

УПРАВЛЕНИЕ СБЛИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ – СБОРЩИКОМ МУСОРА НА ГЕОСТАЦИОНАРНОЙ ОРБИТЕ

Проблемы очистки космического пространства от отработавших свой ресурс космических аппаратов (далее КА) становится всё более актуальной. Особенно остро эта проблема встаёт для геостационарной орбиты (далее ГСО), где плотность размещения функционирующих КА очень высокая. По оценкам, приведённым в статье [1], среднее расстояние между соседними КА (как действующими, так и не работающими) составляет величину менее 500 км, что является уже критическим, с точки зрения надёжного функционирования систем связи и коррекции орбиты. Учитывая уникальность ГСО, специалисты должны предпринять срочные меры для её очистки.

Одним из возможных вариантов решения данной проблемы является создание специального космического аппарата – сборщика мусора (далее КАСМ) [2]. Использование на нём в качестве маршевых электрореактивных двигателей позволит совершать уборку мусора в течении длительного времени с высокой транспортной эффективностью. С баллистической точки зрения наиболее сложным этапом для КАСМ является этап сближения и захвата фрагмента КМ (далее КМ) для последующего удаления с ГСО.

В настоящей работе рассматривается задача управления относительным движением КАСМ на этапе ближнего наведения с малой трансверсальной тягой на ГСО. Исследуются простые аналитические программы управления продольным движением, позволяющие построить эффективные алгоритмы наведения.

Задача управления разделяется на задачи управления боковым и продольным движением, которую, в свою очередь, можно разделить на задачи управления вековыми и периодическими составляющими [3].

Запишем линеаризованные уравнения относительного продольного движения двух КА в цилиндрической системе координат [4]:

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{L} &= \Delta V_u - \lambda \cdot \Delta r, \\
 \Delta \dot{r} &= \Delta V_r, \\
 \Delta \dot{V}_u &= -\lambda \cdot \Delta V_r + a_T, \\
 \Delta \dot{V}_r &= 2 \cdot \Delta V_u + \lambda^2 \cdot \Delta r + a_S.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь ΔL и Δr – координаты КАСМ, характеризующие смещение вдоль осей Ox и Oy орбитальной системы координат, ΔV_u и ΔV_r – компоненты вектора относительной

скорости, a_T и a_S – проекции управляющих ускорений, $\lambda = \sqrt{\mu/r^3}$ – угловая скорость движения по опорной круговой орбите, μ – гравитационный параметр, r – радиус опорной орбиты.

Выделим в данной системе в явном виде периодические и вековые составляющие продольного относительного движения КАСМ.

$$\begin{aligned}\Delta r_{cp} &= 2 \cdot \left(\Delta r + \frac{1}{\lambda} \Delta V_u \right), \\ \Delta L_{cp} &= \Delta L - \frac{2}{\lambda} \cdot \Delta V_r, \\ l &= \sqrt{\frac{(\Delta L - \Delta L_{cp})^2}{4} + (\Delta r - \Delta r_{cp})^2}, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\Delta V_r}{\lambda \cdot \Delta r + 2 \cdot \Delta V_u}.\end{aligned}\tag{2}$$

Запишем дифференциальные уравнения для переменных (2) для варианта трансверсальной ориентации тяги.

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r}_{cp} &= \frac{2}{\lambda} \cdot a_T, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \cdot \lambda \cdot r_{cp}, \\ \dot{l} &= \frac{2}{\lambda} \cdot a_T \cdot \cos \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \lambda - \frac{2}{\lambda \cdot l} \cdot a_T \cdot \sin \varphi.\end{aligned}\tag{3}$$

Система (3) для заданной программы управления a_T допускает аналитическое решение [3]:

$$\begin{aligned}\Delta r_{cp}(\theta) &= \Delta r_{cp}^0 + \frac{2}{\lambda^2} \cdot \int_0^\theta a_T(\psi) d\psi, \\ \Delta L_{cp}(\theta) &= -1,5 \cdot \theta \cdot \Delta r_{cp} + \Delta L_{cp}^0 - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \int_0^\theta 3 \cdot (\theta - \psi) \cdot a_T(\psi) d\psi, \\ l^2(\theta) &= \left\{ l_0 \cdot \sin(\theta + \varphi_0) + \frac{1}{\lambda^2} \cdot \int_0^\theta 2 \cdot \sin(\theta - \varphi) \cdot a_T(\psi) d\psi \right\}^2 + \\ &+ \left\{ -l_0 \cdot \cos(\theta - \varphi_0) - \frac{1}{\lambda^2} \cdot \int_0^\theta 2 \cdot \cos(\theta - \varphi) \cdot a_T(\psi) d\psi \right\}^2,\end{aligned}\tag{4}$$

где $\theta = \lambda \cdot t_k$ – продолжительность манёвра коррекции в угловой мере.

Аналитическое решение (4) позволяет построить программу управления сближением для ряда частных случаев. Рассмотрим программу управления с двумя активными участками и пассивным между ними:

$$\begin{aligned} a_T &= a \cdot \delta, \\ a_S &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь δ – функция включения тяги двигателя в продольной плоскости, которая принимает значение $\{-1, 0, 1\}$, a – модуль ускорения от тяги.

Рассмотрим задачу управления вековыми составляющими движения. Уравнения для Δr_{cp} и ΔL_{cp} могут быть приведены к системе стандартного вида [5]:

$$\dot{x}_1 = u, \quad \dot{x}_2 = x_1, \quad (6)$$

где $x_1 = -1,5 \cdot \lambda \cdot \Delta r_{cp}$, $x_2 = \Delta L_{cp}$, $u = 3 \cdot a \cdot \delta$, a – модуль ускорения от тяги, $\delta = \{-1, 0, 1\}$ функция включения тяги.

Задача определения оптимального управления для данной системы является классической [5]. При трансверсальной ориентации тяги программа управления будет содержать два активных участка разного знака разделённых пассивным и имеет аналитическое решение по каждому из участков:

$$\begin{aligned} t_2 &= -\frac{t_n}{2} + \sqrt{\frac{t_n^2}{4} + \frac{\lambda^2 \cdot \Delta r_{cp}^2}{8 \cdot a^2} + \frac{\Delta L_{cp}}{3 \cdot a} \cdot \delta}, \\ t_1 &= t_2 - \frac{\lambda \cdot \Delta r_{cp}}{2 \cdot a}, \end{aligned} \quad (7)$$

где t_1 и t_2 – продолжительность первого и второго участков соответственно, t_n – заданная

продолжительность пассивного участка, $\delta = \text{sign} \left(\frac{\Delta L_{cp}}{3 \cdot a} - \frac{\lambda^2 \cdot \Delta r_{cp} \cdot |\Delta r_{cp}|}{8 \cdot a^2} \right)$ – знак тяги на

первом участке.

Решение (6) позволяет обеспечить выполнение граничных условий по вековым параметрам Δr_{cp} и ΔL_{cp} в любом сочетании начальных условий. Для удовлетворения граничного условия по l необходимо рассмотреть третье уравнение системы (4) и наложить на него граничное условие, например

$$l(t_k) = l_k. \quad (8)$$

Для его выполнения подбираются величины t_n и φ_0 , являющиеся свободными.

Решая третье уравнение системы (4) для программы управления с двумя активными участками получим:

$$\left(\frac{l_k}{l_0}\right)^2 = 1 + \frac{2k}{l_0} \delta \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\theta + \varphi_0 + \xi) + \frac{k^2}{l_0^2} (A^2 + B^2),$$

где $k = 2a/\lambda^2$, $\operatorname{tg} \xi = B/A$, (9)

$$A = 2 \cos(\theta - \beta_1) - \cos \theta + \cos \beta_2 - 1,$$

$$B = -\sin(\theta - \beta_1) + \sin \theta - \sin \beta_2,$$

где $\beta_1 = \lambda \cdot t_1$, $\beta_2 = \lambda \cdot t_2$, $\beta_n = \lambda \cdot t_n$ – продолжительности участков знакопостоянства тяги в угловой мере, $\theta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_n$.

Для удовлетворения условий (8), продолжительность пассивного участка определим из уравнения:

$$A^2 + B^2 = \frac{(l_0 - l_k)^2}{k^2}. \quad (10)$$

Начальный фазовый угол определим по формуле:

$$\varphi^0 = \pm \frac{\pi}{2} - \theta - \xi. \quad (11)$$

Здесь знак «+» соответствует увеличению малой полуоси эллипса относительного движения, знак «-» уменьшению.

Проводились численные расчёты параметров управления по следующему алгоритму.

1. Задавались начальное и конечное l и ΔL_{cp} . Задавалось начальное Δr_{cp}^0 , Δr_{cp}^k принималось равным нулю.
2. Продолжительность пассивного участка t_n определялась из уравнения (9), с использованием формул (7). Начальный фазовый угол φ_0 определялся по (10).
3. Затем проводилось интегрирование системы (3).

Рассматривается последовательное сближение КАСМ с фрагментом КМ по описанному алгоритму. Краевые условия манёвра примут вид:

$$\begin{array}{lll} \text{шаг 1:} & \Delta r_{\text{cp}}^0 = -30 \text{ км}, & \Delta L_{\text{cp}}^0 = -200 \text{ км}, & l^0 = 70 \text{ км}, \\ & \Delta r_{\text{cp}}^k = 0 \text{ км}, & \Delta L_{\text{cp}}^k = -50 \text{ км}, & l^k = 10 \text{ км}, \\ \text{шаг 2:} & \Delta r_{\text{cp}}^0 = 0 \text{ км}, & \Delta L_{\text{cp}}^0 = -50 \text{ км}, & l^0 = 10 \text{ км}, \\ & \Delta r_{\text{cp}}^k = 0 \text{ км}, & \Delta L_{\text{cp}}^k = 0 \text{ км}, & l^k = 0 \text{ км}. \end{array}$$

Траектория относительного движения показана на рисунке 1.

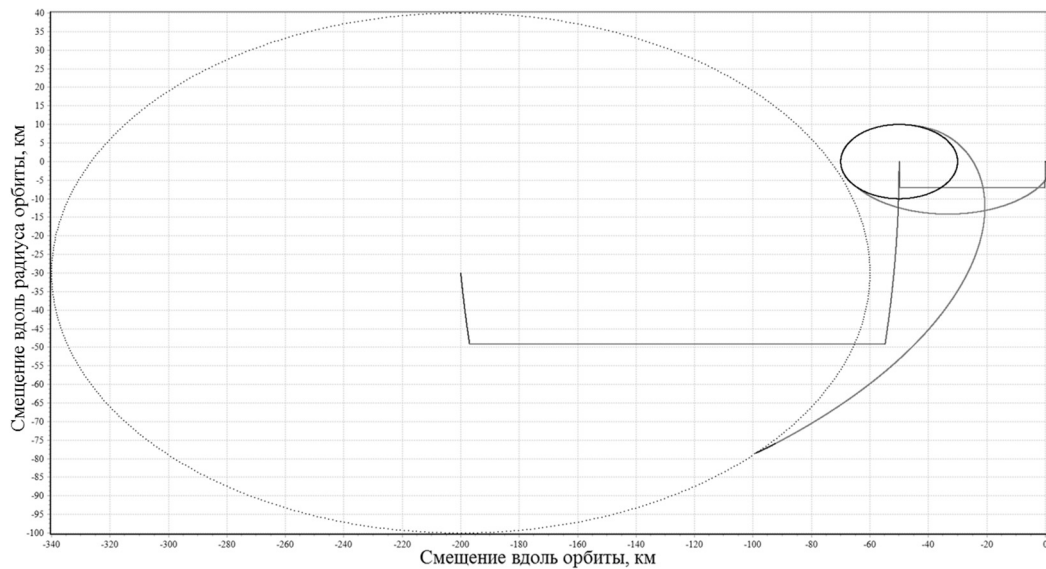


Рисунок 1 – Траектория относительного движения

Библиографический список

1. Медведев, Ю. Японцы уберут орбиту [Текст] / Юрий Медведев // Российская газета. – 2014. – 29 января.
2. Ишков, С.А., Филиппов, Г.А. Выбор проектных характеристик космического аппарата – сборщика мусора с электроракетным двигателем малой тяги [Текст] / С.А. Ишков, Г.А. Филиппов // Вестник СГАУ. – 2014. – №4(46). – С. 30-38.
3. Ишков, С. А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах [Текст] / С.А. Ишков // Космические исследования. – 1992. – Т.30, вып.2. – С.165 – 179.
4. Эльясберг, П.Е. Введение в теорию полёта искусственных спутников Земли [Текст] / П.Е. Эльясберг – М.: Наука, 1965. -540 с.
5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Б.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1969.