

**Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е.**

## **ВЫВЕДЕНИЕ И СБЛИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО РОБОТА С ГЕОСТАЦИОНАРНЫМ ИНФОРМАЦИОННЫМ СПУТНИКОМ**

Информационные спутники (спутники связи, метеорологического наблюдения Земли) на геостационарной орбите (ГСО) имеют потребную длительность службы до 25 лет при наличии технического обслуживания с помощью космических роботоманипуляторов (КРМ), в частности дозаправки топливом их электрореактивных двигательных установок (ЭРДУ). В современной космонавтике наблюдается регулярная тенденция к увеличению массы полезной нагрузки информационных спутников на ГСО. Ограничения на допустимую массу затрат топлива при выведении крупногабаритного космического аппарата (КА) на ГСО приводят к проблеме «довыведения» КА от переходной орбиты (ПО) до геостационарной с помощью бортовой ЭРДУ [1]. В этой связи проблемные вызовы состоят в использовании электрореактивной тяги при выводе и удержании информационного спутника на ГСО и при перелётах обслуживающего его КРМ.

Для выведения геостационарных КА применяются ракеты-носители (РН) с разгонным блоком, который способен осуществить необходимые манёвры для перевода КА с эллиптической геопереходной орбиту (ГПО) на ГСО. Такая схема требует от КА наличия собственной химической реактивной двигательной установки (ХРДУ) большой тяги (БТ), что не является эффективным решением с точки зрения стартовой массы КА: масса топлива для «довыведения» КА на ГСО может составлять до 50 % от стартовой массы КА, в зависимости от РН и условий старта. В то же время, малая тяга электрореактивных двигателей (ЭРД) в составе ЭРДУ многократно увеличивает время «довыведения» спутника, а также время нахождения КА в зоне наиболее опасного внутреннего радиационного пояса Земли на высотах полета от 2000 до 12000 км, что предъявляет повышенные требования по радиационной защите как полезной нагрузки, так и служебных систем, в том числе панелей солнечных батарей (СБ). Поэтому для успешной доставки на ГСО космического аппарата с минимальными затратами топлива за приемлемое время рационально применять комбинированную схему, основанную на поочерёдной работе химической и электрореактивной двигательных установок: ХРДУ БТ используется для формирования переходной орбиты, по которой спутник быстро

проходит зону внутреннего радиационного пояса Земли, а ЭРДУ – для последующего «довыведения» спутника на ГСО.

Для реализации такой схемы в последние два десятилетия интенсивно выполнялись исследования и разработки за рубежом [2] и в России – организациями Роскосмоса, академическими институтами и профильными университетами. Первые спутники США на базе платформы 702SP фирмы *Boeing* с электрореактивным «довыведением» с эллиптической ГПО (400×63000) км были запущены в 2015 г. При этом масса ксенона, используемого для «довыведения» указанных КА, составляла  $\approx 5\%$  их стартовой массы, что в десять раз меньше, чем при использовании обычной ХРДУ. АО «ИСС им. акад. М.Ф. Решетнева» также приступило к практическому решению этих проблем. Были проведены необходимые инженерные обоснования [3] и первые запуски – российские спутника связи *Экспресс-АМ5/АМ6* «довыводились» на ГСО с помощью собственной ЭРДУ в 2013-2015 гг.. При этом в топливном бюджете ЭРДУ указанных КА были учтены затраты на «довыведение» длительностью несколько месяцев и на удержание этих спутников в заданных точках ГСО с эпизодической разгрузкой электромеханических приводов от накопленного кинетического момента (КМ) в течение гарантированного срока службы до 15 лет.

В статье рассматриваются три задачи:

1) выбор отечественных реактивных двигательных установок (РДУ) космического робота и анализ их топливных бюджетов для выведения КРМ с массой 3000 кг по комбинированной схеме на ГСО с дальностью до цели 500 м;

2) выбор структуры ХРДУ малой тяги (МТ) и электромеханических приводов системы управления движением (СУД) КРМ для выполнения его сближения с целью до дальности 100 м;

3) синтез законов наведения и управления КРМ, нелинейный анализ динамики СУД при таком сближении.

### **Выведение космического робота на геостационарную орбиту**

В табл. 1, 2 представлены основные характеристики отечественных реактивных двигателей (РД), выбранных для применения на борту КРМ:

- ХРДУ БТ реализуется одним РД *ДСТ-200А* при создании тяги величиной 200 Н по оси  $+O_r y$  связанной с корпусом КРМ системы координат (ССК)  $O_r x y z$  с началом в полюсе  $O_r$ , который при исходном состоянии совпадает с центром масс робота  $C_r$ ;
- ХРДУ МТ строится по симметричной схеме на основе восьми РД *ДСТ-25*;

- ЭРДУ реализуется двумя РД *СПД-140Д* с общей тягой 0,58 Н по оси +O<sub>r</sub>у ССК.

Таблица 1 – Характеристики химических РД *КБХМ им. А.М. Исаева*

Тип двигателя	Уд. импульс, [м/с]	Тяга, [Н]	Топливо/окислитель	Масса, [кг]
<i>ДСТ-200А</i>	2940	200	НДМГ/АТ	1,7
<i>ДСТ-25</i>	2790	25	НДМГ/АТ	0,8

Таблица 2 – Характеристики электрореактивного двигателя ОКБ Факел

Тип двигателя	Уд. импульс, [м/с]	Тяга, [Н]	Раб. тело	Мощн. [Вт]	Масса, [кг]
<i>СПД-140Д</i>	17363,7	0,29	Ксенон	4500	8,5

Будем считать, что вывод КРМ с начальной массой  $m_i = 6300$  кг на эллиптическую ГПО ( $200 \times 35786$ ) км с наклоном 51,6 градуса выполняется запуском с космодрома *Байконур* посредством РН *Протон-М* с разгонным блоком *Бриз*. Применяемая стратегия последующего вывода КРМ на ГСО содержит следующие орбитальные манёвры:

- 1) переход КРМ на ГПО с помощью ХРДУ БТ при последовательном выполнении этапов (1а) обнуления наклона ГПО и (1б) подъёма её перигея до 10000 км;
- 2) переход КРМ с ГПО на ГСО с использованием ЭРДУ с дальностью до цели (геостационарного спутника) 500 м;
- 3) переход КРМ с использованием ХРДУ МТ в окрестность цели с дальностью 100 м.

Оценки изменения массы КРМ и длительности его манёвров, полученные на основе известных методов динамики управляемого космического полёта, приведены в табл. 3. Здесь  $V_h$  – характеристическая скорость манёвра,  $m_w$  – затраты топлива (рабочего тела),

$m_f$  – масса КРМ после завершения манёвра,  $T_m$  – длительность манёвра.

Таблица 3 – Топливный бюджет и длительности орбитальных перелётов КРМ

	Перелётный манёвр	$V_h$ , [м/с]	Тип РДУ	$m_w$ , [кг]	$m_f$ , [кг]	$T_m$ , [сут]
1а	Уменьшение наклона геопереходной орбиты	1604	ХРДУ БТ	2650	3650	4-8
1б	Подъём перигея ГПО до 10000 км	307	ХРДУ БТ	362	3288	1
2	Переход КРМ на ГСО в окрестность цели с дальностью 500 м	773	ЭРДУ	270	3018	122
3	Сближение КРМ с целью до дальности 100 м	21	ХРДУ МТ	24	2994	≈0,02

Здесь проблемные вызовы состоят в энергообеспечении ЭРДУ при наведении крупногабаритных панелей СБ на Солнце, в управлении ориентацией КРМ и ЭРДУ с минимизацией затрат её рабочего тела при длительном орбитальном перелёте.

### Структура исполнительных органов СУД

Представленная на рис. 1 схема ХРДУ МТ строится на основе восьми РД ДСТ-25 по симметричной схеме с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) тяги 25 Н каждого РД и позволяет одновременно создавать векторы импульсов внешней силы и внешнего момента произвольных направлений в ССК космического робота.

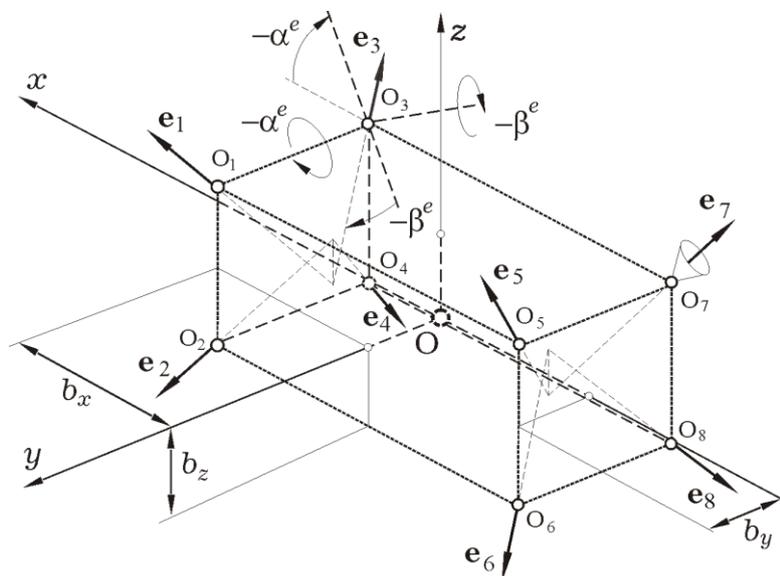


Рис. 1. Схема РДУ на основе восьми реактивных двигателей малой тяги

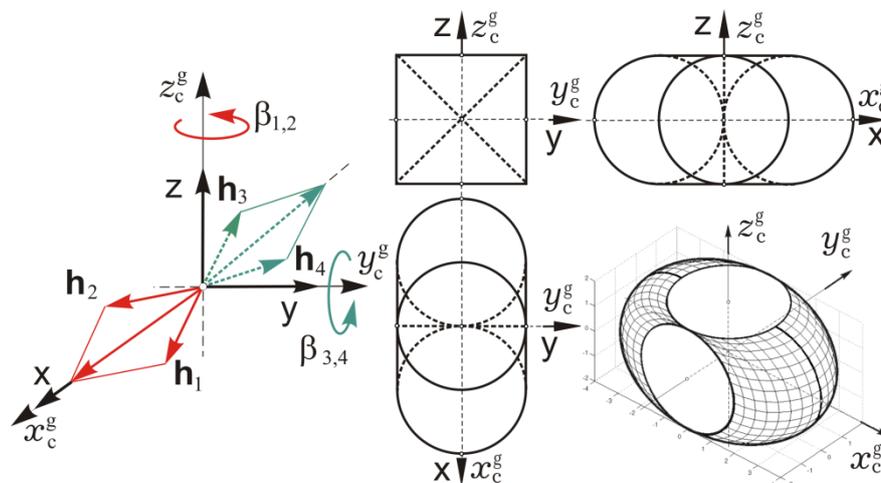


Рис. 2. Схема силового гироскопического кластера на основе четырёх гироскопов

На рис. 2 приведена минимально-избыточная схема силового гироскопического кластера (СГК) на основе четырёх гироскопов (ГД), которая далее используется при значении собственного КМ  $h_g = 100$  Нмс каждого ГД. Отметим, что можно применить и кластер четырёх двигателей-маховиков по схеме *General Electric*, однако СГК имеет ряд динамических преимуществ при решении основных целевых задач КРМ.

### Модели пространственного движения

Для описания перемещения центра масс КА и его углового движения применяются геоцентрическая экваториальная  $\mathbf{I}_\oplus$  и солнечно-эклиптическая  $\mathbf{I}_s$  инерциальные системы

координат (ИСК). В ИСК  $\mathbf{I}_{\oplus}$  ( $O_{\oplus}X^iY^iZ^i$ ) орт  $\mathbf{e}_s$  направления из центра Солнца к центру Земли  $O_{\oplus}$  имеет вид  $\mathbf{e}_s^1(t) = [-\varepsilon_e]_1 [-\rho_s(t)]_3 \{1,0,0\}$ . Здесь  $\varepsilon_e$  представляет угол наклона оси вращения Земли к плоскости эклиптики,  $\rho_s(t) = \rho_s^0 + \omega_s(t-t_0)$ ,  $\rho_s^0 = \rho_s(t_0)$ ,  $t_0$  – некоторый начальный момент времени,  $\omega_s$  – средняя угловая скорость обращения Земли вокруг Солнца. Здесь и далее используются общепринятые обозначения  $\text{col}(\cdot) = \{\cdot\}$ ,  $\text{line}(\cdot) = [\cdot]$ ,  $\langle \cdot; \cdot \rangle$ ,  $(\cdot)^t$ ,  $[\mathbf{a} \times]$  и  $\circ, \sim$  для векторов, матриц и кватернионов, матрицы  $[\alpha]_i$  элементарного поворота вокруг  $i$ -ой оси на угол  $\alpha$ ,  $i = 1,2,3 \equiv 1 \div 3$ ,  $C_\alpha \equiv \cos \alpha$ ,  $S_\alpha \equiv \sin \alpha$ , дискретные значения вектора  $\mathbf{x}(t_k) \equiv \mathbf{x}_k, k \in N_0 \equiv [0,1,2,\dots)$ .

Используется Гринвичская система координат (ГСК)  $\mathbf{G}$ , связанная с Землёй, которая вращается с угловой скоростью  $\omega^e$ . Положение ГСК  $\mathbf{G}$  относительно ИСК  $\mathbf{I}_{\oplus}$  определяется углом  $\rho_e(t) = \rho_e^0 + \omega^e(t-t_0)$ , где  $\rho_e^0 = \rho_e(t_0)$  – угловое положение Гринвичского меридиана относительно направления на точку весеннего равноденствия  $Y$  при  $t = t_0$ ,  $\omega_e$  – модуль вектора  $\omega^e = \{0,0,\omega^e\}$  угловой скорости вращения Земли.

Орбитальная система координат (ОСК)  $\mathbf{O}(Ox^o y^o z^o)$  КА с ортами  $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2, \mathbf{o}_3$  имеет следующие направления осей и связанных с ними ортов: ось  $Ox^o$  и орт  $\mathbf{o}_1$  совпадают по направлению с ортом  $\mathbf{r}^o$  вектора  $\mathbf{r}(t)$  расположения центра масс КА в ИСК  $\mathbf{I}_{\oplus}$ ; ось  $Oz^o$  и орт  $\mathbf{o}_3 = \mathbf{n}^o$  направлены по нормали  $\mathbf{n}^o$  к плоскости орбиты; ось  $Oy^o$  с ортом  $\mathbf{o}_2 = \boldsymbol{\tau}^o$  при трансверсали  $\boldsymbol{\tau}^o$ , перпендикулярной оси  $Ox^o$ . Вектор угловой скорости  $\omega^o$  орбитального движения КА в ОСК определяется как  $\omega^o = \omega^o(t)\mathbf{n}^o \equiv \dot{v}(t)\mathbf{n}^o$ , где истинная аномалия  $v(t)$  отсчитывается от перигея орбиты  $\pi$ .

Если считать КА твёрдым телом с массой  $m$  и тензором инерции  $\mathbf{J}$ , то при стандартных обозначениях модель его пространственного движения в ИСК, но в проекции на оси ССК  $Oxyz$  с полюсом  $O$ , совпадающим с центром масс  $C$ , имеет вид

$$\mathbf{r}^* + \omega \times \mathbf{r} = \mathbf{v}, m(\mathbf{v}^* + \omega \times \mathbf{v}) = \mathbf{P}^e + \mathbf{F}^d; \dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2, \mathbf{J}\dot{\omega} + \omega \times \mathbf{G} = \mathbf{M}^g + \mathbf{M}^e + \mathbf{T}^d. \quad (1)$$

Здесь кватернион  $\Lambda$  представляет ориентацию КА в ИСК; вектор  $\mathbf{G} = \mathbf{J}\dot{\omega} + \mathbf{H}$ , где  $\mathbf{H}$  является вектором кинетического момента СГК; векторы  $\mathbf{P}^e$ ,  $\mathbf{M}^e$  и  $\mathbf{M}^g \equiv -\mathbf{H}^*$  представляют соответственно управляющие силы РДУ, моменты РДУ и СГК;  $\mathbf{F}^d$  и  $\mathbf{T}^d$  – главные векторы внешних возмущающих сил и моментов, представленных в ССК, и

используется символ  $(\cdot)^*$  локальной производной по времени. Кватерниону  $\Lambda = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$ ,  $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i\}$  соответствует матрица  $\mathbf{C}(\Lambda) \equiv \mathbf{I}_3 - 2[\boldsymbol{\lambda} \times] \mathbf{Q}^t(\boldsymbol{\lambda})$ , где  $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{I}_3 \lambda_0 + [\boldsymbol{\lambda} \times]$ . Ориентация ОСК в ИСК определяется кватернионом  $\Lambda^o$  с уравнением  $\dot{\Lambda}^o = \Lambda^o \circ \boldsymbol{\omega}^o / 2$ .

В схеме ХРДУ МТ на рис. 1 положения ортов  $\mathbf{e}_p$ ,  $p = 1 \div 8$  по осям сопел РД определяются углами  $\alpha^e$ ,  $\beta^e$ . Вектор  $\mathbf{p}_p$  точки  $O_p$  приложения вектора тяги  $p$ -го РД определяется параметрами  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$ . Каждый РД имеет ШИМ тяги  $p_p(t)$  с нелинейным непрерывно-дискретным описанием  $p_p(t) = P^m \text{PWM}(t - T_{zu}^e, t_s, \tau_m, v_{ps}) \quad \forall t \in [t_s, t_{s+1})$  при периоде  $T_u^e$  и запаздывании  $T_{zu}^e$ . Здесь  $P^m$  является номинальным значением тяги, одинаковым для всех РД,  $t_{s+1} = t_s + T_u^e$ ,  $t_s = sT_u^e$ ,  $s \in N_0 \equiv [0, 1, 2, \dots)$  и функции

$$\text{PWM}(t, t_s, \tau_m, v_{ps}) \equiv \begin{cases} \text{sign } v_{ps} & t \in [t_s, t_s + \tau_{ps}), \\ 0 & t \in [t_s + \tau_{ps}, t_{s+1}); \end{cases} \quad \tau_{ps}(\tau_m) = \begin{cases} 0 & |v_{ps}| \leq \tau_m; \\ \text{sat}(T_u^e, |v_{ps}|) & |v_{ps}| > \tau_m. \end{cases}$$

В ССК векторы тяги восьми РД вычисляются по соотношению  $\mathbf{p}_p = -p_p \mathbf{e}_p$ , векторы тяги  $\mathbf{P}^e \equiv \mathbf{P} = \{P_i\}$  и момента  $\mathbf{M}^e$  РДУ – по формулам  $\mathbf{P}^e = \Sigma \mathbf{p}_p(t)$  и  $\mathbf{M}^e = \Sigma [\mathbf{p}_p \times] \mathbf{p}_p(t)$ .

Столбец  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{h}_g \Sigma \mathbf{h}_p(\boldsymbol{\beta}_p)$  представляет вектор КМ СГК (рис. 2), где  $|\mathbf{h}_p| = 1$ ,  $p = 1 \div 4$  и  $\mathbf{h}_g$  является постоянным собственным КМ каждого ГД. Считая близкими командные  $\mathbf{u}_p^g$  и фактические  $\dot{\boldsymbol{\beta}}_p(t)$  угловые скорости ГД, при цифровом управлении  $\mathbf{u}_k^g(t) = \{\mathbf{u}_{pk}^g(t)\}$ ,  $\mathbf{u}_{pk}^g(t) = \mathbf{u}_{pk}^g \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1})$  в моменты времени  $t_k = kT_u$  с периодом  $T_u$ ,  $t_{k+1} = t_k + T_u$ ,  $k \in N_0$ , вектор  $\mathbf{M}_i^g = \{\mathbf{M}_i^g\}$  управляющего момента СГК представляется нелинейным соотношением  $\mathbf{M}_k^g(t) = -h_g \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}(t)) \mathbf{u}_k^g(t)$ ;  $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_k^g(t)$ , где вектор-столбец  $\boldsymbol{\beta} = \{\boldsymbol{\beta}_p\}$  и матрица Якоби  $\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) / \partial \boldsymbol{\beta}$ .

### Сближение космического робота с геостационарным спутником

Будем считать, что в некоторый начальный момент времени  $t_i$  в ИСК известны значения векторов расположения и скорости поступательного движения КРМ  $\mathbf{r}_r(t_i)$ ,  $\mathbf{v}_r(t_i)$  (нижний индекс  $r$ , *robot*) и цели  $\mathbf{r}_t(t_i)$ ,  $\mathbf{v}_t(t_i)$  (нижний индекс  $t$ , *target*).

По значениям векторов  $\mathbf{r}_i(t_i)$ ,  $\mathbf{v}_i(t_i)$  на основе известных соотношений [4] выполняется прогноз расположения  $\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i^p(t)$  и скорости  $\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_i^p(t)$  полюса  $O_i$  цели на интервале времени  $t \in [t_i, t_f]$  заданной длительности  $T_m = t_f - t_i$ , а также значения

векторов  $\mathbf{r}_r(t_f)$  и  $\mathbf{v}_r(t_f)$  в момент времени  $t_f$ . При введении опорной круговой орбиты радиуса  $r_r(t_i) = \text{const}$  в плоскости земного экватора удобно рассматривать движение КРМ в малой окрестности такой орбиты с использованием цилиндрической системы координат (ЦСК) [4]. Здесь координатами являются значения радиали  $r$  и угла  $u$  её отклонения от произвольного направления, например от оси  $O_{\oplus}X^i$  ИСК, в плоскости опорной орбиты, а также значения бокового смещения  $z$  в направлении, ортогональном этой плоскости. Для принятой опорной орбиты координаты и скорости поступательного движения КРМ в ИСК определяются соотношениями:

$$\mathbf{r}_r = \{r C_u; r S_u; z\}; \quad \mathbf{v}_r = \{\dot{r} C_u - r S_u \dot{u}; \dot{r} S_u + r C_u \dot{u}; \dot{z}\}. \quad (2)$$

### Законы пространственного наведения космического робота

Пусть  $w^r, w^t$  и  $w^z$  представляют соответственно радиальную, трансверсальную и боковую компоненты вектора управляющего ускорения при движении КРМ, а  $\mu$  – гравитационный параметр Земли. Синтез закона наведения КРМ при поступательном манёвре его сближения с геостационарным КА (рис. 3) в центральном гравитационном поле на интервале времени  $t \in [t_i, t_f]$  выполняется для модели движения КРМ в виде:

$$\ddot{r} - r\dot{u}^2 + \mu/r^2 = w^r; \quad r\ddot{u} + 2\dot{r}\dot{u} = w^t; \quad \ddot{z} + \mu z/r^3 = w^z \quad (3)$$

при краевых условиях по орбитальным переменным в ЦСК в виде:

$$v^r(t_i) = \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^r \rangle, \quad v^r(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^r \rangle; \quad v^t(t_i) = \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^t \rangle, \quad v^t(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^t \rangle;$$

$$v^z(t_i) = \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^z \rangle, \quad v^z(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^z \rangle; \quad u(t_i) = \varphi_i, \quad u(t_f) = \varphi_i + \arccos(\langle \mathbf{e}_i^r, \mathbf{e}_f^r \rangle),$$

где орты  $\mathbf{e}$  с различными индексами вычисляются по соотношениям:  $\mathbf{e}_i^r = \mathbf{r}_r(t_i)/r_r(t_i)$ ;  $\mathbf{e}_f^r = \mathbf{r}_r(t_f)/r_r(t_f)$ ;  $\mathbf{e}_i^v = \mathbf{v}_r(t_i)/v_r(t_i)$ ;  $\mathbf{e}_f^v = \mathbf{v}_r(t_f)/v_r(t_f)$ ;  $\mathbf{e}_i^z = \mathbf{e}_i^r \times \mathbf{e}_i^v$ ,  $\mathbf{e}_f^z = \mathbf{e}_f^r \times \mathbf{e}_f^v$ ;  $\mathbf{e}_i^t = \mathbf{e}_i^z \times \mathbf{e}_i^r$ ,  $\mathbf{e}_f^t = \mathbf{e}_f^z \times \mathbf{e}_f^r$ . При этом используется параметризация программного движения КРМ в виде простейших сплайнов времени  $t \in [t_i, t_f]$  с тремя участками постоянного ускорения для радиали  $r(t)$ , угла  $u(t)$  и бокового отклонения  $z(t)$ , где ускорение отсутствует на среднем участке. Здесь решение сводится к аналитическому определению моментов времени переключения соответствующего ускорения как корней алгебраического уравнения второго порядка, причём значения ускорения аналитически назначаются так, чтобы длительность среднего участка составляла  $(1/2 \div 1/3)$  от времени манёвра  $T_m$ .

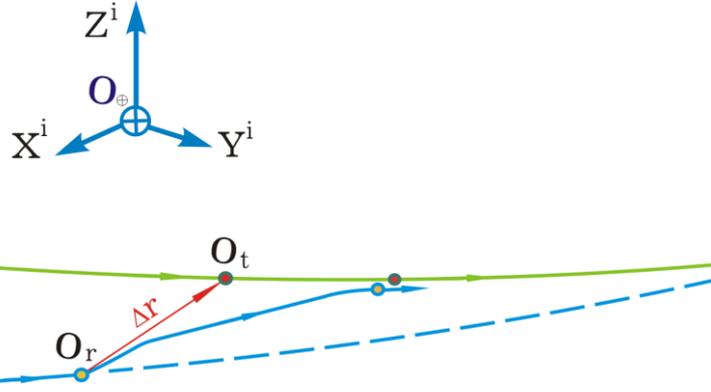


Рис. 3. Схема сближения КРМ с геостационарным спутником

При назначенных сплайнах  $r(t)$ ,  $u(t)$  и  $z(t)$  программные значения векторов расположения  $\mathbf{r}_r^{ip}(t)$  и скорости  $\mathbf{v}_r^{ip}(t)$  КРМ в ИСК вычисляются по формулам (2), а компоненты вектора программного ускорения  $w_1^{ip} \equiv w^r$ ,  $w_2^{ip} \equiv w^t$  и  $w_3^{ip} \equiv w^z$  – по формулам (3). В итоге закон позиционного наведения КРМ определяется программными значениями векторов  $\mathbf{r}_r^{ip}(t)$ ,  $\mathbf{v}_r^{ip}(t)$  и управляющего ускорения КРМ в ИСК:

$$\mathbf{w}^{ip}(t) \equiv \{w_i^{ip}\} = w_1^{ip}(t)\mathbf{e}^r(t) + w_2^{ip}(t)\mathbf{e}^t(t) + w_3^{ip}(t)\mathbf{e}^z(t), \quad (4)$$

где орты  $\mathbf{e}^r(t) = \mathbf{r}_r^p / r_r^p$ ,  $\mathbf{e}^v = \mathbf{v}_r^p / v_r^p$ ,  $\mathbf{e}^z(t) = \mathbf{e}^r \times \mathbf{e}^v$ ,  $\mathbf{e}^t(t) = \mathbf{e}^z \times \mathbf{e}^r$ . Отметим, что вектор программного ускорения  $\mathbf{w}^p = \{w_i^p\}$  представляется в ССК робота в виде  $\mathbf{w}^p = \mathbf{C}\mathbf{w}^{ip}$ . В поставленной задаче космическому роботу необходимо подойти вслед за целью (рис. 3) на дистанцию  $D = 100$  м, поэтому терминальная позиция наведения КРМ определяется как  $\mathbf{r}_r^p(t_f - D/v_r^p(t_f))$  без изменения терминальной скорости  $\mathbf{v}_r^p(t_f) = \mathbf{v}_t^p(t_f)$ .

В ССК робота разности между положениями полюсов цели  $O_t$  и КРМ  $O_r$  (рис. 3), и разности между их скоростями, определяются в виде:  $\Delta\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_t(t) - \mathbf{r}_r(t)$  и  $\Delta\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_t(t) - \mathbf{v}_r(t)$  соответственно, а такие же разности в законе позиционного наведения КРМ вычисляются по соотношениям:  $\Delta\mathbf{r}^p(t) = \mathbf{r}_t^p(t) - \mathbf{r}_r^p(t)$  и  $\Delta\mathbf{v}^p(t) = \mathbf{v}_t^p(t) - \mathbf{v}_r^p(t)$ .

Закон углового наведения КРМ, необходимый на завершающем этапе его сближения с геостационарным спутником, определяется кватернионом  $\Lambda^o(t)$ , векторами угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}^o(t)$  и углового ускорения  $\boldsymbol{\varepsilon}^o(t)$  ОСК робота в ИСК, естественно в проекции на оси ОСК. Значения  $\Lambda^o(t)$ ,  $\boldsymbol{\omega}^o(t)$  и  $\boldsymbol{\varepsilon}^o(t)$  получаются как программные на основе прогноза либо автономным формированием [5] при определении орбиты на борту КРМ по сигналам навигационных спутников ГЛОНАСС/GPS [6].

Ориентация ССК робота относительно его базиса  $\mathbf{O}$  представляется кватернионом  $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^\circ \circ \Lambda$  с вектором  $\mathbf{e} = \{e_i\}$  и вектором параметров Эйлера  $\mathbf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$ , которым соответствуют матрица  $\mathbf{C}^c = \mathbf{C}(\mathbf{E})$ , вектор модифицированных параметров Родрига  $\boldsymbol{\sigma}^c = \mathbf{e}/(1+e_0) = \mathbf{e}^c \operatorname{tg}(\Phi/4)$  и вектор угловой погрешности  $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = \{2e_0 e_i\}$ .

### Дискретные алгоритмы управления движением космического робота

В дискретном алгоритме широтно-импульсного управления ХРДУ МТ при поступательном перемещении КРМ используется вектор рассогласования  $\delta\Delta\mathbf{r}_s = \Delta\mathbf{r}_s^p - \Delta\mathbf{r}_s$  между программной разностью  $\Delta\mathbf{r}_s^p \equiv \Delta\mathbf{r}^p(t_s)$  и фактической разностью  $\Delta\mathbf{r}_s \equiv \Delta\mathbf{r}(t_s)$  расположений полюсов цели  $O_t$  и робота  $O_r$ , причём значения вектора  $\delta\Delta\mathbf{r}_s$  формируются в ССК робота с периодом  $T_u^c$  в моменты времени  $t_s$ . В этом алгоритме для очередного значения  $s \in N_0$  сначала определяется командный вектор  $\mathbf{I}_s^c$  импульса тяги, который должен создать ХРДУ МТ на интервале  $t \in [t_s, t_{s+1})$ :

$$\mathbf{g}_{s+1} = k_b^c \mathbf{g}_s - k_c^c \delta\Delta\mathbf{r}_s; \quad \mathbf{I}_s^c = T_u^c m (k_u^c (\mathbf{g}_s - k_p^c \delta\Delta\mathbf{r}_s) + \mathbf{w}_s^p), \quad (6)$$

Далее для его реализации с помощью ШИМ тяги всех восьми РД вычисляются длительности  $\tau_{ps}$  их включения  $\forall t \in [t_s, t_{s+1})$  при условии:  $0 \leq \tau_{ps} \leq T_u^c \forall p \in 1 \div 8$  [7].

В алгоритме цифрового управления ориентацией КРМ с периодом  $T_u$  сначала измеряются значения векторов углового рассогласования  $\boldsymbol{\varepsilon}_k = -\delta\boldsymbol{\phi}_k$  и угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_k$  робота в ИСК для вычисления потребного управляющего момента СГК  $\mathbf{M}_k^g$  в виде:

$$\mathbf{g}_{k+1} = k_b^g \mathbf{g}_k + k_c^g \boldsymbol{\varepsilon}_k^f; \quad \tilde{\mathbf{m}}_k = k_u^g (\mathbf{g}_k + k_p^g \boldsymbol{\varepsilon}_k^f); \quad \mathbf{M}_k^g = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\varepsilon}_k^o + [\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\omega}_k^o \times] \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k), \quad (7)$$

где вектор  $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$ . Далее вектор  $\mathbf{M}_k^g$  распределяется по явным соотношениям между ГД с формированием вектора цифрового управления  $\mathbf{u}_k^g(t) = \hat{\boldsymbol{\beta}}(t) \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ .

### Результаты компьютерной имитации

В процессе имитации было принято, что при начальной дальности 500 м манёвр сближения КРМ массой  $m = 3018$  кг с геостационарным спутником и стабилизация положения КРМ на расстоянии 100 м для наблюдения цели в течение 300 секунд выполняются на интервале времени  $t \in [1637, 2185]$  с при суммарной длительности 548 с. При этом считалось, что каждый РД с номинальной тягой  $P^m = 25$  Н в составе РДУ МТ имеет период широтно-импульсной модуляции тяги  $T_u^c = 4$  с, а каждый ГД с собственным

КМ  $h_g = 100$  Нмс в составе СГК имеет период цифрового управления  $T_u = 0,25$  с.

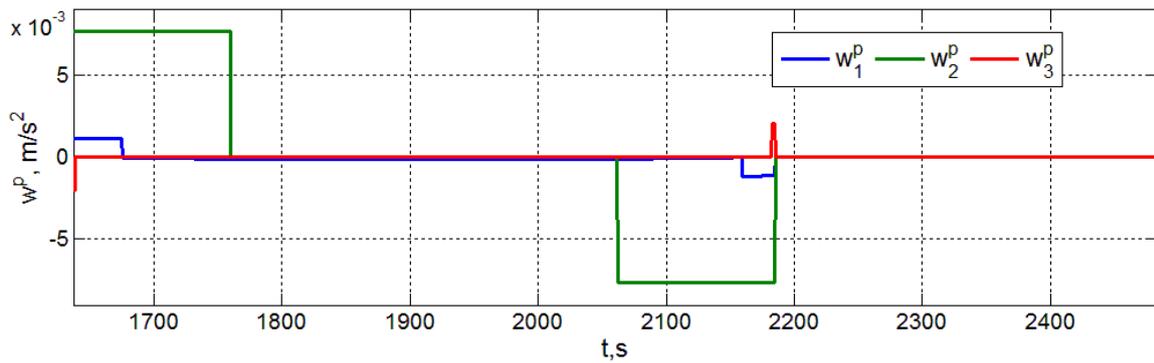


Рис. 4. Изменения вектора программного ускорения в ССК робота

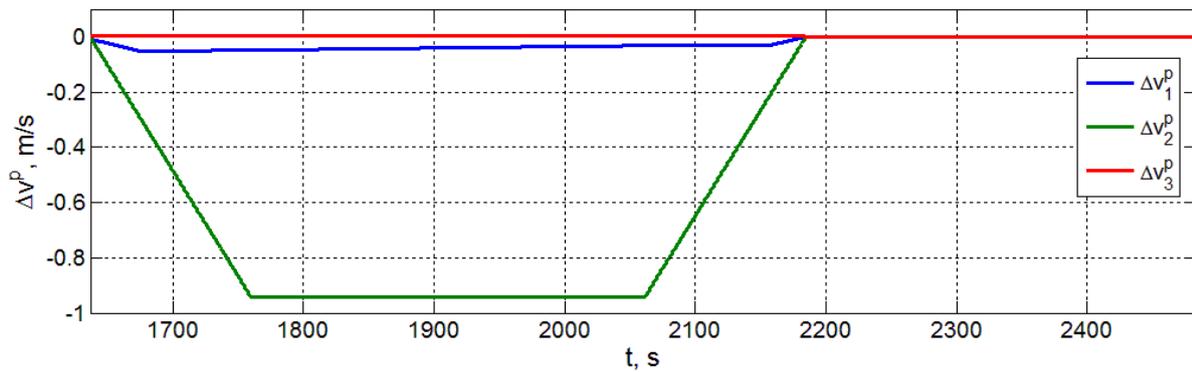


Рис. 5. Изменение относительной программной скорости центра масс цели в ССК робота

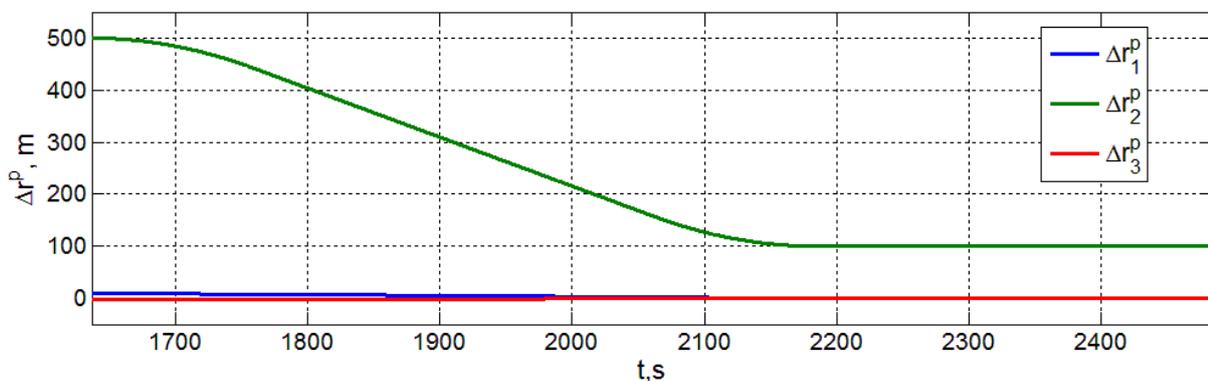


Рис. 6. Изменение относительного программного положения центра масс цели в ССК робота

На рис. 4,5 и 6 соответственно представлены изменения программных значений векторов ускорения  $w^p$ , скорости  $\Delta v^p$  и положения  $\Delta r^p$  центра масс цели в ССК робота.

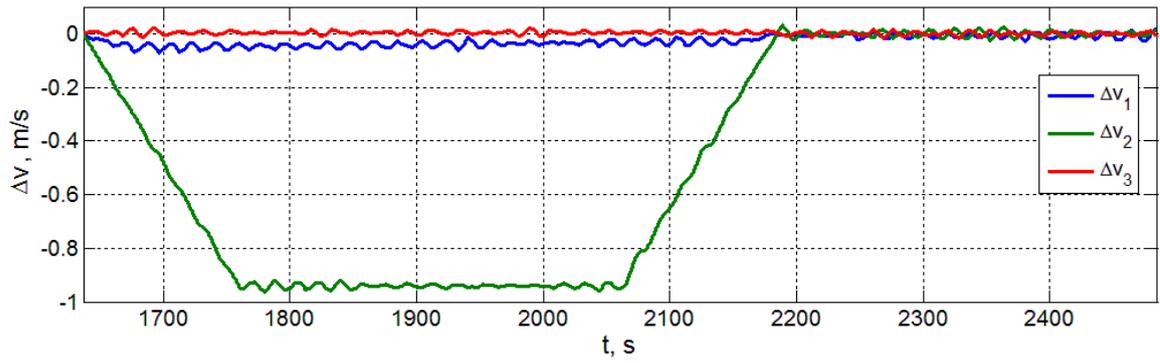


Рис. 7. Изменение фактической скорости центра масс цели в ССК робота

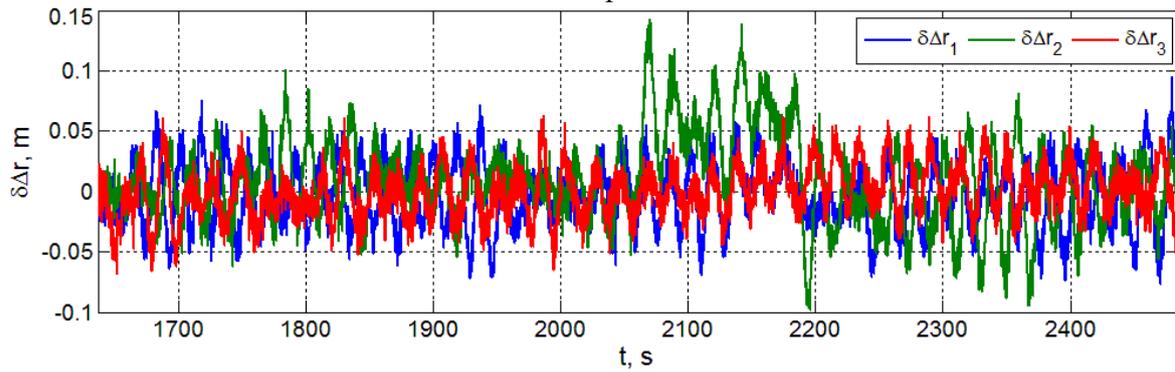


Рис. 8. Вектор рассогласования в наведении КРМ по дальности до цели в ССК робота

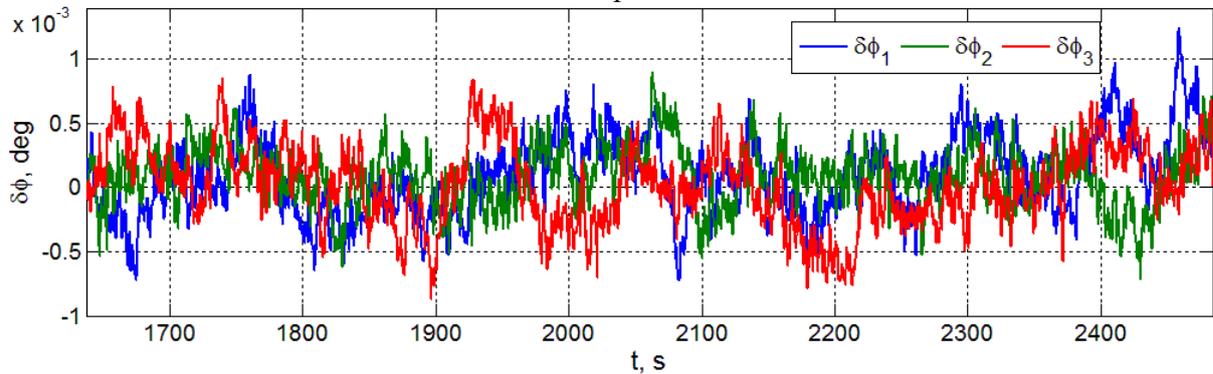


Рис. 9. Погрешности реализации закона углового наведения КРМ на цель

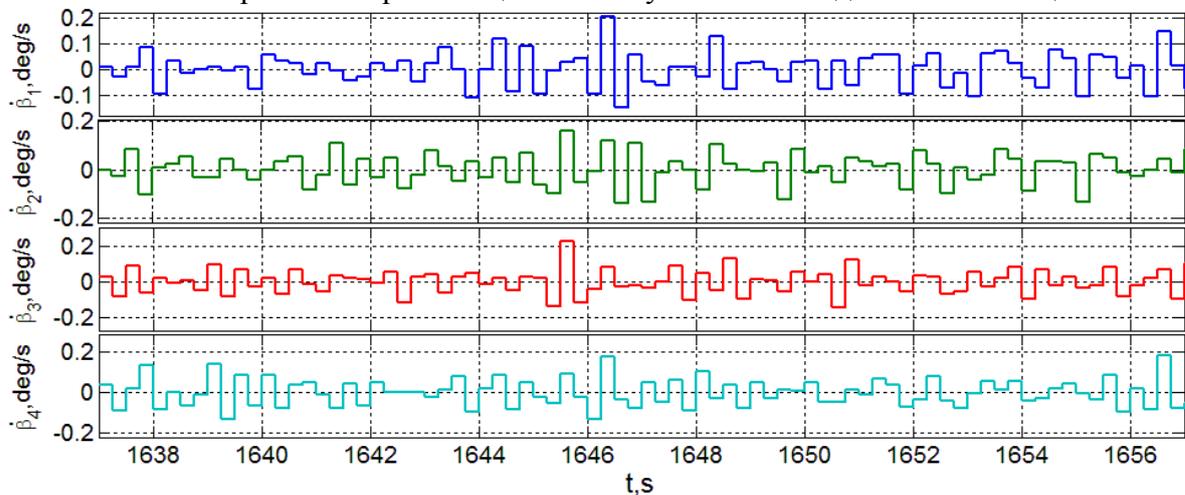


Рис. 10. Цифровые команды управления скоростями гироцинов, первые 20 секунд манёвра

При нелинейном анализе точностных характеристик СУД при сближении КРМ с геостационарным спутником и последующей стабилизации положения робота для наблюдения цели на указанном временном интервале учитывались погрешности измерений координат пространственного движения КРМ и возмущения от второй гармоники гравитационного потенциала Земли, а также влияния Луны и Солнца. На рис. 7 представлены изменения фактической вектора скорости цели в ССК робота (рис. 5). На рис. 8 и 9 приведены вектор  $\delta \mathbf{r}$  рассогласования при наведении КРМ по дальности и вектор  $\delta \phi$  угловой погрешности при наведении КРМ. Рис. 10 представляет цифровые команды управления ГД на первых 20 секундах сближения.

### **Заключение**

Описан выбор отечественных РДУ для выведения КРМ по комбинированной схеме на ГСО и структуры приводов СУД КРМ для выполнения его сближения с целью, проведён нелинейный анализ динамики СУД при сближении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-08-00779.

### **Библиографический список**

1. Spitzer A. Near optimal transfer orbit trajectory using electric propulsion. Proceedings of AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Conference. Albuquerque. 1995, 95-215, 1-10.
2. Gelon W., Kamel A., Stratemeier D., Hur-Diaz S. Practical orbit raising system and method for geosynchronous satellites. US Patent 7113851, 2006.
3. Яковлев, А.В. Выведение космического аппарата на геостационарную орбиту комбинированным методом [Текст] / А.В. Яковлев, А.А. Внуков, Т.Н. Баландина, Е.А. Баландин, И.С. Тарлецкий // Вестник СибГАУ. – 2016. – Том 17. – № 3. – С. 782-789.
4. Эльясберг, П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли [Текст] / П.Е. Эльясберг. – М.: Наука, 1965. – 540 с.
5. Сомов, Е.И. Автономное наведение и управление ориентацией космического аппарата в режиме слежения [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, Т.Е. Сомова // Известия Самарского научного центра РАН. – 2019. – Том 21. – № 5. – С. 96-107.
6. Тучин, Д.А. Автономное определение орбиты на борту космического аппарата [Текст] / Д.А. Тучин // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2019. – № 7. – 36 с.
7. Somov Ye., Butyrin S., Somov S. Guidance, navigation and control of a free-flying robot during its rendezvous with a passive space vehicle. Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2018, 9 (3), 387-396.