УДК 681.5.01:658.5

Мещанов А.С., Сиразетдинов Р.Т., Гатауллина Л.А., Туктаров Э.А.

СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ ПРИ НЕИНВАРИАНТНОСТИ К НОМИНАЛЬНЫМ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ И НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ С ЛИНЕЙНЫМИ СТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ. II

Приведение модельной и исходной систем в скользящий режим

Найдем управление u по модельной системе (2) [1]. Воспользуемся методом его построения по заданному вектору скорости $\dot{s}_{0\,здн}(t)$ попадания изображающей точки на подвижные гиперплоскости скольжения $S_i(s_i = C_i(t)z = 0)$ многообразия скольжения S (4) [1]:

$$S(s = (s_1,...,s_m)^T = C(t)z_{\text{м}} = 0)\,,\ C(t) = \begin{pmatrix} C_1(t) \\ ... \\ C_m(t) \end{pmatrix} - m \times n\text{-матрица.}$$

Заданный вектор производных $\dot{s}_{0здн}(t)$ приравнивается выражению действительной производной $\dot{s}_0(t)$ в силу системы (2) [1]:

$$\begin{aligned} s = \dot{s}_0(t) = \dot{s}_{0здн}(t) = \dot{C}^1(t)z_{\text{м}}^1 + C^1(t)z_{\text{м}}^1 + \dot{z}_{\text{м}}^2 = A_{012}^{-1}\big[(\dot{C}_{\text{H}}^1(t))z_{\text{м}}^1 + (C_{oc}^1 + \\ + C_{\text{H}}^1(t))\dot{z}_{\text{м}}^1\big] + \dot{z}_{\text{м}}^2 = A_{012}^{-1}\big[(\dot{C}_{\text{H}}^1(t))z_{\text{м}}^1 + (C_{oc}^1 + C_{\text{H}}^1(t))(A_{011}z_{\text{м}}^1 - \\ - K_{u1}G^T K\Delta z + D_0^1F_0(t))\big] + A_{021}z_{\text{м}}^1 + A_{022}z_{\text{м}}^2 + B_{02}u + K_{u2}G^T K\Delta z. \end{aligned} \tag{23}$$

Из данного равенства выражается векторное ($n \times 1$) управление u :

$$\begin{aligned} u = B_{02}^{-1}\dot{s}_{0здн} - B_{02}^{-1}\Big\{A_{012}^{-1}\big[(\dot{C}_{\text{H}}^1(t))z_{\text{м}}^1 + (C_{oc}^1 + C_{\text{H}}^1(t))(A_{011}z_{\text{м}}^1 - \\ - K_{u1}G^T K\Delta z + D_0^1F_0(t))\big] + A_{021}z_{\text{м}}^1 + A_{022}z_{\text{м}}^2 + K_{u2}G^T K\Delta z\Big\}, \end{aligned} \tag{24}$$

где $\dot{C}_H^1(t) = diag\Big\{d(C_{1,1}/\left|z_{\text{м},1}\right|)/dt,...,d(C_{n-m,n-m}/\left|z_{\text{м},n-m}\right|)/dt\Big\}$;

$$\frac{d(C_{ii}/\left|z_{\text{м},i}\right|)}{dt} = \frac{d(C_{ii}/(z_{\text{м},i}\ sign\ z_{\text{м},i}))}{dt} = \frac{-C_{ii}d(z_{\text{м},i}sign\ z_{\text{м},i})/dt}{(z_{\text{м},i}sign\ z_{\text{м},i})^2},$$

$$d(z_{\text{м},i}sign\ z_{\text{м},i})/dt = z_{\text{м},i}d(sign\ z_{\text{м},i})/dt + \dot{z}_{\text{м},i}sign\ z_{\text{м},i},$$

$$\dot{z}_{\text{м},i} = \Sigma_{j=1}^n a_{0i,j}z_{\text{м},j} + K_u^iG^T(x - Kz_{\text{м}}) + D_{0i}F_0(t),$$

a_{0ij} – элементы $n \times n$-матрицы A_0, K_u^i - i -я строка $n \times n$ - матрицы K_u, D_{0i} – i - я строка $n \times l$ - матрицы D_0, $i = \overline{1, n}$.

Отметим, что координаты субвектора $z_{\text{М}}^2$ (19) [1] зависят от разрывных функций $sign\, z_{\text{М},i}(t)$ в выражениях для $-C_H^1(t, z_{\text{М}}^1(t)) z_{\text{М}}^1$ в сумме (17) [1], а получаемое управление u (24) для приведения исходной и модельной систем в скользящий режим содержит и производные $d(sign\, z_{\text{М},i})/dt$. То и другое может ухудшить переходные процессы. В этой связи предлагается сигнатуры и их производные заменить в реализации многообразия скольжения и управления их аппроксимацией непрерывными функциями.

Функции $sign\, z_{\text{М},i}$ аппроксимируются непрерывными, нелинейными функциями, близкими к функции $f_i(z_i)$ трехпозиционного реле с малой зоной нечувствительности [2]:

$$f_i(z_i) = 1 \text{ при } z_i > b_i, \quad f_i(z_i) = -1 \text{ при } z_i < -b_i,$$
$$f_i(z_i) = (1/b_i) z_i \text{ при } b_i \geq z_i \geq -b_i, \tag{25}$$

где линейная функция может быть заменена на нелинейные:

$$f_i(z_i) = (1/b_i^2) z_i^2 \text{ при } 0 < z_i \leq b_i, \quad f_i(z_i) = -(1/b_i^2) z_i^2 \text{ при } -b_i < z_i \leq 0;$$
$$f_i(z_i) = (1/b_i^3) z_i^3 \text{ при } b_i \geq z_i \geq -b_i, \quad i = \overline{1, n-m}.$$

Производные $d(sign\, z_{\text{М},i})/dt$ аппроксимируются функцией [4]:

$$d(sign\, z_{\text{М},i})/dt = \beta_i \exp[-\beta_i^2 (t - t_0)^2]/\sqrt{\pi}, \quad \beta_i \to \infty. \tag{26}$$

В работе [2] приведен алгоритм определения данной производной $d(sign\, z_{\text{М},i})/dt$ с учетом «прошивания» изображающей точкой (и.т.) координатных плоскостей $z_{\text{М},i} = 0$ с двух разных сторон.

В полученном управлении u (24) составляющие вектора $\dot{s}_{0\,зdн}$ могут быть, в частности, заданными либо в виде [3]:

$$\dot{s}_{0i\;зdн} = \kappa_{s_i} s_i + \kappa_{g_i} g_i, \quad i = \overline{1, n-m}, \tag{27}$$

где $\kappa_{s_i} = \kappa_{s_i}^+ < 0$ при $s_i\, g_i > 0$, $\kappa_{s_i} = \kappa_{s_i}^- < 0$ при $s_i\, g_i < 0$, g_i – функции вспомогательных функций переключений структур управления,

$$\kappa_{g_i} = \kappa_{g_i}^+ < 0 \text{ при } s_i\, g_i > 0, \quad \kappa_{g_i} = \kappa_{g_i}^- > 0 \text{ при } s_i\, g_i < 0;$$

либо заданы в виде (27), но с другими параметрами κ_{s_i}, κ_{g_i}:

$$\kappa_{s_i}^{+} = \kappa_{s_i}^{-} < 0, \quad \kappa_{g_i}^{+} = \kappa_{g_i}^{-} = 0 \quad \text{при} \quad s_i\, g_i > 0 \ \text{и} \ \text{при} \quad s_i\, g_i < 0. \tag{28}$$

Во втором случае (28) имеем непрерывное векторное управление с экспоненциальным приближением и.т. к гиперплоскостям $S_i(s_i = C_i(t) z_{\text{м}} = 0)$ многообразия скольжения

$$S = \left(s = (s_1, \ldots, s_m)^T = C(t) z_M = 0, \quad C(t) = \begin{pmatrix} C_1(t) \\ \ldots \\ C_m(t) \end{pmatrix}, \quad m = n - m \right).$$

Многообразия $G(g = (g_1, \ldots, g_m)^T = D z_{\text{м}} = 0), \quad m = n - m,$ вспомогательных гиперплоскостей переключений $g_i = D_i z_{\text{м}} = 0$ в данном случае не требуется.

Отметим также, что управление $u,$ найденное для приведения модельной системы в скользящий режим на модельное многообразие S (4) [1], приводит на это же многообразие и исходную систему (1) [1], так как при ее преобразовании к системе (7) [1] правые части модельной системы (2) [1] и исходной системы (7) [1] совпадают при

$$K_u G^T (x - K z_{\text{м}}) = h(z,t) + A_0 \Delta z - \Delta \dot{z}. \tag{29}$$

Построение управления не по системе (2) [1], а по системе (7) [1] также будет обеспечивать приведение обеих систем (2) [1] и (7) [1] в скользящий режим на многообразии S (4) [1], но его реализация по методам работ для систем с полной информацией о состоянии [5] в связи с большим числом логических переключающих устройств в случае неприведения возмущений к единому вектору может усложнить реализацию управляющего устройства и потребовать дополнительной мощности при реализации управления в цифровом виде. Энергетические затраты без применения модельного управления также возрастают, так как неопределенные возмущения $h(z,t)$ и неопределенности $A_0 \Delta z$ и $\Delta \dot{z}$ не идентифицируются и не компенсируются в силу равенства (29), а возмущения преодолеваются, даже если они имеют на определенных интервалах по времени нулевые значения.

Дополнительным преимуществом полученных двух типов управлений (27) и (28) является то, что переключение с управления u (24), (27) на непрерывное управление u (24), (28) или с другой заданной скоростью $\dot{s}_{0здн}(t)$

$$\dot{s}_{0здн}(t) = (\dot{s}_{0здн1}, ..., \dot{s}_{0здн m})^T, \quad \dot{s}_{0здн i} = \begin{cases} \dot{s}^+_{0здн i} \ \ при \ \ s_i > 0, \\ \dot{s}^-_{0здн i} \ \ при \ \ s_i < 0 \end{cases}$$

либо

$$\dot{s}_{0здн i} = \dot{s}^+_{0здн i} = \dot{s}^-_{0здн i} = \kappa_{s_i} s_i^{k_i}, \text{ где } \kappa_{s_i} < 0, \ k_i = 1,3,5,...$$

с асимптотическим и без смен знаков функций s_i приведением в малой окрестности многообразия скольжения S (4) [1]

$$|s_i| < \Delta s_i, \quad \Delta s_i > 0, \quad i = \overline{1, m}$$

на данное многообразие позволяет регулировать параметры установившихся колебаний такого гибридного управления

$$u = u(24),(27) \text{ при} |s_i| > \Delta s_i, \quad u = u(24),(28) \text{ при} |s_i| \le \Delta s_i, \quad i = \overline{1, m}. \tag{30}$$

Устранение таким управлением (30) высокочастотных установившихся колебаний управления со сравнительно большой амплитудой обеспечивает, помимо устранения их возможного негативного влияния на исполнительные механизмы с понижением ресурса и возможности резонансных колебаний в звеньях системы, и существенное уменьшение энергетических затрат на управление, оцениваемых интегралом от суммы модулей составляющих управления с размерными коэффициентами за время переходного процесса.

Выводы

Разработаны методы синтеза подвижных многообразий, не проходящих в общем случае через начало координат, в скольжении по которым обеспечивается устойчивость и качество переходных процессов в условиях номинальных и неопределенных возмущений, неполной информации о состоянии и невыполнении известных условий инвариантности. Синтезировано гибридное управление, приводящее систему на указанное многообразие скольжения и обеспечивающее, помимо заданных устойчивости и качества процессов, и регулирование параметров установившихся колебаний управления и его малые энергетические затраты. Полученные методы существенно расширяют области применения управлений на скользящих режимах.

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-48-160042.

Библиографический список

1. Мещанов А.С., Сиразетдинов Р.Т., Туктаров Э.А. Скользящий режим при неинвариантности к номинальным и неопределенным возмущениям и неполной информации в системах с линейными стационарными объектами. I. Сборник трудов XXI Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Ч.I. Самара, 13-15 июня 2018 г. С. 93-97.

2. Мещанов А.С., Султанова А.Ф. К построению многообразий скольжения и управления при невыполнении условий инвариантности. «Вестник технологического университета». Казань, КНИТУ, т.19, № 10, 2016. С.113-120.

3. Мещанов А.С. Приведение линейных стационарных объектов на многообразия скользящего режима при неопределенностях// Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2013. № 2. С.157-163.