

Афанасьев В.А., Балоев А.А., Мещанов А.С., Туктаров Э.А.

УПРАВЛЕНИЕ ПРИЧАЛИВАНИЕМ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА К АСТЕРОИДУ С УЧЁТОМ ИНЕРЦИОННОСТИ ТЯГИ ДВИГАТЕЛЯ НА ЭТАПЕ РАЗГОНА

Введение

В космических условиях причаливания к астероиду беспилотного летательного аппарата (БЛА), который может быть как зондирующим с измерительной аппаратурой, так и ударным с ядерным зарядом на борту, основными факторами, влияющими на точность причаливания, являются изменение массы БЛА от выгорания топлива и динамика изменения силы тяги ракетного двигателя (РД) в переходных процессах пуска и останова при разгоне и торможении. Влияние учёта расхода топлива оказывает заметное влияние на построение закона управления поступательным движением, если масса топлива занимает значительную часть исходной массы БЛА в начале причаливания, например, если БЛА специально разработан только для причаливания и не содержит предыдущей ступени (ракеты), используемой для выведения БЛА на орбиту астероида. С другой стороны, существенное влияние на управление причаливанием может оказывать динамика нарастания и убывания силы тяги РД, которая в реальных двигателях описывается экспоненциальными зависимостями с соответствующими постоянными времени при пуске и останове [1]. В работе исследуется один из возможных законов управления силой тяги РД при причаливании БЛА к астероиду. В данном докладе рассматривается только этап разгона. Этап паузы для разворота тяги на 180 градусов двумя парами рулевых ракетных двигателей (РРД), устанавливаемых противоположно на стыке скрепленных днищ двух конусов БЛА, и для последующего торможения в окончании причаливания, а также общие выводы представлены в [2].

Математическая модель

Поступательное движение БЛА в условиях отсутствия аэродинамического сопротивления и гравитационного притяжения сравнительно малого астероида описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$m(t) = m_0 - |\dot{m}|(t - t_0), \quad \dot{h} = -V, \quad (1)$$

где V – относительная поступательная скорость ракеты, h – расстояние между БЛА и астероидом, m – масса БЛА (корпус, двигатель, топливо, аппаратура или заряд), $P = P(t)$ – сила тяги, постоянная в установившемся режиме работы двигателя и переменная в

переходных режимах пуска и останова, положительная при разгоне и отрицательная при торможении.

Пуск двигателя в момент t_0 , сопровождается экспоненциальным нарастанием силы тяги $P(t)$:

$$P_{start}(t) = P(1 - \exp(-(t - t_0)/T_1)), \quad (2)$$

где T_1 – постоянная времени двигателя при пуске до выхода на установившийся режим в момент $t_1 - t_0 = 3T_1$. Если установившийся режим работы двигателя сохраняется до момента t_2 , когда начинается остановка двигателя, то сила тяги убывает до момента t_k по соответствующему экспоненциальному закону:

$$P_{stop}(t) = P \exp(-(t - t_2)/T_2), \quad (3)$$

где T_2 – постоянная времени двигателя при останове, $t_k - t_2 = 3T_2$.

Постановка задачи причаливания

Требуется установить закон управления работой РД такой, чтобы БЛА из начального состояния:

$$t = t_0 = 0, V(t_0) = V_0 = 0, h(t_0) = h_0 \quad (4)$$

перешёл в заданное конечное состояние:

$$V(t_k) = V_k = 0, h(t_k) = h_k = 0 \quad (5)$$

за назначенное время $t = t_k$.

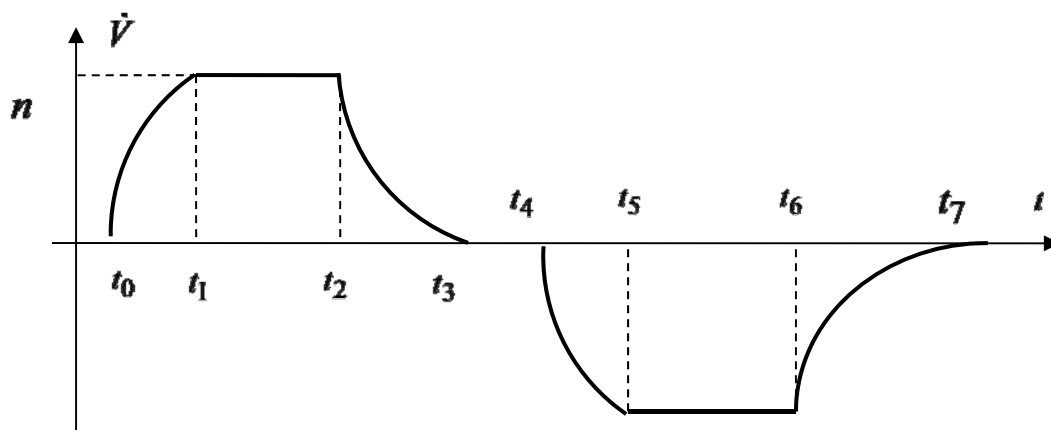


Рис.1. Закон управления силой тяги РД

Структура закона управления причаливанием определяется разгоном $t \in [t_0, t_3)$ и торможением $t \in (t_4, t_7]$, которые разделены паузой $t \in [t_3, t_4)$, в течение которой двигатель выключен. Разгон и торможение БЛА выполняется одним и тем же РД, что достигается

разворотом двухконусного БЛА двумя парами РРД вокруг его продольной оси в направлении противоположного действия силы тяги двигателя в течение указанной паузы для последующего торможения. Пуск двигателя на разгон и торможение сопровождается соответствующими переходными режимами на временных полуинтервалах $t \in [t_0, t_1)$ и $t \in [t_4, t_5)$, а остановка двигателя сопровождается переходными режимами на полуинтервалах $t \in [t_2, t_3)$ и $t \in (t_6, t_7]$.

Решение задачи причаливания на этапе разгона

Предлагаемая траектория причаливания БЛА к астероиду состоит из 7 типовых полуинтервалов, на каждом из которых дифференциальные уравнения имеют аналитические решения, а в качестве начальных условий на каждом полуинтервале принимаются значения параметров движения в конце предыдущего полуинтервала [3]. Установление закона управления причаливанием заключается в определении двух управляющих моментов в структуре закона управления: момента окончания установившейся работы двигателя при разгоне t_2 и момента начала установившейся работы двигателя при торможении t_5 . Для их определения получим два алгебраических уравнения из последовательного решения дифференциальных уравнений для скорости и расстояния.

Рассмотрим первый полуинтервал, $t \in [t_0, t_1)$. Поступательное движение при пуске двигателя описывается уравнением:

$$\dot{V} = n(1 - \exp(-(t - t_0)/T_1)), \quad \dot{h} = -V, \quad (6)$$

где $n = P/m$ – линейное ускорение, создаваемое силой тяги двигателя в установившемся режиме, $m = \text{const}$, с начальными условиями (4).

Интегрирование первого уравнения в системе (6) даёт зависимость изменения текущей скорости от времени:

$$V = V_0 + n(t - t_0) + nT_1(\exp(-(t - t_0)/T_1) - 1). \quad (7)$$

В конце первого полуинтервала завершается пуск двигателя и скорость определяется выражением:

$$V_1 = V_0 + n(t_1 - t_0) + nT_1(\exp(-(t_1 - t_0)/T_1) - 1).$$

Строго говоря, по окончании переходного процесса пуска двигателя значение экспоненты должно быть равно нулю, но это возможно только при $t \rightarrow \infty$. Поэтому,

принимая длительность пуска двигателя равной $t_1 - t_0 = 3T_1$ в экспоненте сделаем предельный переход $t_1 = \infty$, в результате чего получим:

$$V_1 = V_0 + n(t_1 - t_0) + nT_1(\exp(-(\infty - t_0)/T_1) - 1) = V_0 + n(t_1 - t_0) - nT_1.$$

С учётом $t_1 - t_0 = 3T_1$ получаем выражение для скорости разгона по его окончании:

$$V_1 = V_0 + 3T_1n - nT_1 = V_0 + 2nT_1. \quad (8)$$

Второе уравнение системы (1) с учётом (7) принимает вид:

$$dh/dt = -V_0 - n(t - t_0) - nT_1(\exp(-(t - t_0)/T_1) - 1).$$

Интегрирование последнего уравнения даёт выражение для текущего расстояния между БЛА и астероидом:

$$h = h_0 - V_0(t - t_0) - n(t - t_0)^2 / 2 + nT_1[T_1(\exp(-(t - t_0)/T_1) - 1) + (t - t_0)].$$

В конце первого полуинтервала расстояние определяется выражением:

$$h_1 = h_0 - V_0(t_1 - t_0) - n(t_1 - t_0)^2 / 2 + nT_1^2(\exp(-(t_1 - t_0)/T_1) - 1) + nT_1(t_1 - t_0). \quad (9)$$

С учётом предельного перехода в экспоненте приходим к выражению:

$$h_1 = h_0 - 3V_0T_1 - 5nT_1^2 / 2. \quad (10)$$

Рассмотрим второй полуинтервал, $t \in [t_1, t_2]$. Двигатель работает в установившемся режиме на разгон поступательной скорости, движение БЛА описывается уравнениями:

$$\dot{V} = n, \quad \dot{h} = -V \quad (11)$$

с начальными условиями (8), (10).

Интегрирование первого уравнения системы (11) даёт выражение для текущей скорости:

$$V = V_1 + n(t - t_1).$$

Подстановка (8) при нулевых начальных условиях (4) приводит к выражению:

$$V = 2nT_1 + n(t - t_1).$$

С учётом соотношения $t_1 = 3T_1$ получаем зависимость текущей скорости разгона при работе двигателя в установившемся режиме:

$$V = -nT_1 + nt. \quad (12)$$

В конце второго полуинтервала скорость определяется выражением:

$$V_2 = V_1 + n(t_2 - t_1)$$

С учётом выражения (8) получаем:

$$V_2 = n(t_2 - T_1). \quad (13)$$

Получили уравнение с двумя неизвестными t_2 , V_2 .

Второе уравнение системы (11) с учётом скорости (12) принимает вид:

$$dh/dt = nT_1 - nt.$$

Интегрирование последнего уравнения в пределах второго отрезка с переменным верхним пределом с учётом $t_1 = 3T_1$ и (10) даёт зависимость:

$$h = h_0 - 5nT_1^2/2 - 2nT_1(t - 3T_1) - n(t - 3T_1)^2/2.$$

В конце второго полуинтервала расстояние определяется выражением:

$$h_2 = h_0 - 5nT_1^2/2 - 2nT_1(t_2 - 3T_1) - n(t_2 - 3T_1)^2/2.$$

После преобразований приходим к уравнению:

$$h_2 = h_0 - nT_1^2 + nT_1t_2 - nt_2^2/2 \quad (14)$$

с двумя неизвестными h_2 и t_2 .

Рассмотрим третий полуинтервал, $t \in [t_2, t_3)$. Он характеризуется спадом силы тяги ракетного двигателя и описывается уравнениями:

$$\dot{V} = n \exp(-(t - t_2)/T_2), \quad \dot{h} = -V, \quad (15)$$

с начальными условиями (13), (14). Интегрирование первого уравнения системы (15) даёт зависимость спада силы тяги от времени:

$$V = V_2 - nT_2 \left(\exp(-(t - t_2)/T_2) - 1 \right)$$

С учётом выражения для скорости (13) получаем:

$$V = n(T_2 - T_1 + t_2) - nT_2 \exp(-(t - t_2)/T_2). \quad (16)$$

В конце третьего отрезка скорость сближения определяется выражением:

$$V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2) - nT_2 \exp(-(t_3 - t_2)/T_2).$$

С учётом предельного перехода получаем следующее выражения для скорости в конце третьего отрезка составной траектории сближения:

$$V_3 = n(T_2 - T_1 + t_2). \quad (17)$$

Второе уравнение системы (15) с учётом зависимости (16) принимает вид:

$$\frac{dh}{dt} = -n(T_2 - T_1 + t_2) + nT_2 \exp(-(t - t_2)/T_2).$$

Его интегрирование приводит к выражению для текущего расстояния между БЛА и астероидом:

$$h = h - n(T_2 - T_1 + t_2) - nT_2^2 \left(\exp(-(t - t_2)/T_2) - 1 \right).$$

В конце третьего отрезка расстояние определяется выражением:

$$h_3 = h_2 - n(T_2 - T_1 + t_2)(t_3 - t_2) - nT_2^2(\exp(-(t_3 - t_2)/T_2) - 1).$$

С учётом соотношения $t_3 - t_2 = 3T_2$ и выражения для расстояния (14) последнее выражение принимает вид:

$$h_3 = h_0 + n(T_1 - 3T_2)t_2 - \frac{n}{2}t_2^2 + n[3T_1T_2 - 2T_2^2 - T_1^2]. \quad (18)$$

Завершающий причаливание этап паузы и торможения рассмотрен в [2].

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 15-48-02040.

Библиографический список

1. Беляев Н.М., Уваров Е.И. Расчёт и проектирование реактивных систем управления космических летательных аппаратов. М., Машиностроение. 1974. 200 с.
2. Афанасьев В.А., Балоев А.А., Мещанов А.С., Туктаров Э.А. Управление причаливанием беспилотного летательного аппарата к астероиду с учетом инерционности тяги двигателя на этапе паузы и торможения. Сборник трудов XX Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: Часть I. Самара, 14-16 июня 2017 г. – Самара, АНО «Изд-во СНЦ», 2018. – С. 27.
3. Афанасьев В.А., Мещанов А.С., Хайруллин В.Р. Аналитическое конструирование траекторий полета возвращаемых космических аппаратов. Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2010, № 4, С. 161-170.