УДК 681.5.01:658.5

Мещанов А.С., Сиразетдинов Р.Т., Гатауллина Л.А., Туктаров Э.А.

СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ ПРИ НЕИНВАРИАНТНОСТИ К НОМИНАЛЬНЫМ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ И НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ С ЛИНЕЙНЫМИ СТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ. I

Синтезировано такое подвижное многообразие, что в скользящем режиме на нем исходная система обладает заданным повышенным качеством переходных процессов, несмотря на действие ограниченных внешних и параметрических возмущений, как неопределенных, так и номинальных. Найдено векторное управление, приводящее исходную и модельную систему в скользящий режим на единое многообразие.

Введение

Рассматривается управляемая система

$$\dot{z} = A_0 z + B_0 u + D_0 F_0(t) + h(z,t); \quad x = Kz \tag{1}$$

с матрицами и столбцами размеров $z - n\times 1,$ $A_0 - n\times n,$ $B_0 - n\times m,$ $u - m\times 1,$ $D_0 - n\times l,$ $F_0 - l\times 1,$ $h - n\times 1,$ $K - q\times n,$ где h – вектор ограниченных неопределенных возмущений, x – выходной $q\times 1-$вектор. Полагается, что система (1) имеет регулярную форму [1], согласно которой первые $n-m$ строк матрицы B_0 являются нулевыми и размерность системы n равна $2m$.

Задается модельная система – идентификатор Люенбергера, дополненный вектором номинальных (известных) внешних возмущений $F_0(t)$ с номинальной матрицей входа $D_0(t)$ и произведением $K_u G^T$ с размерами матриц $n\times n$ и $n\times q$

$$\dot{z}_{\text{м}} = A_0 z_{\text{м}} + B_0 u + K_u G^T (x - K z_{\text{м}}) + D_0 F_0(t). \tag{2}$$

Представим вектор z в виде суммы

$$z(t) = z_{\text{м}}(t) + \Delta z(t) \tag{3}$$

и рассмотрим многообразие скольжения S для модельной системы (2)

$$S\ (s = C(t) z_{\text{м}} = 0), \ C(t) = (C^1(t), C^2), \quad z_{\text{м}} = (z^{1T}, z^{2T})^T, \tag{4}$$

в котором $C - m\times n,$ $C^1 - m\times(n-m),$ $C^2 = E_{m\times m} - m\times m$ единичная матрица.

Постановка задачи

Задача 1. Найти такое многообразие S(4), чтобы в скользящем режиме на нем исходная система (1) обладала заданным повышенным качеством переходных процессов, несмотря на действие ограниченных внешних и параметрических возмущений, как неопределенных

$$h(z,t)=\Delta A(t)z+\Delta B(t)u+D_0\Delta F(t)+\Delta D(t)(F_0(t)+\Delta F(t)), \quad (5)$$

так и номинальных $D_0F_0(t)$.

Задача 2. Найти такое векторное разрывное или непрерывное управление u, чтобы оно приводило за требуемое время изображающую точку (и.т.) модальной (2), а затем и исходной (1) систем на многообразие (4) общего скользящего режима.

Построение многообразия скольжения

Найдем сначала уравнения скользящего режима в исходной системе (1). Для этого переходим в ней к координатам модальной системы. Так как согласно сумме (3) $z=z_{\text{м}}+\Delta z,$ то система (1) преобразуется к виду:

$$\dot z_{\text{м}}+\Delta\dot z=A_0(z_{\text{м}}+\Delta z)+B_0u+D_0F_0(t)+h(z_{\text{м}}+\Delta z,t), \qquad x=K(z_{\text{м}}+\Delta z). \quad (6)$$

Перепишем систему (6) в виде:

$$\dot z_M=A_0z_{\text{м}}+B_0u+D_0F_0(t)+h(z,t)+A_0\Delta z-\Delta\dot z, \qquad x=K(z_{\text{м}}+\Delta z). \quad (7)$$

Производная $\dot s$ многообразия S (4) принимает вид:

$$\begin{aligned}\dot s&=\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)\dot z_{\text{м}}=\dot C(t)z_{\text{м}}(t)+C(t)\dot z_{\text{м}}(t)=\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)A_0z_{\text{м}}+\\&+C(t)B_0u+D_0F_0(t)+C(t)h(z,t)+C(t)A_0\Delta z-C(t)\Delta\dot z.\end{aligned} \quad (8)$$

По методу эквивалентного управления В. И. Уткина выражение $\dot s$ приравнивается к нулю [2]:

$$\dot s=\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)A_0z_{\text{м}}+C(t)B_0u+C(t)D_0F_0(t)+C(t)h(z,t)+C(t)A_0\Delta z-C(t)\Delta\dot z=0 \quad (9)$$

и находится эквивалентное управление $u=u_{экв}$:

$$u=u_{экв}=-(C(t)B_0)^{-1}(C(t)\Delta\dot z-\dot C(t)z_{\text{м}}-C(t)A_0z_{\text{м}}-C(t)D_0F_0(t)-C(t)h(z,t)-C(t)A_0\Delta z).$$

Подставим это управление $u=u_{экв}$ в систему (1). Получаем уравнение скользящего режима по многообразию S (4) в исходной системе (1):

$$\begin{aligned}\dot z&=A_0z+B_0(C(t)B_0)^{-1}(C(t)\Delta\dot z-\dot C(t)z_{\text{м}}-C(t)A_0z_{\text{м}}-\\&-C(t)D_0F_0(t)-C(t)h(z,t)-C(t)A_0\Delta z)+D_0F_0(t)+h(z,t), \quad x=Kz.\end{aligned} \quad (10)$$

Найдем уравнения скольжения в модельной системе (2). Приравнивая нулю производную $\dot s$, найденную в силу данной системы,

$$\dot s=\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)\dot z_{\text{м}}=\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)A_0\dot z_{\text{м}}+C(t)B_0u+C(t)K_uG^T(x-Kz_{\text{м}})+C(t)D_0F_0(t)=0,$$

и выражая из данного равенства

$$u=u_{экв}=-(C(t)B_0)^{-1}(\dot C(t)z_{\text{м}}+C(t)A_0z_{\text{м}}+C(t)K_uG^T(x-Kz_{\text{м}})+C(t)D_0F_0(t)),$$

получаем после подстановки $u = u_{экв}$ в систему (2) систему модельного скользящего режима

$$\begin{aligned} \dot z_{м} = {} & A_0 z_{м} - B_0 (C(t)B_0)^{-1}(\dot C(t) z_{м} + C(t)A_0 z_{м} + C(t)K_u G^T (x - K z_{м}) + C(t)D_0 F_0(t) + \\ & + K_u G^T (x - K z_{м}) + D_0 F_0(t). \end{aligned} \tag{11}$$

Вычтем из системы (10) скользящего режима исходной системы (1) систему (11) модельного скольжения. Получаем систему в отклонениях Δz от модельного скольжения:

$$(E - B_0(C(t)B_0)^{-1}C(t))\Delta\dot z = (E - B_0(C(t)B_0)^{-1}C(t))(A_0 \Delta z + h(z,t) - K_u G^T (x - K z_{м})).$$

С учетом $(E - B_0(CB_0)^{-1}C) \neq 0$ получаем систему в отклонениях

$$\Delta \dot z = A_0 \Delta z - K_u G^T K \Delta z + h(z,t). \tag{12}$$

Учтем регулярность исходной и модельной систем: в матрице $B_0 = \begin{pmatrix} B_{01} \\ B_{02} \end{pmatrix}$ субматрицы удовлетворяют условиям $B_{01} \equiv 0, \left|B_{02}(t)\right| \neq 0$.

Модельная система (11) принимает вид

$$\dot z^1_{м} = A_{011} z^1_{м} - A_{012} C^1(t) z^1_{м} + K_{u1} G^T K \Delta z(t) + D^1_0 F_0(t), \tag{13}$$

где $A_{011}, A_{012}, K_{u1}, D^1_0 - (n-m)\times(n-m),\ \ (n-m)\times(n-m),\ \ (n-m)\times n, (n-m)\times l$ –субматрицы при $(n-m) = m,\ \ n = 2m$. Обозначим в системе (13)

$$K_{u1} G^T K \Delta z(t) + D^1_0 F_0(t) = H(\Delta z, t), \tag{14}$$

где $H - (n-m)\times 1$ вектор, и зададим субматрицу $C^1(t)$ в виде

$$C^1(t) = A^{-1}_{012}(C^1_{oc} + C^1_{м}(t, z^1_{м}(t)), \tag{15}$$

где C^1_{oc} – $(n-m)\times(n-m)$ - субматрица обратной связи для системы (13) без учета $\Delta z(t)$ и $F_0(t)$ находится либо по методу модального управления, либо, например, по методике работ [3, 4] с экспоненциальным убыванием $\left\|z^1_{м}(t)\right\|$ в заданное число k раз ($k > 1$) за требуемое время.

Матрицу $C^1_H(t, z^1_{м}(t))$ для преодоления (превышения) действия вектора $H(\Delta z, t)$ (14) неопределенностей от вектора $\Delta z(t)$ и действия номинальных возмущений $F_0(t)$ формируем в диагональном виде

$$C_H^1(t, z_{\text{м}}^1(t)) = \begin{pmatrix} C_{11}/|z_{\text{м},1}| & 0 & 0 \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & C_{n-m,n-m}/|z_{\text{м},n-m}| \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Тогда в системе (13) сумма $H(\Delta z, t)$ (14) и $-C_H^1(t, z_{\text{м}}^1(t))z_{\text{м}}^1$ принимает вид

$$-C_H^1(t, z_{\text{м}}^1(t))z_{\text{м}}^1 + H(\Delta z, t) = \begin{pmatrix} C_{11} sign(z_{\text{м},1}) \\ \vdots \\ C_{n-m,n-m} sign(z_{\text{м},n-m}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_1(\Delta z, t) \\ \vdots \\ H_{n-m}(\Delta z, t) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Задаем значения C_{ii} такими, чтобы выполнялись превышения коэффициентов C_{ii} над модулями $|H_i(\Delta z, t)|$:

$$C_{ii} > |H_i(\Delta z, t)|, \quad i = \overline{1, n-m}. \quad (18)$$

При выполнении неравенств (18) модельные координаты $z_{\text{м}i}(t)$, $i = \overline{1, n-m}$, системы (18) в дополнение к действию обратной связи $-C_{oc}^1 z_{\text{м}}^1$ приобретают дополнительное затухание C_{ii} согласно неравенствам (18).

Так как в скольжении субвекторы $z_{\text{м}}^1$ и $z_{\text{м}}^2$ связаны уравнением многообразия S (4), то $m \times 1 =$ субвектор $z_{\text{м}}^2$ вектора $z_{\text{м}} = (z^{1T}, z^{2T})^T$ равен

$$z_{\text{м}}^2 = -(C^2)^{-1} C^1(t) z_{\text{м}}^1 = -C^1(t) z_{\text{м}}^1. \quad (19)$$

Для того, чтобы вектор $z(t)$ исходной системы (1) совпадал через заданное малое время (например, за одну четверть времени переходного процесса в модельной системе (2)) с модельным скольжением с заданной точностью необходимо обеспечить достаточно быстрое затухание вектора отклонений $\Delta z(t)$ от модельного вектора $z_{\text{м}}(t)$. Из уравнения (12) следует, что для этого необходимо с помощью слагаемого $K_u G^T K \Delta z$ создать управление по обратной связи для устойчивости и качества процессов затухания отклонения $\Delta z(t)$ и для преодоления действия вектора неопределенности $h(z, t)$. С этой целью $n \times n$ – матрица K_u в системе (12) разбивается на два слагаемых:

$$K_u = \begin{pmatrix} K_{u1} \\ K_{u2} \end{pmatrix} = K_{uoc} + K_{uh}, \quad K_{u1} - (n-m) \times m,\ K_{u2} - m \times m. \quad (20)$$

Система (12) запишется в виде

$$\Delta \dot{z} = (A_0 - K_{uoc} G^T K)\Delta z + (h(z, t) - K_{uh} G^T K). \quad (21)$$

Матрица K_{uoc} размером $n \times n$ находится по методу работ [3, 4], а $n \times n$ матрица K_{uh} из условия

$$K_{uh} G^T K = diag(\alpha_1, ..., \alpha_n), \tag{22}$$

где $\alpha_i = K_{hi} |\Delta z_i|$, $K_{hi} > |h_i(z,t)|$, $i = \overline{1,n}$. Решение для $n \times n$ – матрицы K_{uh} в системе (22) существует, так как при n^2 неизвестных в системе (22) имеется n^2 уравнений.

Выполнение условий (22) обеспечивает, помимо действия обратной связи $-K_{oc} G^T K \Delta z$ в системе (21), дополнительное ускорение затухания всех отклонений Δz_i, $i = \overline{1,n}$, до нулевых значений несмотря на действие вектора $h(z,t)$ неопределенных ограниченных возмущений.

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-48-160042.

Библиографический список

1. Лукьянов А.Г., Уткин В.И. Методы сведения уравнений динамических систем к регулярной форме. Автоматика и телемеханика, 1981, № 4. С.5-13.

2. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой. М., Наука, 1974. 272 с.

3. Мещанов А.С. Критерии экспоненциальной устойчивости и затухания процессов линейных нестационарных систем. – Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева, 2004, № 2. С.46-52.

4. Мещанов А.С. Приведение линейных нестационарных объектов с идентификатором состояния к модельному движению при неопределенности. Вестник КГТУ, 2008 г., №4. С. 127-134.