УДК 681.5.01:658.5

Мещанов А.С., Гатауллина Л.А.

УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМИ СТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ НА СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМАХ С ЗАДАННЫМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ И ПОКАЗАТЕЛЯМИ КАЧЕСТВА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ И НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ. II

Предлагается продолжение решения задач, поставленных в [1].

В случае системы (12) [1] регулярной формы матрица $C_{ф}^{1}$ в (16) [1] определяется методами работ [2, 3], в общем случае по методу работы [4]. Элементы $\kappa_{g_i ф}$, $\kappa_{s_i ф}$, $i=\overline{1,m}$ матриц $K_{gф}, K_{sф}$ принимают в уравнении (16) [1] значения $\kappa_{g_i ф}^{+}, \kappa_{s_i ф}^{+}$ и $\kappa_{g_i ф}^{-}, \kappa_{s_i ф}^{-}$ аналогично неравенствам в управлении (14) [1], но в зависимости от знаков произведений $s_{ф\,i}^{1} g_{ф\,i}^{1}$, $i=\overline{1,m}$. Для каждого сочетания знаков этих произведений элементы матрицы C^{1} принимают различные значения (то есть многообразие $S(s=C^{1}z_{м}^{1}+C^{2}z_{м}^{2}=0)$ (5) [1] является разрывным, так как $m\times(n-m)$- субматрица C^{1} принимает 2^{m} различных значений). Далее эти многообразия разобъем условно на два вида $S^{j}(s^{j}=C^{j1}z_{м}^{1}+C^{j2}z_{м}^{2}=0)$, $j=1,2$, где индексу $j=1$ у многообразий S^{j} при 2^{m-1} сочетаниях всех различных знаков произведений $s_{ф\,i}^{1} g_{ф\,i}^{1}$ $i=\overline{2,m}$ соответствует положительный знак произведения $s_{ф1}^{1} g_{ф1}^{1}$, $s_{ф1}^{1} g_{ф1}^{1}>0$, а индексу $j=2$ – отрицательный знак или равенство нулю данного произведения: $s_{ф1}^{1} g_{ф1}^{1}\le 0$. В результате определения субматриц C^{1} и $D_{ф}^{1}$ из условия (16) [1] гарантируется только движение и.т. к $(n-2m)-$мерному многообразию $S_{ф}^{1}(s_{ф}^{1}=(s_{ф1}^{1},...,s_{ф\,m}^{1})^{T}=C_{ф}^{1}z_{м}^{1}=0)$(13)[1] без совпадения с ним $(n-2m)-$ мерного многообразия пересечения $S^{1}\cup S^{2}$. Для такого совпадения должны одновременно выполняться три равенства:

$$s^{j}=C^{j1}z_{м}^{1}+C^{j2}z_{м}^{2}=0,\quad j=1,2,\qquad s_{ф}^{1}=C_{ф}^{1}z_{м}^{1}=0. \tag{17}$$

При формировании такого скольжения более высокого уровня необходимо иметь в виду, что задаваемое $(n-2m)-$мерное многообразие (13) [1] (матрица $C_{ф}^{1}$ в (13) [1]) должно быть таким, чтобы проходило достаточно близко от $(n-m)-$ мерных многообразий $S^j(s^j = C^{j1}z_м^1 + C^{j2}z_м^2 = 0)$, $C^{j2} = E$, $j = 1{,}2$, так как иначе ухудшается качество приведения в такое скольжение более высокого уровня. Вместе с тем многообразие $S_ф^1$ не должно принадлежать $(n-m)-$мерным многообразиям S^j, $j = 1{,}2$, так как на них фиктивное управление $u_ф^{j1} = -C^{j1}z_м^1$ (12) [1] является непрерывным в силу $s^j = C^{j1}z_м^1 +$ $C^{j2}z_м^2 = 0$ и $u_ф^{j1} = \ = -C^{j1}z_м^1 = C^{j2}z_м^2$, $C^{j2} = E$, $j = 1{,}2$. Поэтому, в дополнение к системе уравнений (16) [1], при нахождении C^{j1}, $D_ф^{j1}$ необходимо учитывать не систему (17), а систему вида

$$s^j = C^{j1}z_м^1 + z_м^2 = 0\,,\ j = 1{,}2, \quad s_ф^1 = (s_{ф1}^1,...,s_{фm}^1)^T = \ C_ф^1 z_м^1 = \varepsilon, \tag{18}$$

где $\varepsilon = (\varepsilon_1,...,\varepsilon_m)^T$, ε_i - линейные функции z_i, $i = \overline{1,m}$, с достаточно малыми по модулю задаваемыми постоянными коэффициентами. Из системы (18) следуют дополнительные к уравнению (16) [1] связи между элементами матриц C^{j1} и $D_ф^1$ для их нахождения (в том числе и в реальном масштабе времени).

Система скользящего режима на $(n-2m)-$мерном многообразии $S_ф^1(s_ф^1$ $= (s_{ф1}^1,...,s_{фm}^1)^T = C_ф^1 z_м^1 = 0)$ после исключения m последних координат вектора $z_м^1$ примет вид

$$\dot{z}_м^3 = A^3 z_м^3, \tag{19}$$

где $(n-2m)\times(n-2m)-$матрица A^3 в общем случае зависит нелинейно от коэффициентов матрицы $C_ф^1$ и для ее нахождения применяются методы работ [2 - 4]. Если же размерность системы скользящего режима необходимо уменьшать и далее, до заданного значения $(n-3m),...,$ $(n-km)$(пока $(n-km) \geq 1$, так как иначе скользящий режим верхнего уровня будет протекать только в начале координат), то $C_ф^1$ предлагается находить по методике, изложенной для C^1 по системам уравнений (16) [1], (18).

Сделаем следующее замечание. При нелинейном вхождении $m\times(n-m)-$матрицы $C_ф^1 = \ (C_ф^{1,1}, C_ф^{1,2})$, где $C_ф^{1,1}$ и $C_ф^{1,2}$ являются $m\times(n-2m)$ и $m\times m-$субматрицами, для нахождения переключаемой первой субматрицы при заданной неособенной второй и при заданной $m\times(n-2m)-$матрице C_{ϕ}^{2} предлагается применение методов приведения в скольжение, представленных в работах [5, 6].

Таким образом, сначала находятся подходящие по качеству переходных процессов многообразия скольжения верхнего уровня (прямая, плоскость или гиперплоскости, или многообразия), находятся две плоскости, или две гиперплоскости, или два многообразия предыдущего нижнего уровня, такие, чтобы и.т. в скольжениях по ним попадала в малую окрестность их пересечения. По каждой из двух найденных плоскостей (или двух гиперплоскостей, или двух многообразий) находится по паре плоскостей, или гиперплоскостей, или многообразий следующего более низкого уровня и так далее до многообразий S (5) [1] первого уровня: $S_{1,1}, S_{1,2};...;S_{1,2^{k-1}-1}, S_{1,2^{k-1}}$ (рис.1).

3. Синтез многоуровневого векторного разрывного управления, приводящего систему в скользящий режим заданного порядка

Для формирования управления для скольжения первого порядка применяется любой из двух методов управления (по исходной и модельной системам), изложенных в работе [7]. Причем метод по модельной системе обеспечивает меньшие энергетические затраты, представляемые в виде интеграла за время переходного процесса от суммы модулей составляющих управления, умноженных на размерные коэффициенты k_i

$$J(U)=\int_{t_0}^{t_{nn}}(k_1|u_1|+...+k_m|u_m|)\,dt\,, \tag{20}$$

так как в этом методе осуществляется точная идентификация приведенного вектора неопределенных возмущений в исходной системе. Для скользящего режима первого уровня данное управление принимается в виде, совпадающем с управлением (14) [1] при $(x-Kz_{\text{м}})=(Kz-Kz_{\text{м}})=K\Delta z=0$ и $\delta=0$:

$$u=u_0=(CB_0)^{-1}(K_g g+K_s s-\delta\, sign\, s-CA_0 z_{\text{м}}-CK_{\Delta z}G^T(x-Kz_{\text{м}})-CD_0(t)F_0(t)), \tag{21}$$

где в формировании вектор-функций переключения s и g применяется только вектор $z_{\text{м}}$, $\delta=diag\{\delta_1,..,\delta_m\}$, $\delta_i\ge 0$, $sign\ s=(sign\ s_1,..., sign\ s_m)^T$, $i=\overline{1,m}$.

В зависимости от выбранного числа k уровней скольжения организуется скользящий режим первого порядка на 2^{k-1} переключаемых $(n-m)-$мерных многообразиях $S_{1,1}, S_{1,2};...;S_{1,2^{k-1}-1}, S_{1,2^{k-1}}$ с помощью 2^{k-1} разрывных векторных управлений $u_{1,1}, u_{1,2};...;u_{1,2^{k-1}-1}, u_{1,2^{k-1}}$ вида (21) на первом уровне управления и первом порядке скольжения. Нулевой уровень управления (рис. 1) $u_{0,1}, u_{0,2};...;u_{0,2^k-1}, u_{0,2^k}$

формируется в общем случае матрицы CB_0 из 2^{2m} переключаемых структур каждой составляющей u_i, $i=\overline{1,m}$, управления вида (21). Каждая из 2^{2m} переключаемых структур управления (21) определяется набором значений κ_{gi}^{+} с κ_{si}^{+} и κ_{gi}^{-} с κ_{si}^{-} в зависимости от знаков $s_i g_i$ и значениями постоянных $\delta_i \, sign \; s_i$ в зависимости от знаков s_i, $i=\overline{1,m}$. На верхний уровень в качестве $i-$й составляющей управления $u=u_{k,1}$ в каждый момент времени в зависимости от знаков $s_i g_i$ на первом уровне и знаков аналогичных функций на остальных $k-1$ уровнях проходит соответствующая составляющая только одного из управлений $u_{0,1}, u_{0,2}; \ldots \; \ldots; u_{0,2^k-1}, u_{0,2^k}$ нулевого уровня. В процессе скольжения первого порядка на одном из многообразий $S_{1,1}, S_{1,2}; \ldots; S_{1,2^{k-1}-1}, S_{1,2^{k-1}}$ на верхний уровень проходит одно из соответствующих управлений $u_{1,1}, u_{1,2}; \ldots; u_{1,2^{k-1}-1}, u_{1,2^{k-1}}$ первого уровня и так далее вверх по уровням.

Таким образом, движения и.т. складываются только из двух типов: во-первых, из движений попадания на многообразия скольжения первого порядка (первого уровня управления) $S_{1,1}, S_{1,2}; \ldots; S_{1,2^{k-1}-1}, S_{1,2^{k-1}}$; во-вторых, из движений скользящего режима по ним. В первом движении действие всех возмущений (номинальных и неопределенных) компенсируется управлениями $u=u_0$ (21) для каждого из указанных многообразий. Во втором движении с начала скольжений по этим многообразиям отклонение Δz достаточно быстро принимает нулевое значение. Следовательно, действие всех возмущений на систему через малое отклонение $\Delta z \approx 0$ перестает осуществляться. Другого проявления действия возмущений нет, так как в силу условий (2), (3) [1] скользящие режимы на многообразиях $S_{1,1}, S_{1,2}; \ldots; S_{1,2^{k-1}-1}, S_{1,2^{k-1}}$ к ним инвариантны.

Выводы

Таким образом, для построения систем многоуровневого управления с линейными стационарными объектами с векторным управлением для обеспечения заданного качества переходных процессов при действии номинальных и неопределенных ограниченных возмущений и неполной информации о состоянии достаточно воспользоваться разработанными методами:

– синтеза векторных разрывных управлений на скользящих режимах с фиксированными многообразиями при номинальных и неопределенных возмущениях в условиях полной информации о состоянии системы;

– синтеза фиксированных многообразий скольжения для указанного векторного управления при номинальных и неопределенных возмущениях в условиях полной информации о состоянии системы;

– синтеза векторного многоуровневого управления с фиксированными многообразиями скольжения различного порядка при номинальных и неопределенных возмущениях в условиях полной информации о состоянии системы;

– синтеза фиксированных многообразий скольжения и разрывного управления при номинальных и неопределенных возмущениях и при неполной информации о состоянии;

– объединения изложенных четырех методов в решении поставленной задачи построения векторного многоуровневого разрывного управления при действии номинальных и неопределенных ограниченных возмущений и неполной информации о состоянии в целях обеспечения высокого требуемого качества переходных процессов.

Для численного моделирования конкретных систем управления с разработанным многоуровневым векторным управлением при неопределенности и неполной информации предлагается следующая последовательность действий:

1) составляется замкнутая система дифференциальных уравнений исходной системы с номинальными и неопределенными возмущениями и неполной информацией о состоянии и модельной системы (системы идентификатора) с различными начальными условиями по неизвестным в исходной системе координатам;

2) отдельно составляется система в отклонениях модельной системы от исходной в скользящем режиме и по ней находится методом модального управления такое линейное управление (его фиксированная матрица коэффициентов), чтобы отклонения координат исходной системы от модельной достаточно быстро и без больших перерегулирований приближались к нулевым значениям;

3) по заданным показателям качества переходных процессов находится подходящая фиксированная прямая (плоскость или многообразие) скольжения верхнего уровня, и по ней и заданным значениям составляющих разрывных коэффициентов восстанавливаются все остальные фиксированные многообразия скольжения нижних уровней и фиксированные вспомогательные многообразия переключений;

4) по модельной системе находятся разрывные управления первого уровня с составляющими, представляющими нулевой уровень;

5) разрабатывается программное обеспечение (например, в системе программирования Матлаб 7) и моделируются исходная и модельная системы с одним и тем же синтезированным многоуровневым управлением, но при различных (в силу неполной информации) начальных условиях по отдельным с одинаковыми номерами координатам.

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-41-160012.

Библиографический список

1. Мещанов А.С., Гатауллина Л.А. Управление линейными стационарными объектами на скользящих режимах с заданными размерностями и показателями качества при неопределенных возмущениях и неполной информации о состоянии.I. Сборник трудов XXI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Часть I. Самара, 13-15 июня 2018 г. С. 67-73.

2. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.

3. Мещанов А.С. Скользящие режимы с заданными размерностью и качеством в системах с линейными стационарными объектами при неопределенности. – Авиакосмическое приборостроение, 2009. № 2. С.22-27.

4. Мещанов А.С Синтез многообразия скольжения и управления с идентификатором состояния при неопределенности. Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2008, № 3. – С. 92-97.

5. Sinswat V., Fallside F. Eigenvalue/eigenvector assignment by state-feedback, International Journal of Control. 1977. vol. 26, № 3. P. 389-403.

6. Мещанов А.С. О приведении в скользящий режим многомерных разрывных систем с нелинейным нестационарным объектом управления.В кн.: Устойчивость движения, Новосибирск: Наука, 1985. С. 230 – 234.

7. Мещанов А.С. Методы построения разрывных управлений и поверхностей переключения в многомерных системах. Изв. вузов. Авиационная техника, 1981, № 2. С. 39-44.