

УДК 615.471;533.9.082

О.В.Филонин, М.В.Овсищев

### ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ПЕРЕНОСА ПРИМЕСЕЙ В ТОКАМАКЕ

Предлагаются алгоритмы томографической реконструкции сильно неаксиальных распределений интенсивности оптического излучения, возникающих при появлении примеси на периферии плазмы, по двухракурсной диагностике. В отличие от традиционного подхода по Кормаку, реконструкция проводится с разделением вкладов "фона" и "возмущения" в двух системах координат, привязанных к геометрическим центрам соответствующих парциальных распределений. Проведенное на результатах решения прямой задачи переноса примесей в токамаке тестирование показало работоспособность предложенных алгоритмов для выбранного класса модельных функций. Приведены результаты реконструкции по предлагаемой схеме экспериментальных распределений по проекционным данным, полученным на токамаке ФТ-2.

В большинстве задач оптической диагностики плазмы объект исследования - распределение интенсивности излучения  $I(r, \theta)$  по полоидальному сечению токамака - предполагается близким к аксиальной симметрии. Обычно применяемая Абелева инверсия или ее обобщения [1] дает удовлетворительные результаты при реконструкции по достаточному набору хордовых сигналов от распределений без периферийных возмущений и сильных осцилляций по полоидальному углу. Однако вследствие интереса к физическим процессам, нарушающим аксиальную симметрию  $I(r, \theta)$ , принципиальной является возможность томографической обработки хордовых сигналов с целью получения существенно двумерной информации.

---

Вычислительная томография. Куйбышев, 1990.

---

Вычислительная томография (ВТ), основанная на разложении в ряд по полоидальному углу искомого распределения [2,3]

$$I(r, \theta) = \sum_{m=0}^M I_m^c(r) \cos(m\theta) + I_m^s(r) \sin(m\theta), \quad (1)$$

дает возможность восстановить по  $K$  проекциям  $2 \cdot K$  членов ряда в разложении (1), где под проекцией понимается совокупность хордовых сигналов от  $I(r, \theta)$  в выбранном направлении. Точность ВТ-реконструкции таких распределений по проекциям определяется близостью восстанавливаемого распределения классу функций вида (1), а также степенью пространственной дискретизации проекционных данных. Такой подход широко применяется в изучении явлений релаксации в токамаке по мягкому рентгеновскому излучению [4].

Явления переноса примесей, особенно в начальной стадии разряда или сразу после инжекции, должны характеризоваться сильно неаксиальными распределениями интенсивности излучения, содержащими периферийные максимумы, соответствующие локализации примеси. Такие распределения не могут быть восстановлены томографическими методами на основе разложения Кормака при малом числе проекций. В работе предлагается томографический подход к восстановлению таких распределений, включающий в себя 4 стадии вычислений.

I. Отделение в проекционных данных вклада "возмущения" от "фона".

II. Определение координат "центра" периферийного возмущения.

III. Раздельная реконструкция по проекциям "возмущения" и "фона".

IV. Объединение результатов реконструкции в одно изображение.

Рассмотрим более подробно отдельные стадии реконструкции.

I. Для отделения вклада "возмущения" от "фона" может быть предложено несколько эвристических алгоритмов, опирающихся на предположение о том, что реконструируемая функция  $I(r, \theta)$  может быть смоделирована распределением вида

$$I(r, \theta) = P_M(r, \theta) + Q_N(|\bar{r} - \bar{r}'|, \theta), \quad (2)$$

где  $P_M(r, \theta)$  и  $Q_N(r, \theta)$  - тригонометрические полиномы вида

$$P(r, \theta) = \sum_{m=0}^M P_m^c(r) \cos(m\theta) + P_m^s(r) \sin(m\theta). \quad (3)$$

Здесь  $M$  и  $N$  - небольшие целые числа, а  $P_m^i(r)$ ,  $Q_m^i(r)$  - гладкие функции, определенные на круге  $r < 1$ . Дополнительно предполагается, что "возмущение", описываемое  $Q_N(|r-r'|, \theta)$ , достаточно сильно локализовано, так что радиус носителя функции  $r \ll 1$ .

Учитывая, что две проекции позволяют восстановить четыре коэффициента  $P_m^i(r)$  при отсутствии периферийного "возмущения", рассмотрим возможность реконструкции модельной функции вида

$$I(r, \theta) = P_0^e(r) + P_1^s(r) \sin \theta + P_2^e(r) \cos \theta + Q_0(|r-r'|, \theta). \quad (4)$$

Тогда проекции будут иметь вид

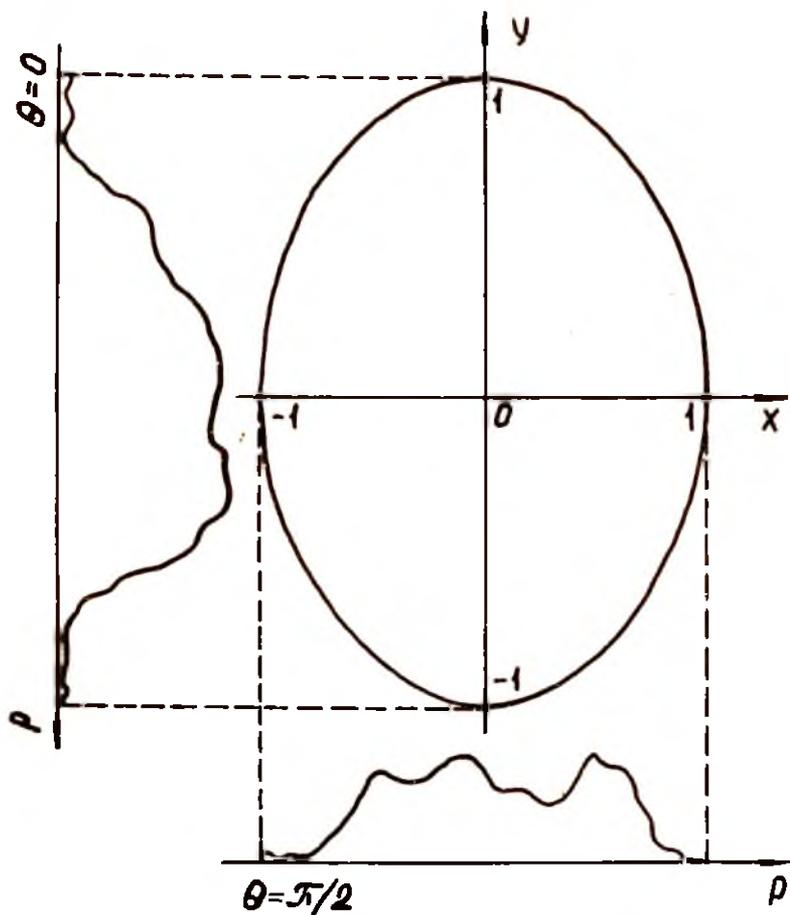
$$\begin{cases} F_1(p) = f_0(p) + f_1^e(p) \cos \varphi_1 + f_1^s(p) \sin \varphi_1 + g(p-p_1), \\ F_2(p) = f_0(p) + f_2^e(p) \cos \varphi_2 + f_2^s(p) \sin \varphi_2 + g(p-p_2). \end{cases} \quad (5)$$

С учетом свойств томографических проекций, к системе (5) можно добавить пару уравнений, соответствующих проектированию в направлениях  $\varphi_1 + \pi$ ,  $\varphi_2 + \pi$ :

$$\begin{cases} F_1(-p) = f_0(p) - f_1^e(p) \cos \varphi_1 - f_1^s(p) \sin \varphi_1 + g(p+p_1), \\ F_2(-p) = f_0(p) - f_2^e(p) \cos \varphi_2 - f_2^s(p) \sin \varphi_2 + g(p+p_2). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $F_1(p)$  и  $F_2(p)$  - экспериментально измеряемые проекции под углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  соответственно, а  $p_1$  и  $p_2$  - координаты проекций "центра тяжести" возмущения на оси, перпендикулярные направлениям проектирования. В большинстве случаев с хорошей степенью точности можно считать, что  $p_1$  и  $p_2$  определяются по соответствующему экспериментальному профилю как координаты периферийного максимума на нем. В принципе, совместное решение системы уравнений (5) и (6) со сдвинутым аргументом должно дать конструктивный ответ на вопрос о синтезе алгоритма отделения "фона" от "возмущения". Однако математические трудности, встречающиеся при решении этой системы, приводят к необходимости синтеза алгоритма отделения на основе феноменологического анализа экспериментальных данных. На рис. 1 приведены типичные экспериментальные проекционные данные, снятые на токамаке ФТ-2 (ЛФТИ им. А.Ф.Иоффе, г. Ленинград) по оптическому излучению легких примесей в водородной плазме. Данные снимались на двухракурсной спектротомографической системе сбора с оптомеханической временной разверткой [3].

В результате проведенного анализа выяснилось, что все проекции условно можно разделить на две группы: "двугорбые" ( с двумя ярко



Р и с. 1. Кадр 35/36-5: проекции под углами 0 и 90°  
(линия СУ  $\lambda = 227^{\circ}11'$ )

выраженными максимумами) и "трехгорбые" (соответственно с тремя максимумами). В случае, когда обе проекции "двугорбые", можно отождествить превышение одного "горба" над другим как влияние на него периферийного возмущения. В этом случае возможны следующие алгоритмы разделения вкладов.

### А л г о р и т м А I

А I.1. Осуществим поточечное вычитание проекций, ориентированных таким образом, чтобы вклады от возмущения (максимальные "горбы") оказались в различных "половинах" проекций:

$$F_R(p) = F_1(p) - F_2(p). \quad (7)$$

А I.2. Если у  $F_2(p)$  максимальный "горб" окажется в той же половине проекции, что и у  $F_1(p)$ , то вместо  $F_2(p)$  следует рассмотреть  $F_2(-p)$ , соответствующую углу проектирования  $\varphi_2 + \pi$ .

А I.3 Теперь вклад "фона", если он близок к аксиальной симметрии, должен быть подавлен. При этом проекция  $F_R(p)$  должна иметь вид функции с ярко выраженным максимумом  $F_R(p_1) > 0$  и ярко выраженным минимумом  $F_R(p_2) < 0$ , соответствующим пространственно разделенным вкладам возмущения в проекции. Считая "возмущение" сильно локализованным, введем функции

$$F_R^+(p) = \begin{cases} F_R(p), & p > 0 \\ 0, & p < 0 \end{cases}, \quad F_R^-(p) = \begin{cases} F_R(p), & p < 0 \\ 0, & p > 0. \end{cases} \quad (8)$$

А I.4. Пусть, для определенности,  $p_1 > 0$ . Тогда линейные комбинации

$$F_1^p(p) = F_1(p) - F_R^+(p); \quad F_2^p(p) = F_2(p) + F_R^-(p) \quad (9)$$

дают оценку вклада "фона" в каждой из проекций, а функции

$$F_1^d(p) = F_R^+(p); \quad F_2^d(p) = -F_R^-(p) \quad (10)$$

- вклада "возмущения".

## А л г о р и т м А2 (Б.В.Кутеев)

А2.1. За оценку вклада "фона" в А2 принимается функция

$$F_0^P(\rho) = \min\{F_1(\rho), F_1(-\rho), F_2(\rho), F_2(-\rho)\} = F_1^P(\rho) = F_2^P(\rho). \quad (II)$$

А2.2. Тогда вклад "возмущения" определяется как

$$\begin{aligned} F_1^d(\rho) &= F_1(\rho) - F_0^P(\rho), \\ F_2^d(\rho) &= F_2(\rho) - F_0^P(\rho). \end{aligned} \quad (I2)$$

Достоинство А1 состоит в учете локализации периферийных "возмущений", а также в учете неаксиальности "фона" (различие в  $F_1^P(\rho)$  и  $F_2^P(\rho)$ ). Недостаток состоит в том, что он не исключает появление небольших отрицательных значений на разделенных проекциях при затаянутых в сторону центра возмущениях, которые однако могут быть исключены с помощью алгоритма А2 или подавлены искусственно. Алгоритм А2 не дает отрицательных значений в проекциях, однако предполагает "фон" аксиально симметричным, а всю асимметрию проекций относит за счет "возмущения", и вследствие этого несколько сужает класс реконструируемых функций. Алгоритмы А1 и А2 не требуют "ведущей" ("опорной") проекции и могут применяться для обработки проекционных данных, содержащих две "двугорбые" проекции.

## А л г о р и т м А3

А3.1. Алгоритм А3 предназначен для обработки проекционных данных, держащих "двугорбую" и "трехгорбую" проекции и требует выбора "опорной" проекции. В качестве нее выбирается "двугорбая" проекция (для определенности  $F_1(\rho)$ ).

А3.2. Тогда оценкой проекции "фона" является функция:

$$F_1^P(\rho) = \min\{F_1(\rho), F_1(-\rho)\} = F_2^P(\rho). \quad (I3)$$

А3.3. Оценка проекции "возмущения" имеет в этом случае вид

$$F_1^d(\rho) = F_1(\rho) - F_1^P(\rho); \quad F_2^d(\rho) = F_2(\rho) - F_2^P(\rho). \quad (I4)$$

Алгоритм А3 сходен с алгоритмом А2, однако оценка "фона" производится только по одной проекции, что может привести к искажениям при разделении "возмущения" и "фона".

П. После разделения проекций мы имеем "фоновые" компоненты проекций  $F_1^p(p)$  и  $F_2^p(p)$  с "центром тяжести" исходного распределения в точке  $\{x=0, y=0\}$  и проекции "возмущения"  $F_1^d(p)$  и  $F_2^d(p)$ , имеющие максимумы в точках соответственно  $p_1$  и  $p_2$ . Для определения "центра тяжести" возмущения  $\{x_d, y_d\}$  необходимо решить систему уравнений

$$-x_d \sin \varphi_1 + y_d \cos \varphi_1 = p_1, \quad (15)$$

$$-x_d \sin \varphi_2 + y_d \cos \varphi_2 = p_2.$$

После перехода в "центр тяжести возмущения" его можно восстанавливать по двум проекциям как функцию, близкую к аксиальной симметрии в системе координат  $\{x', y'\}$

$$x' = x - x_d, \quad (16)$$

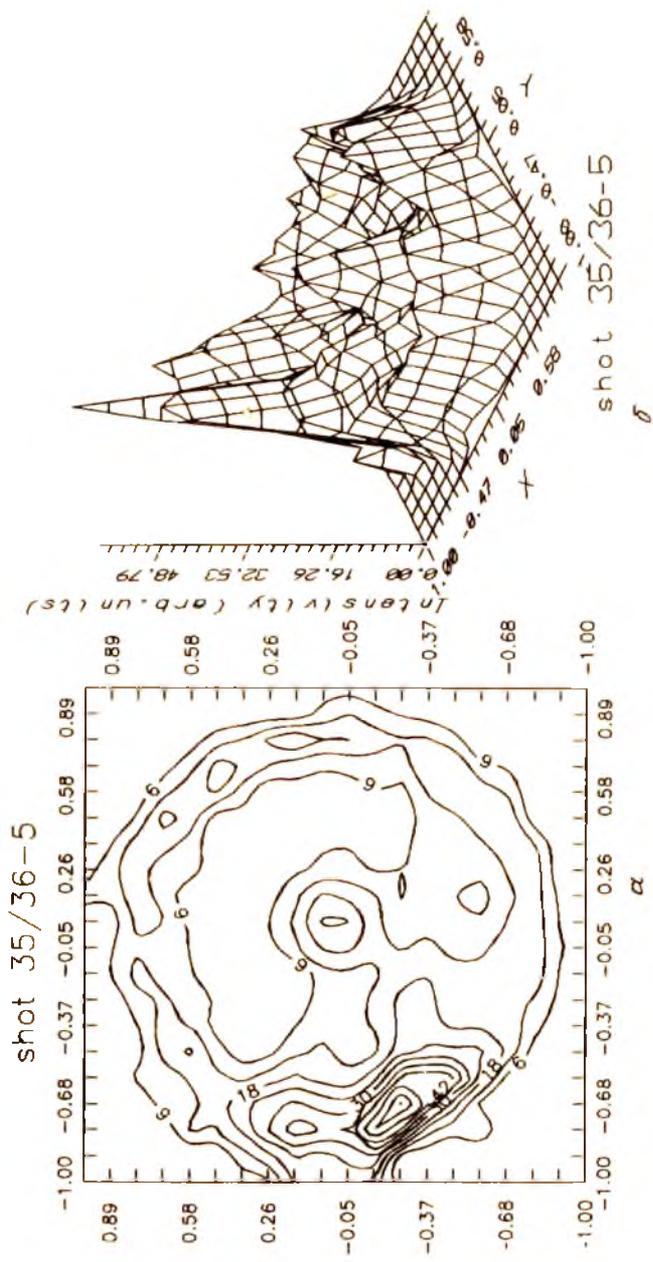
$$y' = y - y_d.$$

III - IV. Раздельная реконструкция может осуществляться как по Абелю, так и с использованием любого из известных малоракурсных алгоритмов [3,5]. Объединение результатов реконструкции в одно изображение осуществляется с учетом их взаимной локализации, рассчитанной на стадии 2.

Математическое моделирование реконструкции распределений с использованием разработанных алгоритмов проводилось на модельных распределениях, полученных путем решения двумерного уравнения переноса примеси вида

$$\partial N / \partial t = - \operatorname{div} \vec{F} = - \operatorname{div} (-D \operatorname{grad}(N) + \vec{V}_p(r) N) \quad (17)$$

с различными граничными условиями. Здесь  $N(r, t)$  - концентрация для "среднего иона" в  $D$  и  $\vec{V}_p = -V\vec{r}/a$  - реалистические коэффициенты переноса, характерные для малых токамаков типа ФТ-2. Для пересчета в интенсивность излучения регистрируемой линии рассчитывалось распределение концентрации примеси по зарядовым состояниям на основе корональной модели равновесия. Решение уравнения (17) для случая, когда, например, постоянный источник на границе круговой области, позволяет получить хордовые сигналы, аналогичные по форме получаемым в



Р и с. 2. Реконструкция изображения по двум проекциям, кадр 35/36-5: а - изолинии распределения; б - 3-D изображение восстановленного распределения

эксперименте, что дает основание использовать рассчитанные распределения в качестве модельных для анализа работоспособности и границ применимости разработанных алгоритмов реконструкции.

Томографическое восстановление по экспериментальным данным, полученным на токамаке ФТ-2, для линий ОII-ОIV, СIII-СV, H<sub>α</sub> при двухкурсной диагностике проводилось также - с целью сравнения - известными малоракурсными алгоритмами, основанными на разложении в ряд Фурье по полоидальному углу. Как и следовало ожидать, разработанные алгоритмы дают разумные результаты для сильно несимметричных относительно центра проекций, в то время как для проекций, близких к центральной симметрии, результаты реконструкции различными алгоритмами также близки. На рис. 2 представлены результаты реконструкции по проекционным данным, изображенным на рис. 1, с помощью алгоритма А2.

Полученные результаты позволяют наглядно представить процесс переноса примеси в наблюдаемом зарядовом состоянии в виде двумерного распределения, а также в ряде случаев оценить коэффициенты переноса.

#### Библиографический список

1. Преображенский Н.Г. Абелева инверсия в физических задачах// Инверсия Абеля и ее обобщения. Новосибирск, 1978. С. 6-24.

2. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983.

3. Kuteev B.V., Lebedev A.D., Sacharov J.E., Sivko S.P., Soldatov A.E., Ushakov S.N., Two-dimensional optical tomography of impurities in the FT-2 Tokamak. // Proc. of the 15-th Europ. Conf. on Contr. Fus. & Plasma Heat. Pt. 3. P. 1179-1182, Dubrovnik, 1988.

4. Costley A.E. Diagnostic advances and their impact on our understanding of tokamak relaxation phenomena // Pt. Phys. & Contr. Fus. V.30, N11. P. 1455-1466.

5. Ерусалимский Л.И. Овсищев М.В., Филонин О.В. Интерполяционный подход к задачам малоракурсной вычислительной томографии// Реконструктивная томография. Куйбышев, 1987. С. 18.