Установлено, что построенные алгоритмы

$$\nu_\varphi(t) = M\left[\left(\frac{\partial H\hat{x}}{\partial \nu_\varphi}\right)^T_t \cdot \psi_{t_1}\right] \times tr\left\{M\left[y - H\hat{x}\right]_t \cdot \psi^T_{t}\right. \qquad (15)$$

$$\nu_\varphi(t) = (a_\varphi \cdot b_\varphi \cdot k_\varphi)^T_t \qquad (16)$$

обеспечивают асимптотические свойства минимизации заданного функционала качества (6) и оптимизируют замкнутую систему адаптивной фильтрации (I) - (4), (I3), (I5), (I6) в смысле рассматриваемого функционала. Вектор $\nu_\varphi(t)$ образован соответственно из элементов матриц $A_\varphi(t), B_\varphi(t)$ и $K_\varphi(t)$.

В случае мультипликативных шумов в канале измерения, вызванных наличием связанного с фотокатодом электронного умножителя в системе регистрации вторичного излучения, процесс наблюдений $y(t)$ будет иметь вид

$$y(t) = H[x(t)] + v(t). \qquad (17)$$

Для объекта, описываемого выражениями (I) - (3) и (I7), построение линейной несмещенной оценки $\hat{x}(t)$, оптимальной в смысле минимума функционала (6), проводилось с использованием расширенного фильтра Калмана.

Теоретические результаты подтверждены цифровым моделированием.

УДК 533.607:517.43

А.И.Седельников

ТОМОГРАФИЯ СВЕРХЗВУКОВЫХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И РАЗЛОЖЕНИЕ ПО ПОЛИНОМАМ ЦЕРНИКЕ

Получена система базисных функций для проекционных данных в случае произвольной выпуклой границы области. Анализируются возможности ее использования в численных расчетах.

Современный аэродинамический эксперимент связан с исследованием задач обтекания тела в сверхзвуковом потоке. В этих задачах искомое распределение плотности газа сосредоточено в некоторой двусвязной области, внешней границей которой является поверхность ударной волны, а внутренней – поверхность обтекаемого тела. В настоящее время в основу диагностики плотности газа положены оптические методы измерения (теневые, интерферометрические, методы спеклфотографии [I-4]). При многоракурсном оптическом зондировании плотности газа задача нахождения ее распределения $\rho_1(x,y)$ есть задача обращения уравнения Радона [5].

$$\iint \rho_1(x,y)\,\delta(x\cos\varphi + y\sin\varphi - p)\,dx\,dy = u(p,\varphi), \qquad (I)$$

где $u(p,\varphi)$ – регистрируемая в эксперименте функция, зависящая от угла наблюдения φ и проекционной переменной p.

В условиях, когда часть информации об исследуемом течении закрыта от наблюдателя непрозрачным телом, наиболее естественным методом решения уравнения (I) является метод разложения функции $\rho_1(x,y)$ в ряд по элементам двумерного базиса. В работе [6] средствами математического планирования проведен анализ информативности регистрируемых данных для условий, когда носителем $\rho_1(x,y)$ является круг $x^2+y^2 \leq R^2$ и в качестве элементов базиса использованы полиномы Цернике [7]. Результатом работы [6] является построение D – оптимальных планов, из анализа которых следует, что с бо́льшим весом необходимо проводить измерения в периферийной области проекции и с ме́ньшим – в центральной ее части. В аэродинамическом эксперименте, когда центральная часть потока занята обтекаемой моделью, отмеченное обстоятельство позволяет надеяться на успех применения разложения по полиномам Цернике.

В случае, когда носитель $\rho_1(x,y)$ сосредоточен на круге, разложение $\rho_1(x,y)$ по полиномам Цернике порождает разложение $u(p,\varphi)$ по полиномам Чебышева 2-го рода [8]. Для условий сверхзвукового обтекания модели в аэродинамическом эксперименте внешняя граница возмущенного потока может значительно отличаться от окружности, и использование для $u(p,\varphi)$ разложения по полиномам Чебышева 2-го рода становится неприемлемым. В данной работе получено более общее разложение для $u(p,\varphi)$, применимое в случае, когда носителем решения $\rho_1(x,y)$ является произвольная выпуклая область.

Представим функцию $\rho_1(x,y)=\rho_1(r\cos\psi_1, r\sin\psi)=\rho(r,\psi)$ в базисе полиномов Цернике

$$\rho(r,\psi)=\sum_{n=0}^{N}(n+1)\sum_{m=0}^{n}\theta_n^m R_n^m(r)\cos(m\psi), \tag{2}$$

причем

$$R_n^m(r)=\sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}}(-1)^s\binom{\frac{n-m}{2}}{s}\binom{n-s}{\frac{n-m}{2}}r^{n-2s} \tag{3}$$

при $n-m$ = 0,2,4..., $\theta=\{\theta_n^m\}$ - вектор искомых параметров. В (2) предполагается плоскостная симметрия функции $(\rho(r,\psi)=-\rho(r,-\psi), \psi\in[0,\pi])$, хотя это ограничение не является принципиальным для проведения всех приведенных ниже выкладок. Рассмотрим условия, когда носителем решения является произвольная выпуклая область.

Представим уравнение (I) в виде

$$\int_{z_1(p,\varphi)}^{z_2(p,\varphi)}\rho\left(\sqrt{p^2+z^2},\ \varphi+\arccos\frac{p}{\sqrt{p_2+z^2}}\right)dz=u(p,\varphi), \tag{4}$$

где ось z перпендикулярна оси p. Подставляя выражения (2),(3) в (4), проводя интегрирование и необходимые преобразования, получаем [9]

$$u(p,\varphi)=\sum_{n=0}^{N}(n+1)\sum\theta_n^m\left[Q_n^m(p,\varphi)\cos(m\varphi)-G_n^m(p,\varphi)\sin(m\varphi)\right], \tag{5}$$

$$Q_n^m(p,\varphi)=q_n^m\left[p,z_2(p,\varphi)\right]-q_n^m\left[p,z_1(p,\varphi)\right], \tag{6}$$

$$G_n^m(p,\varphi)=g_n^m\left[p,z_2(p,\varphi)\right]-g_n^m\left[p,z_1(p,\varphi)\right], \tag{7}$$

где $z_1(p,\varphi), z_2(p,\varphi)$ - точки пересечения луча (p,φ) с границей области.

Функции $q_n^m(\rho, z)$ и $g_n^m(\rho, z)$ можно представить в виде

$$q_n^m(\rho,z)=\sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} \sum_{\ell=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}-s} \zeta_n^m(s,\ell,k)(2\ell)\rho^{n-\nu}\frac{z^{\nu}}{\nu}, \tag{8}$$

$$g_n^m(\rho,z)=\sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} \sum_{\ell=0}^{\left[\frac{m-1}{2}\right]} \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}-s} \zeta_n^m(s,\ell,k)(2\ell+1)\rho^{n-\nu+1}\frac{z^{\nu+1}}{\nu+1}, \tag{9}$$

где $$\zeta_n^m=(-1)^{\ell+s}\binom{\frac{n-m}{2}}{s}\binom{n-s}{\frac{n-m}{2}}\binom{\frac{n-m}{2}-s}{k},$$

$$\nu=2\ell+2k+1.$$

В табл. I, 2 приведены функции q_n^m и g_n^m при $n \leq 4$. В частном случае, когда областью определения ρ является круг ($z \leq R$), $z_1=-\sqrt{R^2-\rho^2}$ и $z_2=\sqrt{R^2-\rho^2}$. При этом функции Q_n^m выражаются через полиномы Чебышева 2-го рода, а функции $G_n^m \equiv 0$ (в силу четности g_n^m по переменной z в (9)). Таким образом, в этом частном случае разложение (5) отождествляется с известным разложением [8].

Рассматриваемую задачу о нахождении $\rho(z, \varphi)$ с помощью разложения (2),(3) можно редуцировать к известной [8] задаче разложения на круге, в который вписана область возмущения газодинамического потока. Однако поскольку в сверхзвуковой газодинамике [IO] на границе области возмущения потока плотность имеет разрыв (на ударной волне), такой подход представляется нецелесообразным, так как разложение (2) при этом должно иметь высокий порядок. Более целесообразным представляется при этом воспользоваться рассмотрением функции $\rho(z, \varphi)$ на области, граница которой формируется ударной волной и внутри которой функция $\rho(z, \varphi)$ является гладкой (хотя форма самой границы при этом произвольная выпуклая).

Ниже приведены результаты численного модельного тестирования задачи об использовании разложения (2),(3) и сопряженного ему разложения (5)-(9). В качестве тест-объекта использовалась функция, представимая в виде разложения (2), (3) при n = 4 и векторе параметров θ =(I, 0,3, 0,I, 0,2, 0,5, 0,2, 0,6, 0,4, 0,I). В качестве носителя функции ρ выбрана двусвязная область, границами которой

Т а б л и ц а I

Функции $q_n^m(\rho, z)$

$m \backslash n$	0	I	2	3	4
0	z		$(2\rho^2-1)z-2z^3/3$		$(6\rho^4-6\rho^2+1)z+(4\rho^2-2)z^3+6z^5/5$
I		ρz		$(3\rho^3-2\rho)z+\rho z^3$	
2			$\rho^2 z-z^3/3$		$(4\rho^4-3\rho^2)z+z^3-4z^5/5$
3				$\rho^3 z-\rho z^3$	
4					$\rho^4 z-2\rho^2 z^3+z^5/5$

Т а б л и ц а 2

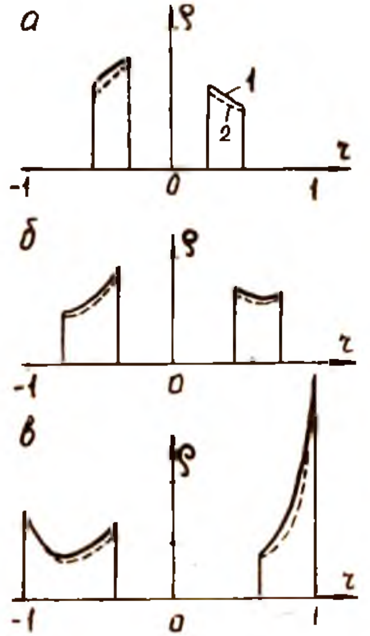
Функции $g_n^m(\rho, z)$

$m \backslash n$	I	2	3	4
I	$z^2/2$		$3\rho^2 z^2/2+ +3z^4/4-z^2$	
2		ρz^2		$4\rho^3 z^2+2\rho z^4-3\rho z^2$
3			$3\rho^2 z^2/2-z^4/4$	
4				$2\rho^3 z^2-\rho z^4$

являются эллипсы:

$$(x-x_0)^2/a^2+y^2/b^2=1.$$

Значения параметров внешней границы: a =I, b =0,5, x_0 = 0, а внутренней соответственно: a =0,5, b = 0,3, x_0 = 0,2. Число углов наблюдения $\{\varphi_i\}$ предполагалось равным IO (в интервале $\varphi \in [0, \pi/2]$) с равномерным шагом дискретизации по ρ. Для каждого угла φ_i вычислялась функция $u(p, \varphi)$ (при равномерной дискретизации по переменной p с числом отсчетов N_p =50), на которую накладывалась генерируемая на ЭВМ псевдослучайная помеха с уровнем зашумленности 2% от максимального значения $u(p, \varphi)$. При нахождении статистической оценки $\tilde{\theta}$ использовался метод линейного регрессионного анализа [II]. Восстановленное решение $\tilde{\rho}(z, \varphi)$ получено при подстановке в (2), (3) вместо θ вектора оценки $\tilde{\theta}$.



Р и с. Графики решения $\rho(z, \varphi)$, $\tilde{\rho}(z, \varphi)$: а-в сечении φ =0°; б-в сечении φ =45°; в-в сечении φ =90°: I-графики точного решения $\rho(z, \varphi)$; 2-восстановленные графики ($\tilde{\rho}(z, \varphi)$)

На рисунке приведены графики точного решения $\rho(z, \varphi)$ в сечениях φ =0, 45, 90° (сплошные линии) и восстановленные в тех же сечениях (штриховые линии).

Библиографический список

I. Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968. 300 с.

2. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. М.:Мир,1982.504 с.

3. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 171 с.

4. Фомин Н.А. Применение техники спекла для диагностики газодинамических течений. Препринт /АН БССР. Ин-т тепломассообмена. Минск, 1987. № 44. 43 с.

5. Пикалов В.В., Преображенский Н.Г. Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 232 с.

6. Козлов В.П., Седельников А.И. Задача D - оптимального планирования в вычислительной томографии //Линейные и нелинейные задачи вычислительной томографии /ВЦ СОАН СССР, Новосибирск, 1985.С.142-148.

7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 856 с.

8. Cormak A.M. On the representation of function by its line integrals, with some radiological applications. J. Appl. Phys. 1964. v. 35. p.2908-2913.

9. Седельников А.И. Полиномы Цернике в томографическом исследовании газодинамических течений оптическими методами. - Тез.докл.Всесоюзн. семинара по оптической томографии /АН ЭССР,Таллинн, 1988.С.143-144.

10. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. 888 с.

11. Драйнер Н, Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика. 1986, 300 с.

УДК 615.471;621.387

В.Н.Довженко, М.И.Валевич

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА СЪЕМА ИНФОРМАЦИИ С ДЕТЕКТОРОВ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Рассматриваются вопросы реконструкции изображений применительно к задачам промышленного неразрушающего контроля. Предложен метод регистрации проекционных данных в различных участках спектрального диапазона прошедшего излучения с последующим использованием полученной информации для коррекции окончательного решения, получаемого с помощью алгоритма обращения матриц.

Определение величины сигналов на выходе n -детекторов после прохождения излучения через контролируемый объект представим прямой