\Pi = 1,2$ для ПФ-ЗД соответствуют примерам такого выбора μ_1 при $\Delta = 0,003$ для $D = 1,6$ и $D = 1,5$.

Даже при $\Delta=0$, когда (11) связывает Δl у Y с μ_1 , не удается выразить формулой зависимость Δl у A_h от μ_1 и D . Как видно из рис. 7, Δl у Y и A_h согласуются при малых μ_1 , когда Δl у A_h еще зависят от μ_1 . Поэтому подбор μ_1 делается графически, как на рис.7. Тем более это так, когда $\Delta \neq 0$ и обе Δl (у A_h и Y) еще и заметно зависят от Δ . Приведенные выше оценки μ_1 для $1,4 \leq D \leq 1,6$ и $\Delta \leq 0,003$, как показано далее, позволяют хорошо скорректировать пучки с помощью КК.

Для наших целей не важно, при каких μ_1 и Δ с данным D корректировать $U(x)$ на выходе ПФ. Но это важно для возможности использовать для этого метод КК. Также может иметь значение то, что коррекция не дает точный FG- или SG-пучок. Даже если параметры ПФ-ЗД-КК подобраны оптимально, у профиля пучка остаются какие-то мелкие «дефекты» – волны на плато, фазовая добавка или неточности среза A_h . А тем более, если какие-то параметры ПФ-ЗД-КК не оптимальны. Далее на конкретных примерах мы покажем, как это скажется на ГМ полученных пучков на расстояниях за ПФ, отвечающих $N_F \approx 5 \div 2$.

5. Примеры корректировки пучков с помощью КК

Учитывая диапазон μ_1 для согласования Δl у A_h и Y для разных D и $\Delta \leq 0,003$ (рис. 7 и [3]), мы рассчитали с помощью (7) и (9) конкретные примеры.

Для $D=1,6$ (согласованное $\mu_1 \approx 14 \div 15$ под FG- и SG-пучки) мы рассчитали при $\Delta=0$ согласованный по параметрам (6) КК пример с $\mu_1=15$, а при $\Delta=0,003$ – пример из [3, 4] с $\mu_1=14$ – **пример 3 (П-3)**, который близок П-1. П-3 разобран в [3] под FG-пучок при неоптимальном выборе параметров КК (отвечающих данным патента [4]). Здесь мы рассчитали корректировку П-3 под FG- и SG-пучки при оптимальных параметрах КК, а также при неоптимальных значениях $\mu_1 > 15$, т.е. несогласовании по Δl .

Для $D=1,5$ (согласованное $\mu_1 \approx 15 \div 20$ лишь под FG-пучки) мы рассчитали при оптимальных μ_1 подбор КК при $\Delta=0$ и для П-2 при $\Delta=0,003$.

Для $D=1,4$ КК может скорректировать $U(x)$ под U_{FG} лишь при $\Delta \leq 0,001$. При $\Delta=0,001$ оптимальное $\mu_1 \approx 25$, а при $\Delta=0$ – $\mu_1 \approx 30 \div 35$. Из рис. 6 видно, что ни у U_{FG} , ни у U_{SG} не будет малых ГМ при $\tilde{z} \approx 0,06 \div 0,08$, однако скорректировать с КК $U(x)$ под U_{FG} можно. Мы рассчитали выбор КК для $U(x)$ при $\Delta=0$ и $\mu_1=30$.

В расчетах (7) для (9) брались модели наростов, воспроизводящие всю их структуру.

5.1. Корректировка пучка при $D=1,6$

Корректировка $U(x)$ при оптимальных параметрах ЗД-ПФ-КК (совпадение Δl у основных максимумов Y и A_h подбором μ_1 , h подбором $\Delta \eta$, и совмещение их вершин выбором η_0 [3]) приводит к получению на выходе ПФ пучка, приближенного к FG или SG и также слабо дифрагирующего за ПФ, как и сами FG/SG-пучки. Это видно на рис. 8, 9, где, соответ-

ственно, показано, как меняются A_h и Φ_h в П-3 и меняется ГМ пучков за ПФ в П-3 и при $\Delta=0$.

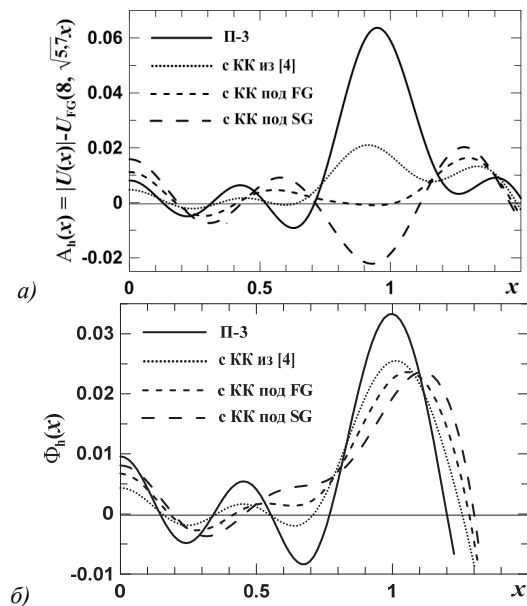


Рис. 8. Амплитудные и фазовые наросты $U(x)$ относительно U_{FG} для П-3 (без КК) и с различными КК

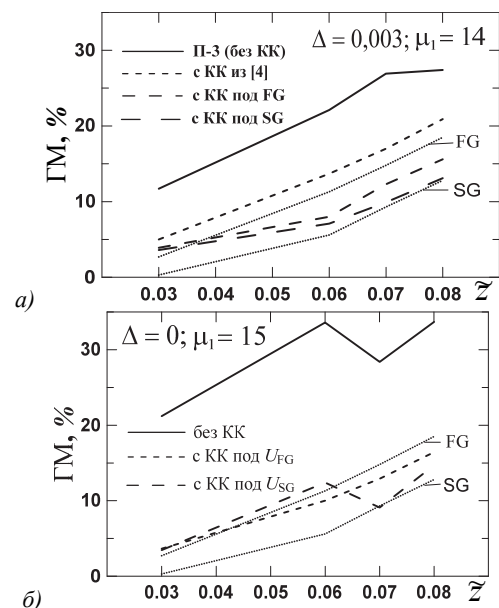


Рис. 9. ГМ $U(x, \tilde{z})$, рассчитанные как на рис. 6. $D=1,6$. Пунктирные линии взяты для U_{FG}, SG с рис. 6

Выбор параметров КК ($\eta_0; \Delta \eta$) в П-3 на рис. 8, 9 соответствует неоптимальным (0,965; 0,01) под U_{FG} из [4] (пример разобран в [3]) и оптимальным (0,95; 0,015) под U_{FG} и (0,94; 0,02) под U_{SG} . При $\Delta=0$ и $\mu_1=15$ оптимальные параметры КК под U_{FG} – (0,945; 0,0154), под U_{SG} – (0,935; 0,02).

Из рис. 8 видно, что при оптимальном подборе параметров КК под FG максимум A_h практически убирается. Остаточный нарост под SG на рисунке отрицателен, т.к. он тоже показан относительно FG-пучка (т.е. в него включена разность U_{FG} и U_{SG} в (9)); показанный под SG он тоже будет нулевым.

КК также немного уменьшает и фазовый нарост.

А из рис. 9а видно, что все КК с рис. 8 заметно понижают ГМ за ПФ. Т.е. неоптимальный выбор КК не сильно сказывается на качестве полученного пучка. При подборе КК под SG ГМ немного выше, чем у SG, а под FG – даже немного ниже, чем у FG. Расчеты показали, что в основном это вклад остаточной фазы.

Неоптимальный выбор μ_1 сказывается на качестве пучка сильнее. Для П–3 мы подобрали КК для $\mu_1 > 15 - \mu = 20; 25; 40$. В отсутствие КК A_h близки при разных μ_1 ; близки и ГМ пучков за ПФ. С ростом μ_1 поправка Y становится уже A_h . Два проявления несогласования ЗД-ПФ с КК (частичный срез максимума A_h и то, что с ростом μ_1 у боковая структура не уменьшается, как у A_h) порождают рост колебаний на плато $|U(x)|$, что портит достигнутое с помощью ЗД гладкость плато, хотя A_h частично убирается. Колебания на плато (в разумных пределах при небольшом выбросе в центре) влияют на рост ГМ за ПФ слабее основного максимума A_h . Поэтому частичный срез A_h при росте колебаний на плато в каких-то границах снижает ГМ за ПФ. При $\mu_1 = 20$ ГМ с КК снижается на $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ более чем вдвое и оказывается немногим выше, чем у FG-пучка, а при $\mu_1 \geq 25$ уже нет. В этом случае ситуация одинаково плоха, убираем ли A_h частично по высоте или частично по ширине. При $\mu_1 = 40$, например, от максимума A_h можно убрать лишь узкие куски и плато портится (см. рис. 6 в [3]), что совсем не снижает ГМ за ПФ за счет КК.

5.2. Корректировка пучка при $D = 1,5$

Из рис. 6 видно, что срез наростов под U_{FG} при $D = 1,5$ весьма желателен. ЗД-ПФ и КК согласованы здесь при $\mu_1 \approx 15 \div 20$ под FG-пучок и для $\Delta = 0$, и для $\Delta = 0,003$. Мы рассчитали подбор КК для П–2 и при $\Delta = 0$ для $\mu_1 = 15; 20$. В трех рассмотренных случаях получилось, что оптимально подобранные КК хорошо подгоняют $|U(x)|$ под U_{FG} , понижая ГМ за ПФ почти до качества FG-пучка.

Попытка подогнать $U(x)$ под U_{SG} дает результат хуже подгонки под U_{FG} . Это связано с тем, что под SG-пучок A_h намного шире (рис. 3з) и КК убирает либо только макушку A_h (что фактически означает срез под FG), либо сужает A_h со сдвигом к центру, почти не уменьшая высоты, что увеличивает ГМ при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$, порождая глубокий провал или выброс в центре пучка (это иллюстрирует рис. 5б).

Корректировка с $\Delta = 0$ при $\mu_1 = 15; 20$ показала, что, подгоняя $|U(x)|$ под один и тот же FG-пучок, мы получаем различную структуру остаточных колебаний на плато у пучков. При $\mu_1 = 15$ у $|U(x)|$ без КК были заметные колебания на плато (ГМ $\approx 10\%$), КК их сгладило до $\approx 3\%$. А при $\mu_1 = 20$ КК почти не изменило эти колебания – они были и остались $\approx 6\%$. А ГМ пучков за ПФ оказались одинаковыми. Т.е. остаточные колебания на плато мало влияют на дифракцию пучка; задача поправки Y – убрать основной максимум A_h , а не уменьшать остаточные колебания.

5.3. Корректировка пучка при $D = 1,4$

Расчеты показали, что для $D = 1,4$ КК может скорректировать $U(x)$ лишь под FG-пучок и лишь для $\Delta < 0,001$ при $\mu_1 \approx 30 \div 35$ ([3], рис. 7). И хотя даже у FG-пучков ГМ не малы при $\tilde{z} \approx 0,06 \div 0,08$ (см. рис. 6), качество FG-пучка из $U(x)$ получить можно. Мы считали для $\Delta = 0$ и $\mu_1 = 30$ ГМ на расстояниях $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ как для пучка без корректировки, так и с оптимальным КК. ГМ последнего оказалась близка ГМ FG-пучка на $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ – примерно на 5% меньше ГМ исходного пучка.

Заключение

Проведено сравнение профиля пучка $U(x)$, аподизированного пространственным фильтром с зубчатой диафрагмой на входе, с профилями слабо дифрагирующих сплюснутых аналитических пучков. Показано, что отличия от них в $U(x)$, главное из которых – амплитудный нарост на краю плато, заметно увеличивают глубину модуляции плато пучка за ПФ. Чем более плавен край плато на выходе ПФ, тем ниже будут ГМ за ПФ. Поэтому для уменьшения ГМ на расстояниях $N_F \approx 5 \div 2$ надо у $U(x)$ убрать амплитудный нарост. Предложенный в патенте [4] метод сглаживания края плато за счет добавления внутрь ЗД непрозрачного корректирующего кольца в область прообраза нароста в приближении геометрической оптики, позволяет скорректировать профиль $U(x)$ на выходе ПФ под пучки в виде сплюснутого Гаусса (FG) или супер-Гаусса (SG).

Корректировка $U(x)$ с помощью КК оптимальна при совпадении ширин основных максимумов амплитудного нароста A_h и поправки от КК выбором параметра ПФ μ_1 (т.е. радиуса ограничивающей диафрагмы в фокусе ПФ), при совпадении их высот выбором ширины КК $\Delta\eta$, и совмещении их вершин выбором центра КК η_0 [3], т.е. достигается правильно выбранными параметрами кольца и аподизатора.

В данной работе изучены границы применимости корректировки [4] и ее качество по параметрам ЗД-ПФ. Т.к. в основном корректировка зависит от согласования ширины A_h и Y , определяемого параметрами μ_1 и Δ , она достижима в ограниченной области μ_1 и Δ .

При $\Delta \leq 0,003$ для $D = 1,6$ ЗД-ПФ и КК могут быть согласованы для корректировки под FG- и SG-пучки при $\mu_1 \approx 14 \div 15$, а для $D = 1,5$ – лишь под FG-пучки при $\mu_1 \approx 14 \div 20$. Для $D = 1,4$ согласование возможно при $\Delta \leq 0,001$ лишь под FG-пучки при $\mu_1 \approx 25 \div 35$, но заметно уменьшить ГМ пучка при $\tilde{z} \approx 0,03 \div 0,08$ в этом случае уже не удастся.

В итоге при $D \in 1,4 \div 1,6$ возможна корректировка под FG-пучки при $\mu_1 \approx 14 \div 35$. Для $\mu_1 \approx 14 \div 15$ КК позволяют подогнать $U(x)$ под еще медленнее деформируемый SG-пучок, что невозможно при больших μ_1 . Тем более КК не корректирует $U(x)$ под пучки с еще более плавным переходом от плато к крыль-

ям. То есть корректировку [4] не следует рассматривать как поправку КК для произвольного аподизатора ЗД-ПФ, а надо выбирать параметры всей системы ЗД-ПФ-КК. При согласовании системы по μ_1 подбор параметров КК ($\eta_0; \Delta\eta$) повышает качество корректировки $U(x)$, но неоптимальность их выбора сказывается на понижении ГМ слабее несогласования по μ_1 .

Если корректировка с помощью КК возможна при заданном параметре Δ , то она возможна и при меньших Δ , т.к. от Δ слабо зависит амплитудный нарост, а влияние сопутствующего при $\Delta > 0$ фазового нароста на ГМ незначительно.

Проведенный анализ показал, когда и как с помощью КК можно на выходе ЗД-ПФ приблизиться к профилям FG/SG-пучков при $D \approx 1,4 \div 1,6$, достигнув и их ГМ за ПФ при $N_F \approx 5 \div 2$.

References

- [1] Sizova IM, Moskalev TYu, Mikheev LD. Laser beam shaping with circular serrated apertures. I. Spatial filtering. *Appl Opt* 2019; 58(18): 4905-4909. DOI: 10.1364/AO.58.004905.
- [2] Sizova IM, Moskalev TYu, Mikheev LD. Laser beam shaping with circular serrated apertures. II. Theory of the beam profile formation. *Appl Opt* 2019; 58(18): 4910-4917. DOI: 10.1364/AO.58.004910.
- [3] Sizova IM, Moskalev TYu, Stavrovskii DB. Correction of shape distortions in laser beams apodized with circular serrated apertures. *Appl Opt* 2021; 60(16): 4861-4870. DOI: 10.1364/AO.423334.
- [4] Moskalev TYu, Mikheev LD. Laser beam apodizer [In Russian]. Pat RF of Invent N 2587694 of June 20, 2016, Russian Bull of Inventions N17, 2016.
- [5] Aristov AI, Grudtsyn YaV, Zubarev IG, Ivanov NG, Konyashchenko AV, Krokhin ON, Losev VF, Mavritskiy AO, Mamaev SB, Mesyats GA, Mikheev LD, Panchenko YuN, Rastvortseva AA, Ratakhin NA, Sentis ML, Starodub AN, Tenyakov SYu, Uteza OP, Tcheremiskine VI, Yalovoi VI. Hybrid femtosecond laser system based on a photochemical XeF(C-A) amplifier with an aperture of 12 sm [In Russian]. *Atmospheric and Oceanic Optics* 2009; 22(11): 1029-1034.
- [6] Mikheev LD, Tcheremiskine VI, Uteza OP, Sentis ML. Photochemical gas lasers and hybrid (solid/gas) blue-green femtosecond systems. *Prog Quantum. Electron* 2012; 36: 98-142. DOI: 10.1016/j.pquantelec.2012.03.004.
- [7] Alekseev SB, Aristov AI, Grudtsyn YaV, Ivanov NG, Kovalchuk BM, Losev VF, Mamaev SB, Mesyats GA, Mikheev LD, Panchenko YuN, Polivin AV, Stepanov SG, Ratakhin NA, Yalovoi VI, Yastremskii AG. Visible-range hybrid femtosecond systems based on a XeF(C-A) amplifier: state of the art and prospects. *Quantum Electron* 2013; 43(3): 190-200. DOI: 10.1070/QE2013v043n03ABEH015096.
- [8] Mikheev LD, Losev VF. Multiterawatt hybrid (solid/gas) femtosecond systems in the visible. In Book: Viskup R, ed. *High energy and short pulse lasers*. IntechOpen; 2016: 131-161. DOI: 10.5772/63972.
- [9] Alekseev SB, Ivanov NG, Losev VF, Mesyats GA, Mikheev LD, Ratakhin NA, Panchenko YuN. Attainment of a 40 TW peak output power with a visible-range hybrid femtosecond laser system. *Quantum Electron* 2019; 49(10): 901-904. DOI: 10.1070/QEL17050.
- [10] Reddy ANK, Pal V. Robust design of diffractive optical elements for forming flat-top beams with extended depth of focus. *Appl Phys B* 2019; 125(12): 231. DOI: 10.1007/s00340-019-7345-2.
- [11] Shealy DL, Hoffnagle JA. Laser beam shaping profiles and propagation. *Appl Opt* 2006; 45(21): 5118-5131. DOI: 10.1364/AO.45.005118.
- [12] Gori F. Flattened Gaussian beams. *Opt Comm* 1994; 107: 335-341. DOI: 10.1016/0003-4018(94)90342-5.
- [13] Tovar AA. Propagation of flat-topped multi-Gaussian laser beams. *J Opt Soc Am A* 2001; 18(8): 1897-1904. DOI: 10.1364/JOSAA.18.001897.
- [14] Goncharenko AM. Gaussian beams of light [In Russian]. Minsk: "Nauka i Tehnika" Publisher; 1977.
- [15] Oraevsky AN. Gaussian beams and optical resonators [In Russian]. *Proceedings (Trudy) of the P.N. Lebedev Physics Institute* 1988; 187: 3-59.
- [16] Prudnikov AP, Brychkov YA, Marichev OI. *Integrals and series. Volume 2. Special functions*. New York: Gordon and Breach; 1986. ISBN: 978-2-88124-097-3.

Приложение

Разложение FG-пучков по собственным функциям ПУ

Для радиально-симметричного ПУ

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) U + i \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \quad (\text{П1})$$

Гауссовы пучки такой же симметрии образуют полную систему решений и имеют вид в нормировке на 1 при $r=0, z=0$ [14, 15]

$$G_m(\tau, \eta) = \frac{\exp[-\tilde{\tau}^2(1-i\eta) - i(1+2m)\arctg(\eta)]}{\sqrt{\eta^2+1}} L_m(2\tilde{\tau}^2), \quad (\text{П2})$$

где r, z – поперечная и продольная координаты цилиндрической системы координат, $L_m(x)$ – полиномы Лагерра, а безразмерные аргументы (П2) равны

$$\eta = z/z_0; \tau = r/w_0; \tilde{\tau} = \tau/\sqrt{\eta^2+1}. \quad (\text{П3})$$

В (П2) и (П3) использованы обозначения, отличные от [15]. У Гауссоид (П2) $\eta = 0$ соответствует положению перетяжек с плоским фазовым фронтом. Свободный параметр семейства (П2) – радиус перетяжки w_0 , который нормирует r в (П3) и определяет нормировку z на $z_0 = \pi w_0^2 / \lambda$.

При $\eta = 0$, когда $z = 0$, из (П2) имеем

$$G_m(\tau, 0) = e^{-\tau^2} L_m(2\tau^2), \tag{П4}$$

где $L_m(2\tau^2)$ – четные полиномы от τ с рациональными коэффициентами [16]. Видно, что $U_{FG}(n, \tau)$ из (4) представима также суммой $n + 1$ функций (П4)

$$U_{FG}(n, \tau) = e^{-\tau^2} \sum_{m=0}^n \frac{1}{m!} \tau^{2m} = \sum_{m=0}^n k_m G_m(\tau, 0), \tag{П5}$$

поэтому поле $\tilde{U}_{FG}(\tau, \eta)$ на расстоянии η будет

$$\tilde{U}_{FG}(\tau, \eta) = \sum_{m=0}^n k_m G_m(\tau, \eta), \tag{П6}$$

где k_m – рациональны для каждого n [12].

Пучок (П5) подгоняется под $U(x, 0) = U(x)$ нормировкой $\tau = xp^{1/2}$. Согласно (П3), нормировке r в (7) и (8), это дает $\tilde{z} = \eta / 2p$.

Для $U(x, 0) = U_{FG}(n, xp^{1/2})$ аналитическое решение (7) $\tilde{U}_{FG}(x, \tilde{z})$ имеет вид [16]

$$\tilde{U}_{FG}(x, \tilde{z}) = \exp\left(i \frac{x^2 p}{2p\tilde{z} - i}\right) \frac{i \sum_{m=0}^n \left[\frac{2p\tilde{z}}{2p\tilde{z} - i} \right]^m L_m\left[\frac{x^2}{2\tilde{z}(2p\tilde{z} - i)} \right]}{2p\tilde{z} - i}. \tag{П7}$$

Подставляя $\eta = 2p\tilde{z}$ и $\tau = xp^{1/2}$ в (П6), получим другое выражение для (П7) в виде (П6)

$$\tilde{U}_{FG}(x, \tilde{z}) = \frac{\exp(-\tilde{x}^2(1 - i(2p\tilde{z})) - i \arctg((2p\tilde{z})))}{\sqrt{(2p\tilde{z})^2 + 1}} \times \sum_{m=0}^n k_m \exp(-i2m \arctg(2p\tilde{z})) L_m(2\tilde{x}^2), \tag{П8}$$

где $\tilde{x} = xp^{1/2} / [(2p\tilde{z})^2 + 1]^{1/2}$. Из (П7) имеем

$$\tilde{U}_{FG}(0, \tilde{z}) = -\left\{ 1 - \left[2p\tilde{z} / (2p\tilde{z} - i) \right]^{n+1} \right\}, \tag{П9}$$

что для $n \geq 8$ при $2p\tilde{z} \leq 1$ ($\tilde{z} \leq 0,08$ для **П-1** и $\tilde{z} \leq 0,07$ для **П-2**) дает $\tilde{U}_{FG}(0, \tilde{z}) \approx -1$.

При $\tilde{z} = 0$ (П8) равно (П5). При $\tilde{z} \neq 0$ в (П8) те же $n + 1$ слагаемые от $\tau = xp^{1/2}$, что и в (П5), модули которых по оси абсцисс растянуты, а по оси ординат сжаты в $[(2p\tilde{z})^2 + 1]^{1/2}$ раз для всех m . Вся сумма умножается на общий фазовый множитель, зависящий от $p\tilde{z}$. Но у каждого слагаемого m есть еще свой фазовый множитель, не зависящий от x и зависящий от $p\tilde{z}$ и m . Без них пучок (П7) не деформировался бы и точно сохранял исходную поперечную форму. Для каждого x в комплексной плоскости сумму (П4) можно представить как сумму $n + 1$ векторов по действительной оси; тогда при $\tilde{z} \neq 0$ для x $[(2p\tilde{z})^2 + 1]^{1/2}$ будет сумма такого же набора векторов, поделенных на $[(2p\tilde{z})^2 + 1]^{1/2}$ и повернутых на свой угол. Результат сложения повернут на общий угол. Т.е. деформация модуля пучка обусловлена разными фазовыми поворотами первоначально сфазированных векторов из (П5). Чем больше \tilde{z} , тем сильнее расфазировка. Максимально она проявляется при $x = 0$, т.к. у (П4) основной максимум 1 при $x = 0$ в 3 раза больше других экстремумов. Отсюда особая чувствительность $U(0, \tilde{z})$ к деталям $U(x, 0)$.

Основной и n вторичных отрицательных минимумов и положительных максимумов (П4) близки по ширине, а вторичные экстремумы и по размеру. Значит, (П4) можно подогнать по оси абсцисс так, что у них близко совпадут все общие волны. Алгебраическая сумма 2-3 таких функций даст схожие по виду и величине модели A_h , близкие реальным на рис. 3в, г. Высота и положение основных максимумов таких A_h регулируются выбором коэффициентов по осям, а подбор комбинаций (П4) позволяет варьировать ширину максимума A_h и вид боковой структуры. Набор ширин и структуры, конечно, дискретный, т.к. определен набором (П4) (параметров для подгонки не остается). Но качественно близких реальности вариантов много. Если в (9) взять U_{FG} , пренебечь Φ_h , а A_h смоделировать из (П4), то деформацию A_h пучков за ПФ можно исследовать аналитически. Пример такого A_h из двух функций (П4) показан на рис. 5а. Что объясняет рост $|A_h(0, \tilde{z})|$ и расползание исходного максимума A_h на рис. 5 также расфазировкой начально сфазированных слагаемых.

Сведения об авторах

Сизова Ирина Михайловна, 1954 года рождения, в 1977 году окончила физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, в 1980 году окончила аспирантуру физического факультета МГУ, кандидат физ.-мат. наук, работает научным сотрудником в Отделении квантовой радиофизики (ОКРФ) Физического института им. Н.П. Лебедева РАН, Москва. Область научных интересов: процессы в лазерных средах, дифракция, атмосферная оптика. E-mail: sizovaim@lebedev.ru.

Ставровский Дмитрий Борисович, 1948 года рождения, в 1972 году окончил Московский физико-технический институт, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, работает в Физическом институте им. Н.П. Лебедева РАН и в институте Общей физики им. А.М. Прохорова РАН. Область научных интересов: оптика, лазерная физика, спектроскопия. E-mail: stavrovskiy.dmitry@gmail.com. ORCID: 0000-0002-3424-5845.

ГРНТИ: 29.03.31, 29.33.17

Поступила в редакцию 8 декабря 2021 г. Окончательный вариант – 9 февраля 2022 г.

Limits of the correction ring applicability in an apodizer with a circular serrated aperture

I.M. Sizova¹, D.B. Stavrovskii^{1,2}

¹*P.N.Lebedev Physical Institute RAS, 119991, Moscow, Russia, Leninsky pr. 53;*

²*A.M. Prokhorov General Physics Institute RAS, 119991, Moscow, Russia, Vavilova 38*

Abstract

A theoretical investigation has been carried out of the evolution of a monochromatic laser beam profile after the beam exit from an apodizer. The optical scheme of the apodizer consists of a circular serrated aperture with a narrow opaque corrective ring and a spatial filter based on the Kepler telescope with a pinhole. Characteristic parameters of the apodizer have been found, which allows one to use the corrective ring for the improvement of the apodized beam profile quality and reduce the beam diffraction distortion at beam propagation over distances corresponding to the Fresnel numbers $N_F \approx 5 \div 2$.

Keywords: diffraction, diffractive optics, computer optics, apertures, apodization.

Citation: Sizova IM, Stavrovskii DB. Limits of the correction ring applicability in an apodizer with a circular serrated aperture. *Computer Optics* 2022; 46(3): 395-405. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1079.

Authors' information

Irina Mikhailovna Sizova (b. 1954) graduated from Physical department of M.V. Lomonosov MSU in 1977 and post graduate school of MSU in 1980, majoring in Radiophysics, Quantum Radiophysics. Works as the researcher at the P.N. Lebedev Physical Institute of the RAS in Moscow. Research interests: processes in laser media, diffraction and atmospheric optics. E-mail: sizovaim@lebedev.ru.

Dmitry Borisovich Stavrovskiy, (b. 1948), studied at the Moscow Institute of Physics and Technology (1966-1972). Works as senior researcher at P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences and at A.M. Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences. Research interests: optics, laser physics, spectroscopy. E-mail: stavrovskiy.dmitry@gmail.com. ORCID: 0000-0002-3424-5845.

Received December 8, 2021. The final version – February 9, 2022.
