УДК 629.78:351.814.3

Каратаева М.В., Мещанов А.С., Чекалкина Ю.С.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОБОРОТОВ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ВОЗМУЩЕНИЯХ С МАЛЫМИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ЗАТРАТАМИ

Экспоненциальная стабилизация оборотов двигателя постоянного тока (ДПТ) в составе электромеханического оборудования с нулевой установившейся ошибкой повышает качество управления движением авиационно-космических объектов. На рис. 1 представлена структурная схема с передаточными функциями электромашинного усилителя, генератора и ДПТ. Предлагается метод построения управления на скользящих режимах при учете всех ограниченных неопределенных возмущений по параметрам и внешним возмущающим воздействиям. Отличительной особенностью предлагаемого метода управления является то обстоятельство, что указанные неопределенности изменяются не только от одного процесса к другому, оставаясь постоянными неопределенными на переходных процессах, но и на самом переходном процессе. Применение метода показано на конкретном численном примере системы стабилизации с неопределенными возмущениями, в частности, по коэффициенту передачи электромашинного усилителя (ЭМУ) и его постоянной времени и по моменту сопротивления на валу привода.

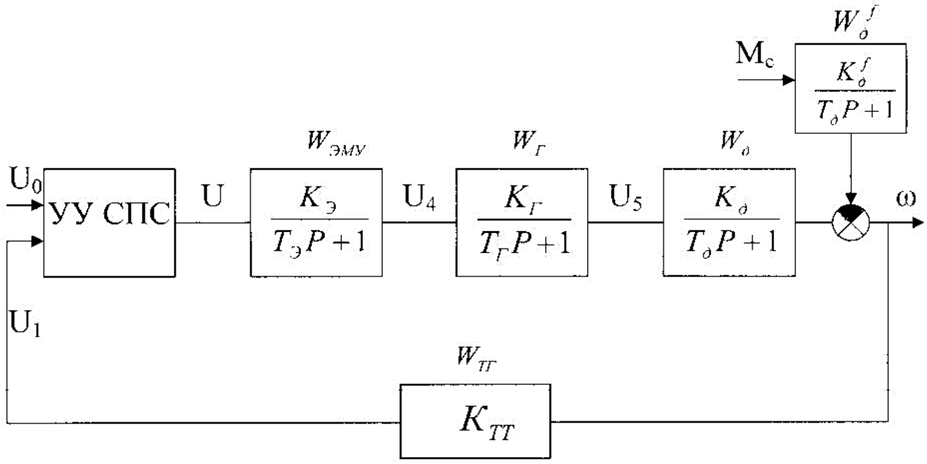


Рис. 1. Структурная схема системы стабилизации оборотов вала ДПТ с управляющим устройством (УУ) системы с переменной структурой (СПС).

Рассматривается дифференциальное уравнение замкнутой разрывной системы по ошибке ε стабилизации угловой скорости вращения вала ДПТ:

$$\begin{aligned}&\left[T_Э T_Г T_д D^3 + \left[\left(T_Э + T_Г\right)T_д + T_Э T_Г\right]D^2 + \left(T_Э + T_Г + T_д\right)D + 1\right]\varepsilon = -K_Э K_Г K_д K_{ТГ} U + \\ &+K_{ТГ} K_д^f \left[T_Э T_Г D^2 + \left(T_Э + T_Г\right)D + 1\right] M_c + U_0 \left[T_Э T_Г T_д D^3 + \right. \\ &\left. + \left[\left(T_Э + T_Г\right)T_д + T_Э T_Г\right]D^2 + \left(T_Э + T_Г + T_д\right)D + 1\right],\end{aligned} \qquad (1)$$

где $M_c = \hat{M}_c 1(t)$ и $U_0 = \hat{U}_0 1(t)$ – ступенчатые момент сопротивления на валу двигателя и задающее воздействие с известными на переходном процессе значениями постоянных $\hat{M}_c$, $\hat{U}_0$. Далее в уравнении (1) учитываем ограниченные неопределенные параметрические и внешние возмущения, воздействие U_0 и момент $M_c = \hat{M}_c 1(t) =$ $\mathbf{(\hat{M}_{c0} + \Delta M_c(t))1(t)}$ полагаем за постоянные величины $\hat{U}_0$, $\hat{M}_{c0}$ и не учитываем также $1(t)$ при $\Delta M_c(t)$.

В результате переходим к исследованию эквивалентного уравнения с другими задаваемыми начальными условиями:

$$\begin{aligned}&\left(a_0 D^3 + a_1 D^2 + a_2 D + a_3\right)\varepsilon = -K_{раз} U + a_3 \hat{U}_{00} + K_{ТГ} K_д^f (\hat{M}_{c0} + \Delta M_c(t)) + \\ &+ K_{ТГ} K_д^f \left(T_Э + T_Г\right)\Delta\dot{M}_c(t) + K_{ТГ} K_д^f T_Э T_Г \Delta\ddot{M}_c(t),\end{aligned} \qquad (2)$$

где $\varepsilon = U_0 - U_1$, $a_0 = T_Э T_Г T_д$, $a_1 = \left(T_Э + T_Г\right)T_д + T_Э T_Г$, $a_2 = T_Э + T_Г + T_д$, $a_3 = 1$, $K_{раз} = K_Э K_Г K_д K_{ТГ}$, $K_Э = K_{Э0} + \Delta K_Э(t)$; $K_Г = K_{Г0} + \Delta K_Г(t)$; $K_д = K_{д0} + \Delta K_д(t)$ $рад/c$;

$K_д^f = K_{д0}^f + \Delta K_д^f(t)$ $\dfrac{рад/c}{Нм}$; $K_{ТГ0} = K_{ТГ0} + \Delta K_{ТГ}(t)$ $\dfrac{В}{рад/c}$; $K_{раз\,0} = K_{Э0} K_{Г0} K_{д0} K_{ТГ0}$;

$T_Э = T_{Э0} + \Delta T_Э(t)$ c; $T_Г = T_{Г0} + \Delta T_Г(t)$ c; $T_д = T_{д0} + \Delta T_д(t)$ c;

$\hat{M}_C = M_{C0} + \Delta M_C(t)$ *Нм.* $\Delta\dot{M}_c(t) = d(\Delta M_c(t))/dt$, $\Delta\ddot{M}_c(t) = d^2(\Delta M_c(t))/dt^2$.

Уравнению (2) соответствует система

$$\begin{aligned}&\dot{x}_1 = x_2, \\ &\dot{x}_2 = x_3, \\ &\dot{x}_3 = -\left(1/a_{00} + \Delta a_{30}\right)x_1 - \left(a_{20}/a_{00} + \Delta a_{20}\right)x_2 - \left(a_{10}/a_{00} + \Delta a_{10}\right)x_3 - \left(K_{раз0}/a_{00} + \Delta K_U\right)U + \\ &\quad + \left(1/a_{00} + \Delta a_{30}\right)U_0 + \left(K_{ТГ0} K_{д0}^f / a_{00} + \Delta K_{M_C}\right)(M_{c0} + \Delta M_c(t)) + \\ &\quad + \left(K_{ТГ0} K_{д0}^f (T_{Э0} + T_{Г0})/a_{00} + \Delta K_{\Delta\dot{M}_C}\right)\Delta\dot{M}_C + \\ &\quad + \left(K_{ТГ0} K_{д0}^f T_{Э0} T_{Г0}/a_{00} + \Delta K_{\Delta\ddot{M}_C}\right)\Delta\ddot{M}_C,\end{aligned} \qquad (3)$$

где $x_1 = \varepsilon$, $x_2 = \dot{\varepsilon} = \dot{x}_1$, $x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{\varepsilon}$, коэффициенты при $x_i,\ i = \overline{1,3}$, $U,\ M_{c0}$ и $\Delta \dot{M}_c(t), \Delta \ddot{M}_c(t)$ содержат номинальные и неопределенные (с символами Δ) слагаемые.

Представим управление U в данной системе (3) в виде суммы

$$U = U_H + U_\Delta, \tag{4}$$

где $U_H = U_P + U_{кмпнс}$ является номинальным управлением с разрывной и компенсирующей составляющими, определяемыми для системы (3) без неопределенных возмущений (то есть для номинальной системы), а U_Δ предназначено для преодоления (превышения) возможного неблагоприятного воздействия на процесс приведения системы (3) в скользящий режим на плоскости скольжения

$$S(s = C^T x = C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3 = 0), \quad C_3 = 1. \tag{5}$$

Согласно методу работы [1] в силу необходимых и достаточных условий существования скользящего режима

$$\lim_{s \to +0} \dot{s} < 0, \quad \lim_{s \to -0} \dot{s} > 0, \tag{6}$$

и асимптотического попадания изображающей точки (и.т.) на плоскость скольжения S (5)

$$s\dot{s} < 0 \tag{7}$$

получаем управление U_P для номинальной части системы (3)

$$\dot{x} = A_0 x + b_0 U_p, \tag{8}$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, $A_0 = \left(a_{0ij}\right) - 3\times 3$, $b_0 = \left(b_{0ij}\right) - 3\times 1$, $A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{310} & a_{320} & a_{330} \end{pmatrix}$, $b_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{30} \end{pmatrix}$,

$a_{310} = -\dfrac{a_3}{a_{00}}$, $a_3 = 1$, $a_{320} = -\dfrac{a_{20}}{a_{00}}$, $a_{330} = -\dfrac{a_{10}}{a_{00}}$, $b_{10} = 0$, $b_{20} = 0$, $b_{30} = -\dfrac{K_{раз0}}{a_{00}}$ в виде

$$U_p = (\kappa_g g + \kappa_s s - c^T A_0 x)/(c^T b_0) = \begin{cases} U_p^+ = (\kappa_g^+ g + \kappa_s^+ s - c^T A_0 x)/(c^T b_0) & при \quad sg > 0, \\ U_p^- = (\kappa_g^- g + \kappa_s^- s - c^T A_0 x)/(c^T b_0) & при \quad sg \le 0, \end{cases} \tag{9}$$

где $g = d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3$ – вспомогательная (помимо функции s (5)) функция переключений двух структур управления.

Применяя условия существования скользящего режима (6) на плоскости S (5) и условия попадания (7), получаем соответственно условия для задания постоянных (или переменных) коэффициентов κ_g^+, κ_g^- и κ_s^+, κ_s^- [1]:

$$\kappa_g = \begin{cases} \kappa_g^+ < 0 & npu \quad sg > 0, \\ \kappa_g^- > 0 & npu \quad sg \le 0, \end{cases} \qquad \kappa_s = \begin{cases} \kappa_s^+ < 0 & npu \quad sg > 0, \\ \kappa_s^- < 0 & npu \quad sg \le 0. \end{cases} \qquad (10)$$

Так как условия инвариантности системы (3) к номинальным и неопределенным возмущениям выполняются в силу линейной зависимости столбцов возмущений (номинальных и неопределенных) со столбцом входа управления, то полная компенсация их действия осуществима при достаточно точной идентификации неопределенных составляющих возмущений. Полная компенсация номинальных возмущений осуществляется компенсирующим управлением $U_{кмпнс}$. В системе (8), (9) компенсация номинального возмущения $\left(K_{ТГ0}K_{д0}^f / a_{00}\right)M_{с0}$ в системе (3) осуществлена управлением

$$U_{кмпнс} = K_{ТГ0}K_{д0}^f M_{с0} / K_{раз0}. \qquad (11)$$

Управление U_Δ определяется таким образом, чтобы выполнялось достаточное условие попадания и.т. системы (3), (4) на плоскость S (5): $\dot{s}s < 0$ (7). Для этого представим производную $\dot{s}$, находимую в силу системы (3), также как и управление $U = U_H + U_\Delta$ (4) в виде суммы $\dot{s} = \dot{s}_0 + \dot{s}_\Delta$, где $\dot{s}_0$ является номинальной составляющей для известного управления U_H, а слагаемое $\dot{s}_\Delta$ принимает вид:

$$\begin{aligned} \dot{s}_\Delta = {} & \left(\Delta a_{30}\right)(\hat{U}_0 - x_1) - \left(\Delta a_{20}\right)x_2 - \left(\Delta a_{10}\right)x_3 - \left(\Delta K_U\right)U_H - \left(\Delta K_U\right)U_\Delta + \\ & + \left(K_{ТГ0}K_{д0}^f / a_{00}\right)\Delta M_c + \left(\Delta K_{M_C}\right)M_{c0} + \left(\Delta K_{M_C}\right)\Delta M_C + \\ & + \left(K_{ТГ0}K_{д0}^f (T_{Э0} + T_{Г0}) / a_{00}\right)\Delta \dot{M}_C + \left(\Delta K_{\Delta \dot{M}_C}\right)\Delta \dot{M}_C + \\ & + \left(K_{ТГ0}K_{д0}^f T_{Э0}T_{Г0} / a_{00}\right)\Delta \ddot{M}_C + \left(\Delta K_{\Delta \ddot{M}_C}\right)\Delta \ddot{M}_C - \left(K_{раз0} / a_{00}\right)U_\Delta. \end{aligned} \qquad (12)$$

Управление U_Δ находится в силу выполнения условия

$$\dot{s}_\Delta s < 0, \qquad (13)$$

в применении для каждого из первых двенадцати слагаемых $\dot{s}_\Delta$ (13), достаточного с учетом управления $U_H = U_P + U_{кмпнс}$ для выполнения неравенства (6).

Качество переходных процессов инвариантных к возмущениям в скользящем режиме определяется заданием значений коэффициентов C_1, C_2 при $C_3 = 1$ плоскости S (5), которые в свою очередь определяются заданием корней характеристического уравнения системы скользящего режима [2].

В целях уменьшения энергетических затрат на управление U_Δ, отображаемых интегралом от модуля управления за время переходного процесса t_{nn}

$$J(U_\Delta) = \int_{t_0}^{t_{nn}} (|U_\Delta|)\, dt, \qquad (14)$$

где $J_* < J(U_\Delta) \le J^*$, $J_* = 0$, J^* – допустимое положительное значение, предлагается идентификация и компенсация приведенного вектора неопределенных возмущений $h = h(x,t)$. Представим систему (3) в общем виде с уже скомпенсированными номинальными (известными) возмущениями $\left(K_{TГ0}K_{д0}^f / a_{00}\right)M_{c0}$. Получаем

$$\dot{x} = A_0 x + b_0 u + h(x,t), \qquad (15)$$

где $u = U_p$, $h(x,t) = \{0, 0, \{-\Delta a_{30}(t)x_1 - \Delta a_{20}(t)x_2 - \Delta a_{10}(t)x_3 - \Delta K_U(t)U_p + \Delta a_{30}(t)\hat{U}_0 +$

$$+ (K_{TГ0}K_{д0}^f / a_{00})\Delta M_c(t) + \left(K_{TГ0}K_{д0}^f / a_{00}\right)\Delta M_c(t) + \Delta K_{M_C}(M_{c0} + \Delta M_c(t)) +$$

$$+\left(K_{TГ0}K_{д0}^f (T_{Э0} + T_{Г0}) / a_{00} + \Delta K_{\Delta \dot{M}_C}\right)\Delta \dot{M}_C + \left(K_{TГ0}K_{д0}^f T_{Э0} T_{Г0} / a_{00} + \Delta K_{\Delta \ddot{M}_C}\right)\Delta \ddot{M}_C\}\}^T.$$

Для малых энергетических затрат на управление u при больших по модулю неопределенных возмущениях предлагается в системе (15) (без учета скомпенсированных номинальных возмущений) найти вектор неопределенных возмущений $h = h(x,t)$ с одновременным пошаговым нахождением управления. Преимущество такого управления по сравнению с управлением, приводящим систему (15) в скользящий режим путем преодоления, превышения предельных значений неопределенных возмущений по модулю, заключается в том, что достаточно точная пошаговая идентификация вектора возмущений исключает возможности преодоления значений возмущений, которые могут принимать
и близкие к нулевым значения на большей части времени переходного процесса и даже способствовать приведению системы в скольжение.

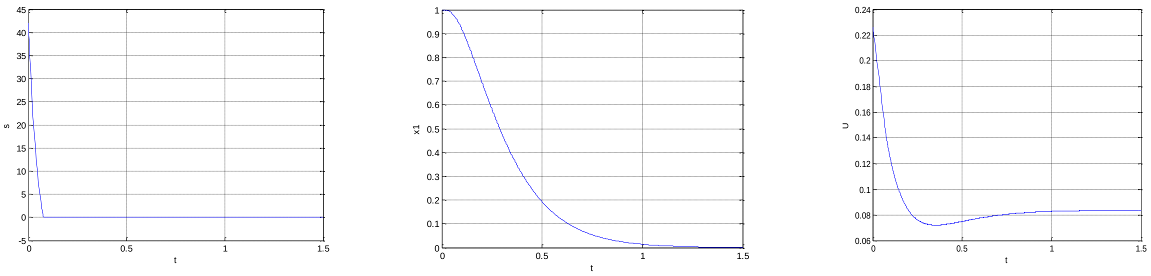
Для идентификации $h = h(x,t)$ временной интервал I разбивается на малые шаги постоянной длины $I_i = [t_i, t_{i+1})$, $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, $i = \overline{0, k-1}$[3]. Тогда на каждом шаге: $x(t) = x(t_i) = x_i = const,\ \dot{x}(t) = \dot{x}(t_i) = \dot{x}_i = 0,\ A_{0i} = A_0,\ b_{0i} = b_0,\ u(t) = u(t_i) = u_i = const,\ i = \overline{0, k-1}.$

Учитывая измерения $x(t_i)$ и разбивая управление на u_0, вычисленное по номинальной части (7), и u_h, компенсирующее $h = h(x,t)$, $u(x,t) = u_0(x,t) + u_h(x,t,h)$, получаем кусочно-постоянное управление $u = u_i = u_{0i}(x_i, t_i) + u_{hi}(x_i, t_i, h_{i-1})$, в котором $h_{-1} = u_{h0} = 0$.

С уменьшением длин шагов I_i погрешность в определении h_i уменьшится до требуемой точности.

Значение интеграла затрат энергии $J(U_\Delta)$ (14) при использовании для приведения в скольжение управления U_Δ по сравнению с применением пошагового управлением $u = U_p$ существенно уменьшается.

На рис. 2 представлены при действии на систему номинальных и неопределенных возмущений переходные процессы: а) приведения к нулю функции s; б) экспоненциального затухания координаты ошибки $\varepsilon = x_1$; в) управления $u(t)$.



а) б) в)

Рис. 2. Процессы: а) приведения системы в скользящий режим; б) экспоненциального уменьшения координаты ошибки; в) управление скользящим режимом $u(t)$.

Установившееся управление $u(t)$ не имеет большой амплитуды высокочастотных колебаний и приводит к высокому качеству переходного процесса по $\varepsilon(t)$ (рис. 2б).

Таким образом, представлены методы и алгоритмы синтеза эффективного управления оборотами вала двигателей постоянного тока, применяемых в системах управления авиационно-космическими и другими техническими объектами в условиях ограниченных возмущений на скользящих режимах с моделированием процессов в системах программирования. При идентификации и компенсации возмущений энергетические затраты на управление значительно уменьшаются. Результаты численного моделирования системы полностью согласуются с представленным методом синтезом управления.

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-41-160012 р_а.

Библиографический список

1. Мещанов А.С. Уравнения скольжения на подвижных многообразиях и синтез векторных управлений для нелинейных объектов при неопределенных возмущениях. Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2008, № 2, С. 51-56.

2. Мещанов А.С. Методы построения разрывных управлений и поверхностей переключения в многомерных системах. Известия вузов. Авиационная техника, 1981, № 2, С. 39-44.

3. Мещанов А.С. Идентификация и компенсация возмущений в управлении нелинейными объектами. Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2010, № 3, С. 164-173.