# Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е., Макаров В.П. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ СВОБОДНОЛЕТАЮЩЕГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЗАХВАТУ ПАССИВНОГО КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

#### Введение

Разработка методов управления движением космических роботов-манипуляторов (КРМ) (рис. 1) для механического захвата, транспортировки и сервисного обслуживания орбитальных пассивных космических объектов (ПКО) в условиях неопределенности и неполноты измерения состояния является актуальной научной проблемой. Решение данной проблемы позволит на регулярной основе продлевать сроки активного существования информационных спутников c уникальными техническими характеристиками и при необходимости перемещать такие спутники для технологической модернизации на борту орбитальной станции либо в наземных условиях. Здесь выделяются три ключевые задачи:



Рис. 1. КРМ готовится к захвату пассивного спутника

 разработка методов прогнозирования параметров движения ПКО и их бесконтактной идентификации с помощью оптико-электронных камер и лазерных дальномеров КРМ;

 2) разработка методов наведения и управления пространственным движением КРМ при сближении с ПКО и подготовке к его механическому

захвату; 3) исследование нелинейной динамики механического сцепления ПКО с КРМ. При орбитальном движении ПКО в околоземном пространстве весьма непросто решение первых двух из указанных выше ключевых задач. При краткосрочном прогнозе движения ПКО на орбитах высотой более 700 км необходимо учитывать законы механики космического полета твердого тела в гравитационном поле Земли, Луны и Солнца. Принимается, что при малой дальности КРМ до ПКО выполняется идентификация текущих параметров поступательного и вращательного движений ПКО относительно КРМ с помощью его бортовых оптико-электронных средств. Получаемая измерительная информация используется в законах наведения и управления пространственным движением КРМ при завершении сближения и сопровождения цели с "зависанием" для последующего механического захвата.



Рис. 2. Кинематическая схема космического робота-манипулятора

В работе используется связанная с корпусом КРМ система координат Охуд (рис. 2), которую обычно называют связанной системой координат (ССК), а также применяются стандартные обозначения  $col(\cdot) = \{\cdot\}$ ,  $line(\cdot) = [\cdot]$ ,  $(\cdot)^t$ ,  $[\mathbf{a} \times]$  и  $\circ, \tilde{\phantom{a}}$  для векторов, матриц и кватернионов.

Цель работы состоит в разработке стратегии наведения и управления свободнолетающим КРМ при его встрече с ПКО (целью), необходимой для оценки потребных ресурсов оборудования его системы управления движением (СУД). Приводами СУД являются (i) двигательная установка (ДУ), которая имеет 8 реактивных двигателей (РД) с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) тяги и позволяет одновременно создавать импульсы векторов тяги и момента произвольного направления в ССК; (ii) силовой гироскопический кластер (СГК) на основе 4 гиродинов (ГД) – двухстепенных силовых гироскопов. Измерение кинематических параметров движения КРМ выполняется бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС), корректируемой сигналами от навигационных спутников GPS/ГЛОНАСС и звездных датчиков. Если дальность становится менее 3 м, то эти параметры движения КРМ относительно цели определяются также бортовыми камерами наблюдения и лазерными дальномерами.

#### 1. Математические модели и постановка задачи

Для описания движения КРМ применяются: (i) экваториальная инерциальная системы координат (ИСК)  $\mathbf{I}_{\oplus}$  с началом в центре Земли  $O_{\oplus}$ ; (ii) Гринвичская система координат (ГСК); (iii) ССК **B**(Охуz) КРМ с началом в фиксированном в его корпусе полюсе O; (iv) орбитальная система координат (ОСК) **O** ( $Ox^{\circ}y^{\circ}z^{\circ}$ ) с ортами  $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2, \mathbf{o}_3$ . Ориентация ССК **B** в ИСК  $\mathbf{I}_{\oplus}$  определяется кватернионом  $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_0, \lambda)$ , где  $\lambda = \{\lambda_i\}$ ; вектором параметров Эйлера  $\mathbf{\Lambda} = \{\lambda_0, \lambda\}$ , который представляется в форме  $\mathbf{\Lambda} = \{C_{\Phi/2}, \mathbf{e}_e S_{\Phi/2}\}$  с ортом  $\mathbf{e}_e$  мгновенной оси Эйлера и углом  $\Phi$  собственного поворота; вектором модифицированных параметров Родрига (МПР)  $\mathbf{\sigma} = \{\sigma_i\} = \mathbf{e}_e \operatorname{tg}(\Phi/4)$ , который связан с  $\mathbf{\Lambda}$  явными прямыми  $\mathbf{\sigma} = \lambda/(1+\lambda_0)$  и обратными  $\lambda_0 = (1-\sigma^2)/(1+\sigma^2), \lambda = 2\mathbf{\sigma}/(1+\sigma^2)$  соотношениями. Кинематические уравнения для вектора  $\mathbf{r}_0$ , кватерниона  $\mathbf{\Lambda}$  и вектора МПР  $\mathbf{\sigma}$  имеют вид

$$\dot{\mathbf{r}}_{o} = \mathbf{r}_{o}^{*} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{o}; \qquad \dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}/2; \qquad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4}(1 - \sigma^{2})\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\sigma}, \tag{1}$$

где вектор  $\omega$  представляет абсолютную угловую скорость корпуса КРМ в ССК и используется обозначение (·)<sup>\*</sup> локальной производной по времени.

В ССК Охуг с фиксированным в его корпусе полюсом О положение центра масс С КРМ (робот и манипулятор суммарной массы  $m = m_r + \Sigma m_i$ ) определяется вектором  $\rho_c = \{x_c, y_c, z_c\}$  по соотношению  $m\rho_c \equiv L = m_r\rho_r + \Sigma m_i\rho_i$ . Здесь введен вектор статического момента L; фиксированный в ССК вектор  $\rho_r$  представляет положение центра масс O<sub>r</sub> робота; векторы  $\rho_i$ ,  $i = 1 \div 3$  определяют положения центров масс  $c_i$  (рис. 2) трех звеньев манипулятора с массами  $m_i$  и собственными тензорами инерции J<sup>c</sup><sub>i</sub>. При векторе  $\mathbf{v}_o$  скорости полюса О поступательное движение центра инерции С системы твердых тел в ССК описывается векторным уравнением

$$\mathbf{m}\mathbf{v}_{o}^{*} + [-\mathbf{L}\times]\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{m}(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{o}) + \boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{L}\times\boldsymbol{\omega}) - \Sigma_{i}(\mathbf{m}_{i}(2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho}_{i}^{*}+\boldsymbol{\rho}_{i}^{**})) + \mathbf{P}^{e} + \mathbf{F}^{gr}, \qquad (2)$$

где  $\mathbf{\rho}_{i}^{*} = \Sigma_{s}((\partial \mathbf{\rho}_{i} / \partial q_{s})\dot{q}_{s}); \mathbf{\rho}_{i}^{**} = \Sigma_{s}((\partial \mathbf{\rho}_{i} / \partial q_{s})\ddot{q}_{s} + \Sigma_{k}(\partial^{2} \mathbf{\rho}_{i} / \partial q_{k} \partial q_{s}));$  векторы  $\mathbf{P}^{e}$  и  $\mathbf{F}^{gr}$  представляют силы тяги двигательной установки, центрированной в полюсе O, и гравитации.

Введем постоянные тензоры инерции робота  $\mathbf{J}_{r}^{o}$  в полюсе О и звеньев манипулятора  $\mathbf{J}_{i}^{c}$  в их центрах масс  $c_{i}$ . Тензор инерции  $\mathbf{J}$  механической системы в

полюсе О вычисляется по соотношению  $\mathbf{J} \equiv \| J_{ij} \| = \mathbf{J}_{r}^{\circ} + \Sigma \mathbf{J}_{i}$ , где  $\mathbf{J}_{i} = \mathbf{J}_{i}^{\circ} + \mathbf{m}_{i} (\mathbf{E} \boldsymbol{\rho}_{i}^{t} \boldsymbol{\rho}_{i} - \boldsymbol{\rho}_{i} \boldsymbol{\rho}_{i}^{t})$ и **E** является единичным тензором. Через  $\boldsymbol{\omega}_{i}$  обозначим вектор угловой скорости *i*-го звена манипулятора в ССК. Производная этого вектора по времени имеет вид  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i} = \boldsymbol{\omega}_{i}^{*} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega}_{i}$ . В ССК Охуг с полюсом О вращательное движение системы твердых тел описывается уравнением

$$[\mathbf{L}\times]\mathbf{v}_{o}^{*}+\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}=-\mathbf{L}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{o})-\boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{H})-\mathbf{Q}-\mathbf{H}^{*}+\mathbf{M}^{e}+\mathbf{M}^{gr},$$
(3)

где вектор  $\mathbf{Q} = \Sigma_i (\mathbf{J}_i \dot{\mathbf{\omega}}_i + \mathbf{\omega} \times \mathbf{J}_i \mathbf{\omega}_i + \mathbf{\omega}_i \times \mathbf{J}_i (\mathbf{\omega} + \mathbf{\omega}_i) + \mathbf{m}_i \mathbf{\rho}_i \times (\mathbf{\omega} \times (\mathbf{\omega} \times \mathbf{\rho}_i) + 2\mathbf{\omega} \times \mathbf{\rho}_i^* + \mathbf{\rho}_i^{**}));$ векторы  $-\mathbf{H}^* = \mathbf{M}^g$  и  $\mathbf{M}^e$  представляют управляющие моменты силового гироскопического кластера (СГК) с вектором кинетического момента (КМ) **H** и двигательной установки на основе 8 реактивных двигателей; вектор  $\mathbf{M}^{gr}$  – гравитационный момент.

Конфигурация манипулятора в ССК определяется столбцом  $\mathbf{q} = \{q_s\}$ , который составлен из угловых координат  $q_s$ ,  $s = 1 \div 6$  его трех звеньев (рис. 2). Положения  $\rho_i$ центров масс звеньев, их линейные  $\rho_i^*$  и угловые  $\omega_i$  скорости, а также ускорения  $\rho_i^{**}$  и  $\dot{\omega}_i$ , являются функциями угловых координат q<sub>s</sub> и их производных по времени. Поэтому тензор инерции КРМ J в полюсе О и вектор его статического момента L зависят от компонентов столбца q. Для целей данного исследования принято, что по всем степеням подвижности манипулятора применяются точные редукторные приводы с самоторможением и высокочастотным цифровым управлением. Это позволяет приближенно считать угловые координаты  $q_s$  в (2) и (4) непрерывным функциями  $q_s(t)$ , заданными на интервале времени  $t \in [t_i^m, t_f^m]$  при краевых условиях начального (initial)  $\mathbf{q}_i \equiv \mathbf{q}(t_i^m)$  и конечного (final)  $\mathbf{q}_f \equiv \mathbf{q}(t_f^m)$  положений звеньев манипулятора в процессе развертывания его механической цепи. В исходном фиксированном положении манипулятора столбец  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \equiv \{\pi, 0, -\pi, 0, 0, 0\}$  и КРМ считается единым твердым телом, полюс О совпадает с его центром масс и вектор статического момента L = 0. Математическая модель динамики КРМ при таком положении манипулятора следует из (2), (3) и представляется в виде

$$\mathbf{m}(\mathbf{v}_{r}^{*}+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{r})=\mathbf{P}^{\mathrm{e}}+\mathbf{F}^{\mathrm{gr}};\qquad \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G}=\mathbf{M}^{\mathrm{g}}+\mathbf{M}^{\mathrm{e}}+\mathbf{M}^{\mathrm{gr}},\qquad (4)$$

где вектор  $\mathbf{v}_r \equiv \mathbf{v}_o$  (нижний индекс *r*, *robot*) скорости его поступательного движения и вектор  $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$ . Расположение КРМ определяется вектором  $\mathbf{r}_r \equiv \mathbf{r}_o$  и уравнением  $\mathbf{r}_{r}^{*} + \mathbf{\omega} \times \mathbf{r}_{r} = \mathbf{v}_{r}$ . Векторы  $\mathbf{r}_{t}$  и  $\mathbf{v}_{t}$  (нижний индекс t, *target*) представляют положение ПКО и скорость его поступательного движения. Модель пространственного движения пассивного спутника имеет аналогичный вид, но в ней отсутствуют управляющие силы и моменты ( $\mathbf{P}^{e} = \mathbf{M}^{g} = \mathbf{M}^{e} \equiv \mathbf{0}$ ), вектор  $\mathbf{H} \equiv \mathbf{0}$ . Векторы дальности до цели  $\Delta \mathbf{r} = \{\Delta \mathbf{r}_{i}\}$  и рассогласования между скоростями  $\Delta \mathbf{v} = \{\Delta \mathbf{v}_{i}\}$  ПКО и КРМ вычисляются по соотношениям  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{t} - \mathbf{r}_{r}$  и  $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_{t} - \mathbf{v}_{r}$ .

На рис. 3 приведена схема ДУ на основе 8 РД. Положение ортов  $e_p$ ,  $p = 1 \div 8$ 



осей сопел реактивных двигателей в ССК определяется углами  $\alpha^e$  и  $\beta^e$ , векторы  $\rho_p$ ,  $p = 1 \div 8$  точек  $O_p$ приложения вектора тяги РД в ССК определяются параметрами  $b_x$ ,  $b_y$  и  $b_z$ . Каждый РД имеет ШИМ тяги, что  $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$  описывается нелинейными соотношениями

$$p_p(t) = P^m PWM(t - T_{zu}^e, t_r, \tau_m, v_{pr})$$

с периодом  $T_{u}^{e}$  и запаздыванием  $T_{zu}^{e}$ 

основе 8 РД Здесь <sub>V <sub>pr</sub> является входным сигналом и функции</sub>

Рис. 3. Схема двигательной установки на

$$\begin{split} & \text{PWM}(t,t_r,\tau_m,\mathbf{v}_{p\,r}) \equiv \begin{cases} \text{sign } \mathbf{v}_{p\,r} & t \in [t_r,t_r+\tau_{p\,r}) \\ 0 & t \in [t_r+\tau_{p\,r},t_{r+1}) \end{cases} \\ & \tau_{pr}(\tau_m) = \begin{cases} 0 & |\mathbf{v}_{p\,r}| \leq \tau_m, \\ \text{sat}(T_u^e,|\mathbf{v}_{p\,r}|) & |\mathbf{v}_{p\,r}| > \tau_m, \end{cases} \\ & \text{sat}(T_u^e,|\mathbf{v}_{p\,r}|) & |\mathbf{v}_{p\,r}| > \tau_m, \end{cases} \\ & t_r = rT_u^e, \quad t_{r+1} = t_r + T_u^e; \quad r \in \mathbf{N}_0 \equiv [0,1,2,3...), \quad \text{где} \quad \mathbf{P}^m \quad - \text{ номинальное значение тяги,} \\ & \text{одинаковое для } \mathbf{P}\mathcal{I}. \text{ Вектор тяги } p \text{ -го } \mathbf{P}\mathcal{I} \text{ вычисляется по формуле } \mathbf{p}_p(t) = -p_p(t)\mathbf{e}_p, \text{ a} \\ & \text{векторы силы } \mathbf{P}^e \text{ и момента } \mathbf{M}^e \quad \mathcal{I}\mathcal{Y} - \text{как } \mathbf{P}^e = \Sigma \mathbf{p}_p(t) = \mathbf{P} \equiv \{P_1, P_2, P_3\} \text{ и } \mathbf{M}^e = \Sigma [\mathbf{\rho}_p \times] \mathbf{p}_p(t). \end{split}$$

Для управления ориентацией КРМ применяется силовой гироскопический кластер четырех гиродинов (ГД). На рис. 4 представлена каноническая схема 2-*SPE*, состоящая из двух пар ГД с ортами векторов кинетических моментов (КМ)  $\mathbf{h}_p(\beta_p), p=1\div4$ , а также область вариации нормированного вектора КМ кластера  $\mathbf{h}(\mathbf{\beta}) = \Sigma \mathbf{h}_p(\beta_p)$ , где столбец  $\mathbf{\beta} = \{\beta_p\}$ , и ее проекции на плоскости гироскопического базиса  $Ox_c^g y_c^g z_c^g$ .



Рис. 4. Схема СГК и область вариации вектора его КМ

Все внутренние сингулярные состояния схемы 2-SPE являются проходимыми, применяемый явный аналитический закон настройки СГК (распределения трехмерного вектора его управляющего момента  $\mathbf{M}^{g} = \{\mathbf{M}_{i}^{g}\}$  между четырьмя ГД) позволяет исключить избыточность данного кластера с вектором кинетического момента  $\mathbf{H} = h_{g}\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})$ , где  $h_{g}$  – одинаковое для всех четырех ГД постоянное значение модуля собственного КМ. При цифровом управлении  $\mathbf{u}_{k}^{g}(t) = \{\mathbf{u}_{pk}^{g}(t)\}$  с периодом  $T_{u}$ , где  $\mathbf{u}_{pk}^{g}(t) = \mathbf{u}_{pk}^{g} \quad \forall t \in [t_{k}, t_{k+1}), t_{k+1} = t_{k} + T_{u}$  и  $k \in \mathbf{N}_{0}$ , силовой гироскопический кластер формирует управляющий момент

$$\mathbf{M}_{k}^{g}(t) = -h_{g}\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}(t)) \mathbf{u}_{k}^{g}(t); \qquad \dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_{k}^{g}(t), \qquad (5)$$
где прямоугольная матрица Якоби  $\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})/\partial \boldsymbol{\beta}.$ 

Измерение позиционных кинематических параметров пространственного движения КРМ ( $\mathbf{r}_{o}, \mathbf{\Lambda}$ ) выполняется БИНС, которая корректируется сигналами от навигационных спутников GPS/ГЛОНАСС и звёздных датчиков. В системе управления движением КРМ используются датчики угловых скоростей его корпуса, датчики углового положения четырех гиродинов в составе СГК и всех трех звеньев манипулятора. Когда дальность становится менее 10 м, измеряются позиционные кинематические параметры движения цели относительно КРМ с применением его бортовых оптико-электронных камер наблюдения и лазерных дальномеров.

Выполнен анализ возможных угловых движений ПКО на солнечно-синхронной орбите высотой 720 км с наклонением 98,2695 град, долготой восходящего узла 51 град и периодом обращения 5951,514 с при воздействии гравитационного момента с учетом восьми гармоник геопотенциала Земли, а также гравитационного влияния Солнца и Луны. Пассивный спутник перемещается с орбитальной скоростью 0,0605 град/с по этой орбите, которая прецессирует по долготе восходящего узла со скоростью 0,9889 град/сутки.

Расчет углового движения пассивного спутника на 100 витках солнечносинхронной орбиты (6,88 суток) показал, что в случае его произвольной начальной ориентации устанавливаются хаотические кувыркания ПКО с модулем вектора угловой скорости до 0,15 град/с. При этом существуют временные интервалы длительностью до 90 с, когда наблюдается малая вариация ориентации пассивного космического объекта в его орбитальной системе координат (ОСК). Именно на таких временных интервалах предлагается выполнять механический захват пассивного спутника.

В статье решаются задачи (i) разработки стратегии наведения и управления КРМ с использованием информации от БИНС и бортовых средств наблюдения; (ii) синтеза законов управления движением КРМ при его сближении с целью при заданной дальности 3 м; (iii) стабилизации достигнутого положения КРМ относительно подвижного ПКО, развертывания манипулятора в заданное положение и последующей стабилизация КРМ относительно пассивного спутника с точностью 0,1 м.

### 2. Стратегия наведения и управления

Завершение встречи КРМ с ПКО начинается при дальности до цели  $\Delta \mathbf{r} = |\Delta \mathbf{r}| = 500$  м в условиях видимости цели видеосистемой КРМ. Для значений  $\Delta \mathbf{r} \in [500,10]$  м закон наведения КРМ синтезируется в виде набора гладко сопряженных векторных сплайнов как векторных функций МПР  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  при заданных граничных условиях пространственного перемещения КРМ за назначенное время. При этом используется прогноз орбитального расположения ПКО в назначенное время и учитываются допустимые изменения скоростей и ускорений перемещения КРМ. Этот закон наведения реализуется двигательной установкой и СГК по отфильтрованным сигналам БИНС.

При дальности менее 10 м на сегментах орбиты, освещенных Солнцем, выполняется идентификация кинематических параметров пространственного движения ПКО на основе информации от оптико-электронных наблюдательных средств КРМ. Здесь формируется стереоскопическое изображение перемещений бортовой 3D-модели ПКО и с применением сигналов видеокамер и лазерных дальномеров заданное постоянное значение дальности (3 м) обеспечивается широтно-импульсным управлением двигательной установкой совместно с цифровым управлением СГК в режиме слежения за подвижным пассивным спутником. Завершающий этап подготовки КРМ к захвату пассивного спутника состоит в развертывании манипулятора на заданном интервале

142

 $t \in [t_i^m, t_f^m]$  в заданное положение и последующей стабилизации КРМ относительно подвижного пассивного спутника на заданной дальности.

#### 3. Дискретные алгоритмы управления

Орты  $\mathbf{r}_p$  векторов  $\rho_p$  вычисляются как  $\mathbf{r}_p = \rho_p / \rho$ , где скаляр  $\rho = (b_x^2 + b_y^2 + b_z^2)^{1/2}$ является единым модулем точек  $O_p$  приложения векторов тяги РД в ССК (рис. 3). При обозначениях  $\tilde{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{P}^e(t) / \mathbf{P}^m$ ;  $\tilde{\mathbf{m}}(t) = \mathbf{M}^e(t) / (\mathbf{P}^m \rho)$ ;  $\mathbf{\tau}_r = \{\mathbf{\tau}_{pr}\}$ ;  $\mathbf{D}^e = \{[\mathbf{e}_p], [\mathbf{r}_p \times \mathbf{e}_p]\},$  $\mathbf{t}^p = \{\tilde{\mathbf{p}}^p, \tilde{\mathbf{m}}^p\}$ , где векторы  $\tilde{\mathbf{p}}^p$  и  $\tilde{\mathbf{m}}^p$  представляют *импульсы* нормированных векторов сил  $\tilde{\mathbf{p}}(t)$  и моментов  $\tilde{\mathbf{m}}(t)$  ДУ, заданные в ССК, главная проблема заключается в решении векторного уравнения  $\mathbf{D}^e \mathbf{\tau}_r = \mathbf{t}_r^p$ ,  $\mathbf{\tau}_r \in R_+^8$ ,  $\mathbf{t}_r^p \in R^6$  при условии  $0 \le \tau_{pr} \le T_u^e \quad \forall p = 1 \div 8$ относительно компонентов столбца  $\mathbf{\tau}_r = \{\mathbf{\tau}_{pr}\}$ , когда прямоугольная матрица  $\mathbf{D}^e$  и столбец  $\mathbf{t}_r^p \in R^6$  заданы. При псевдообратной матрице  $(\mathbf{D}^e)^\# = (\mathbf{D}^e)^{t} (\mathbf{D}^e (\mathbf{D}^e)^{t})^{-1}$ разработанный закон распределения длительностей  $\mathbf{\tau}_{pr}$  при ШИМ тяги всех восьми РД с периодом  $T_u^e$  имеет простую алгоритмическую форму

 $\hat{\boldsymbol{\tau}}_{r} \equiv \{\hat{\boldsymbol{\tau}}_{pr}\} = (\mathbf{D}^{e})^{\#} \mathbf{t}^{pg}; \quad \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr} =: \hat{\boldsymbol{\tau}}_{pr} - \min(\hat{\boldsymbol{\tau}}_{pr}); \quad if \quad q \equiv \max(\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr}) > T_{u}^{e} \quad then \quad \boldsymbol{\tau}_{pr} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr} - T_{u}^{e} \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{pr} / q, \quad (6)$ векторы тяги  $\mathbf{P}^{e}$  и момента  $\mathbf{M}^{e}$  определяются как  $\mathbf{P}^{e}(t) = \mathbf{P}^{m} \tilde{\mathbf{p}}(t), \quad \mathbf{M}^{e}(t) = \mathbf{P}^{m} \boldsymbol{\rho} \quad \tilde{\mathbf{m}}(t).$ 

Применяемые алгоритмы цифрового управления избыточным СГК с явным распределением требуемого управляющего момента между гиродинами подробно представлены в [1].

Пусть для значений  $\Delta \mathbf{r} \in [500, 10]$  м задан закон наведения КРМ  $\mathbf{r}_{o}^{p}(t), \mathbf{v}_{o}^{p}(t), \mathbf{w}_{o}^{p}(t)$ в поступательном движении и  $\Lambda^{p}(t), \boldsymbol{\omega}^{p}(t), \boldsymbol{\dot{\omega}}^{p}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}^{p}(t)$  в угловом движении. Кватерниону погрешности  $\mathbf{E} = (e_{0}, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^{p} \circ \Lambda$  с вектором  $\mathbf{e} = \{e_{i}\}$  соответствует вектор параметров Эйлера  $\mathbf{E} = \{e_{0}, \mathbf{e}\}$ , матрица погрешности  $\mathbf{C}^{e} = \mathbf{I}_{3} - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_{e}^{t}, \mathbf{Q}_{e} = \mathbf{I}_{3}e_{0} + [\mathbf{e}\times],$ вектор ошибки ориентации  $\delta \boldsymbol{\phi} = \{\delta \phi_{i}\} = 2e_{0}\mathbf{e}$ . После дискретной фильтрации измеренных с периодом  $T_{q}$  значений вектора углового рассогласования  $\boldsymbol{\varepsilon}_{l}^{a} = -\delta \phi_{l}, \ l \in \mathbf{N}_{0}$  формируются значения вектора  $\boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{af}, k \in \mathbf{N}_{0}$ , которые применяются в алгоритме управления СГК с периодом  $T_{u}$  в виде

$$\mathbf{g}_{k+1}^{a} = \mathbf{B}^{a} \mathbf{g}_{k}^{a} + \mathbf{C}^{a} \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{af}; \quad \widetilde{\mathbf{m}}_{k} = \mathbf{K}^{a} \mathbf{g}_{k}^{a} + \mathbf{P}^{a} \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{af}; \quad \mathbf{M}_{k}^{g} = \boldsymbol{\omega}_{k} \times \mathbf{G}_{k} + \mathbf{J}(\mathbf{C}_{k}^{e} \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{p} + [\mathbf{C}_{k}^{e} \boldsymbol{\omega}_{k}^{p} \times]\boldsymbol{\omega}_{k} + \widetilde{\mathbf{m}}_{k}).$$
(7)

Здесь матрица  $\mathbf{C}_{k}^{e} = \mathbf{C}^{e}(\mathbf{E}_{k})$ , вектор  $\mathbf{G}_{k} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{k} + \mathbf{H}_{k}$  и используются постоянные диагональные матрицы  $\mathbf{K}^{a}$ ,  $\mathbf{B}^{a}$ ,  $\mathbf{C}^{a}$  и  $\mathbf{P}^{a}$ . Далее вектор  $\mathbf{M}_{k}^{g}$  с помощью явного закона распределения команд между четырьмя ГД «пересчитывается» в столбец  $\mathbf{u}_{k}^{g} = \{\mathbf{u}_{pk}^{g}\}$ командных сигналов управления гиродинами, которые фиксируются на полуинтервалах цифрового управления СГК с периодом  $T_{u}$  для формирования его управляющего момента  $\mathbf{M}_{k}^{g}(t)$  по соотношениям (5). При законе наведения  $\mathbf{r}_{o}^{p}(t), \mathbf{v}_{o}^{p}, \mathbf{w}_{o}^{p}$  в поступательном движении КРМ выполняется фильтрации измеренных с периодом  $T_{p}$  значений вектора рассогласования  $\mathbf{\varepsilon}_{s}^{o} = (\mathbf{r}_{os}^{p} - \mathbf{r}_{os})$ ,  $s \in \mathbf{N}_{0}$  и с периодом  $T_{u}^{e}$  формируются значения вектора  $\mathbf{\varepsilon}_{r}^{of}, r \in \mathbf{N}_{0}$ , которые применяются в алгоритме широтно-импульсного управления вектором **Р** тяги двигательной установки

$$\mathbf{g}_{r+1}^{\circ} = \mathbf{B}^{\circ} \mathbf{g}_{r}^{\circ} + \mathbf{C}^{\circ} \boldsymbol{\varepsilon}_{r}^{\circ \mathrm{f}}; \quad \widetilde{\mathbf{w}}_{r} = \mathbf{K}^{\circ} \mathbf{g}_{r}^{\circ} + \mathbf{P}^{\circ} \boldsymbol{\varepsilon}_{r}^{\circ \mathrm{f}}; \quad \mathbf{P}_{r} = \{\mathbf{P}_{ir}\} \equiv \mathbf{P}_{r}^{\mathrm{e}} = \mathrm{m}(\mathbf{w}_{r}^{p} + \widetilde{\mathbf{w}}_{r}).$$
(8)

Структура этого алгоритма аналогична (7), здесь также применяются постоянные диагональные матрицы  $\mathbf{K}^{\circ}$ ,  $\mathbf{B}^{\circ}$ ,  $\mathbf{C}^{\circ}$  и  $\mathbf{P}^{\circ}$ , но алгоритмы расчета их параметров отличаются от методик синтеза параметров матриц  $\mathbf{K}^{a}$ ,  $\mathbf{B}^{a}$ ,  $\mathbf{C}^{a}$  и  $\mathbf{P}^{a}$  в цифровом законе управления СГК (7). Далее вектор командный  $\mathbf{P}_{k}$  тяги двигательной установки распределяется между 8 реактивными двигателями по соотношениям (6) при их широтно-импульсном управлении с периодом  $T_{\mu}^{e}$ .

При дальности 10 м СУД робота-манипулятора переходит в режим слежения за подвижным пассивным спутником с применением оптико-электронных камер и лазерных дальномеров. При этом формируются векторы углового  $\boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{\text{af}}$  и позиционного  $\boldsymbol{\varepsilon}_{r}^{\text{of}}$  рассогласований, применяются дискретные алгоритмы управления СГК (7) при  $\boldsymbol{\omega}^{p}(t) = \mathbf{0}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{p}(t) = \mathbf{0}$  и двигательной установкой (8) при  $\mathbf{v}_{0}^{p} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{w}_{0}^{p} = \mathbf{0}$ .

#### 4. Результаты компьютерной имитации

Имитация работы СУД выполнена при сближении КРМ с пассивным спутником на указанной солнечно-синхронной орбите высотой 720 км. Масса корпуса робота  $m_r = 900$  кг, масса манипулятора составляет 100 кг и масса КРМ m = 1000 кг. Тензор инерции корпуса робота в его центре масс  $O_r$  имеет значение  $J_r = diag\{812,567,910\}$  кгм<sup>2</sup>. Точка  $O_m$  (рис. 2) крепления манипулятора в корпусе робота

определена вектором  $\rho_m = \{1; 0, 5; 0\}$  м. Полюс О был назначен при парковом положении манипулятора, когда столбец координат его звеньев  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0$ . При имитации применялись значения собственного кинетического момента каждого гиродина  $h_g = 30$  Нмс и периода цифрового управления силовым гироскопическим кластером  $T_u = 0,25$  с. Временная последовательность участков работы СУД космического робота-манипулятора такова:

(i)  $t \in [t_0;t_1] \equiv [0;500]c$  – при номинальной тяге  $P^m = 50$  Н и периоде управления  $T_u^e = 4 c$  каждым РД сближение КРМ с целью от дальности  $\Delta r_o = |\Delta \mathbf{r}(t_0)| = 500$  м до дальности  $\Delta \mathbf{r}_1 = |\Delta \mathbf{r}(t_1)| = 10$  м, (ii)  $t \in [t_1;t_i^m] \equiv [500;700]c$  – при номинальной тяге  $P^m = 10$  Н и периоде управления  $T_u^e = 2$  с каждым РД сближение КРМ до дальности 3 м и стабилизация этого положения; (iii)  $t \in [t_i^m;t_f^m] \equiv [700;900]c$  – стабилизация положения корпуса КРМ на дальности 3 м от цели, развертывание манипулятора из исходного состояния  $\mathbf{q}_i \equiv \mathbf{q}(t_i^m) = \mathbf{q}_o$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0}$  в заданное положение  $\mathbf{q}_f \equiv \mathbf{q}(t_f^m) = \{\pi/2, -\pi/6, -\pi/4, -\pi/4, \pi/2, 0\}$ ; (iv)  $t \in [t_f^m;t_2] \equiv [900;1200]c$  – продолжение стабилизации положения корпуса робота с развернутым манипулятором.



Рис. 5. Траектория пространственного движения КРМ при сближении с пассивным спутником

На рис. 5 представлена траектория КРМ с начальными условиями

 $\Delta \mathbf{r}(t_a) = \{480, 63; 112, 15; -80, 1\}$  M;  $\Delta \mathbf{v}(t_a) = \{-0, 05; 0, 05; -0, 075\}$  M/c

при  $t_a = t_0$  (точка A). Для точки B при  $t_b = t_1 = 500$  с выполнены краевые условия  $\Delta \mathbf{r}(t_b) = \{10;0;0\}$  м;  $\Delta \mathbf{v}(t_b) = \{-0,2;0;0\}$  м/с, а вектор  $\Delta \mathbf{r}_c$  расположения точки C имеет заданное значение  $\Delta \mathbf{r}_c = \{3;0;0\}$  м.



0.5 »/и -0.5 ΔV Δv, Δ٧,  $\Delta V$ -1.5 ō 200 400 800 1000

Рис. 6. Дальность робота-манипулятора до цели



Рис. 8. Вариации координат центра масс КРМ





Рис. 9. Вариации компонентов тензора инерции



Изменения дальности и рассогласования скоростей поступательного движения КРМ представлены на рис. 6 и 7, а вариации координат центра масс и компонентов тензора инерции КРМ относительно полюса О - на рис. 8 и 9. Рис. 10, 11 и 12 представляют работу РД и ДУ с широтно-импульсным управлением, а рис. 13 – погрешности стабилизации дальности КРМ до цели при развернутом манипуляторе.

## Заключение

Разработаны алгоритмы наведения и управления движением КРМ при его сближении и подготовке к механическому захвату пассивного спутника. Кратко представлены результаты работы СУД КРМ и анализа влияния перемещения его центра масс.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-08-01708.

## Библиографический список

1. Somov, Ye. Guidance, navigation and control of information satellites: Methods for mo-deling, synthesis and nonlinear analysis, Mathematics in Engineering, Science and Aerospace, 2016, vol. 7, no. 2, pp. 223-248.