УДК 629.78: 681.51

Сомов Е.И., Старинова О.Л., Бутырин С.А.

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБЗОРА ПРИ ЦИФРОВОМ И ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОМ УПРАВЛЕНИИ ГИРОДИНАМИ, МАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ И ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Введение. Разнообразные возмущающие факторы обусловливают необходимость коррекции движения спутника землеобзора при длительном сроке его активного существования. В системе управления движением (СУД) космического аппарата (КА) применяются бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) с коррекцией сигналами от звездных датчиков и спутников GPS/ГЛОНАСС; минимально-избыточный кластер гиродинов (ГД) с цифровым управлением; магнитный привод (МП) и корректирующая двигательная установка (КДУ) с 8 электрореактивными двигателями (ЭРД). В статье рассматриваются следующие задачи: (i) разработка метода управления КДУ для удержания КА на солнечно-синхронной орбите (ССО); (ii) синтез алгоритмов широтно-импульсного управления КДУ и МП; (iii) разработка алгоритмов цифрового управления кластером ГД; (iv) анализ динамики СУД КА землеобзора с разработанными алгоритмами управления.

Математические модели. Используются стандартные системы координат (СК) – инерциальная (ИСК) и геодезическая гринвичская (ГСК) с началом в центре Земли, орбитальная (ОСК $\mathrm{O}x^{\mathrm{o}}y^{\mathrm{o}}z^{\mathrm{o}}$) и связанная с КА (ССК $\mathrm{O}xyz$) системы координат с началом в полюсе O вблизи его центру масс (ЦМ) C. Далее применяются обозначения $\mathrm{col}(\cdot)=\{\cdot\}$, $\mathrm{line}(\cdot)=[\cdot]$, $(\cdot)^{\mathrm{t}}$, $[\mathbf{a}\times]$ и $\circ, \tilde{\cdot}$ для векторов, матриц и кватернионов. Вводятся кватернион Λ^{o} и углы ориентации ССК относительно ОСК по крену ϕ_1, рысканию ϕ_2 и тангажу ϕ_3, которые используются в последовательности 312 при индексах осей $i=1,2,3\equiv 1\div 3 = x,y,z.$ Кватернион $\Lambda=(\lambda_0,\boldsymbol{\lambda})$ ориентации КА в ИСК представляется как $\Lambda=\Lambda_{\mathrm{o}}\circ\Lambda^{\mathrm{o}}$, где Λ_{o} – кватернион ориентации ОСК в ИСК. Вектор модифицированных параметров Родрига (МПР) $\boldsymbol{\sigma}=\{\sigma_i\}=\mathbf{e}\,\mathrm{tg}(\Phi/4)$ с ортом Эйлера $\mathbf{e}$ и углом Φ взаимно-однозначно связан с Λ соотношениями $\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\lambda}/(1+\lambda_0)$ и $\lambda_0=(1-\sigma^2)/(1+\sigma^2)$, $\boldsymbol{\lambda}=2\boldsymbol{\sigma}/(1+\sigma^2)$, при векторе угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ кинематические уравнения имеют вид $\dot{\Lambda}=\Lambda\circ\boldsymbol{\omega}/2$; $\dot{\boldsymbol{\sigma}}=(1-\sigma^2)\boldsymbol{\omega}/4+(\boldsymbol{\sigma}\times\boldsymbol{\omega})/2+\boldsymbol{\sigma}<\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}>/2$. Если $\Lambda^p(t)$, $\boldsymbol{\sigma}^p(t)$ и $\boldsymbol{\omega}^p(t)$

представляют закон наведения КА, то кватернион $\mathbf{E}$ рассогласования между $\boldsymbol{\Lambda}^p(t)$ и $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ имеет вид $\mathbf{E}(t) \equiv (\mathrm{e}_0(t), \mathbf{e}(t)) = \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}^p(t) \circ \boldsymbol{\Lambda}(t)$, погрешности ориентации представляются столбцом $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = 2\mathrm{e}_0\mathbf{e}$ и матрицей $\mathbf{C}_\mathrm{e} = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_\mathrm{e}^\mathrm{t}$, где $\mathbf{Q}_\mathrm{e} = \mathbf{I}_3\mathrm{e}_0 + [\mathbf{e}\times]$, а вектор рассогласования скорости $\delta\boldsymbol{\omega}(t) = \{\delta\omega_i\} = \boldsymbol{\omega}(t) - \mathbf{C}_\mathrm{e}\boldsymbol{\omega}^p(t)$.

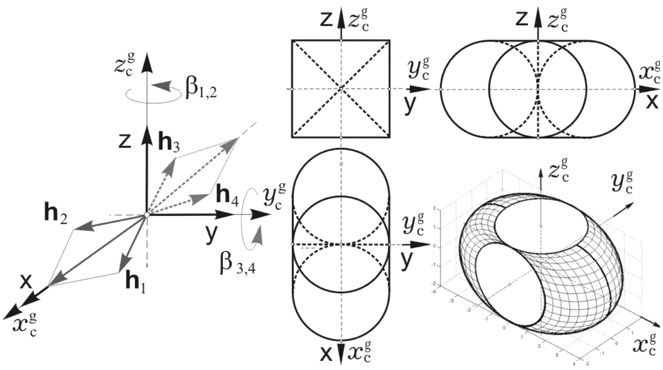

Рисунок 1 – Схема *2-SPE* кластера четырёх ГД

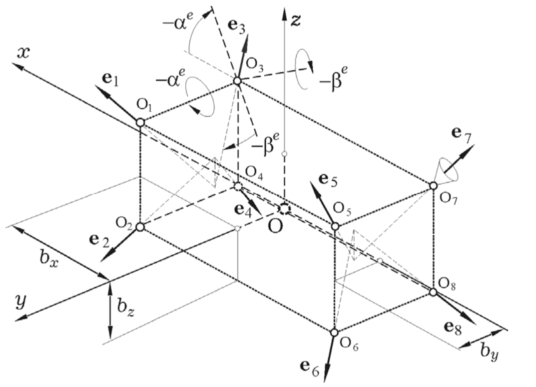

Рисунок 2 – Схема КДУ на основе восьми ЭРД

Модели минимально-избыточного кластера четырёх ГД (рисунок 1) с одинаковым собственным кинетическим моментом (КМ) h_g и цифровым управлением, КДУ на основе 8 ЭРД (рисунок 2) и МП с широтно-импульсным управлением, а также модель пространственного движения КА с подвижными панелями солнечных батарей (СБ) представлены в [1, 2], и поэтому приводятся без детализации обозначений.

Классическая схема *2-SPE* (*2 Scissored Pair Ensemble*) содержит две пары ГД, (рисунок 1), где используются канонический гироскопический базис $\mathrm{O}x_\mathrm{c}^\mathrm{g}y_\mathrm{c}^\mathrm{g}z_\mathrm{c}^\mathrm{g}$. При отсчёте углов поворота всех ГД от положительного направления оси $\mathrm{O}x_c^g$ вектор нормированного управляющего момента кластера $\mathbf{M}^g(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}$, где $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$ и при $\mathbf{h} = \Sigma\, \mathbf{h}_p$

$$\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial\, \mathbf{h}}{\partial\, \boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} -y_1 & -y_2 & -z_3 & -z_4 \\ x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 & -x_4 \end{bmatrix}; \qquad \begin{aligned} x_p &= C_{\beta_p},\, p = 1 \div 4; \\ y_p &= S_{\beta_p},\, p = 1{,}2; \\ z_p &= S_{\beta_p},\, p = 3{,}4 \end{aligned}$$

и $S_\alpha \equiv \sin\alpha;\, C_\alpha \equiv \cos\alpha$. При обозначениях $x = x_{12} + x_{34}$; $x_{12} = x_1 + x_2;\, x_{34} = x_3 + x_4$; $y = y_1 + y_2$; $z = -(z_1 + z_2)$ и $q_s \equiv (4 - s^2)^{1/2}, s = y, z$; $\tilde{x}_{12} = x_{12}/q_\mathrm{y}$; $\tilde{x}_{34} = x_{34}/q_\mathrm{z}$ введем нормированную функцию распределения суммарного КМ кластера между парами ГД $f_\rho(\boldsymbol{\beta}) \equiv \tilde{x}_{12} - \tilde{x}_{34} + \rho(\tilde{x}_{12}\tilde{x}_{34} - 1) = 0$ с фиксированным параметром ρ, $0 < \rho < 1$. Явное аналитическое распределение трехмерного вектора $\mathbf{M}^{\mathrm{g}}$ управляющего момента кластера между 4 ГД выполняется по соотношениям $\mathbf{A}_h(\beta)\,\dot{\beta} = \mathbf{M}^{\mathrm{g}} / h_g \equiv \mathbf{m}^{\mathrm{g}}$; $\mathbf{a}^{\mathrm{t}}_f(\mathbf{h}(\beta))\,\dot{\beta} = \Phi_\rho(f_\rho(\beta), \mathbf{h}(\beta))$, где скалярная функция $\Phi_\rho(0, \mathbf{h}(\beta)) = 0$ и вектор-столбец $\mathbf{a}_f(\mathbf{h}(\beta)) \equiv \partial f_\rho(\beta) / \partial \beta$. Для моделирования цифрового управления ГД с периодом T_u используются функции фиксации сигнала $x_k(t) = \mathrm{Zh}(t_k, T_u, x_k) = x_k \;\; \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ и квантования по уровню $y = \mathrm{Qntr}(a,x) = a\,\mathrm{E}[x / a + 0.5 \cdot \mathrm{Sign}x]$, где $k \in \mathrm{N}_0 \equiv \{0,1,2,3,...\}$ и $\mathrm{E}[\cdot]$ – символ целой части. Цифровое управление кластером ГД описывается моделью $\mathrm{u}^g_{pk} = \mathrm{Sat}(\dot{\beta}^{\mathrm{m}}, \mathrm{Qntr}(\dot{\beta}_{\mathrm{o}}, \mathrm{v}_{pk}))$; $\mathrm{u}^g_{pk}(t) = \mathrm{Zh}(t_k, T_u, \mathrm{u}^{\mathrm{g}}_{pk}) = \mathrm{u}^{\mathrm{g}}_{pk} \;\; \forall t \in [t_k, t_{k+1})$; $\dot{\beta} = \mathbf{u}^g_k(t) = \{\mathrm{u}^g_{pk}(t)\}$, где $\dot{\beta}^{\mathrm{m}}$ представляет максимальную скорость поворота каждого ГД относительно оси его подвеса на корпусе КА, $\dot{\beta}_{\mathrm{o}}$ – шаг дискретизации скорости вращения ГД по уровню, а вектор-столбец $\mathbf{v}_k = \{\mathrm{v}_{pk}\}$ – решение системы уравнений $\mathbf{A}_h(\beta_k)\,\mathbf{v}_k = \mathbf{m}^{\mathrm{g}}_k \equiv \mathbf{M}^{\mathrm{g}}_k / h_g$; $\mathbf{a}^{\mathrm{t}}_\rho(\mathbf{h}(\beta_k))\,\mathbf{v}_k = \Phi_\rho(f_\rho(\beta_k), \mathbf{h}(\beta_k))$ при известном векторе управляющего момента $\mathbf{M}^{\mathrm{g}}_k$, который является выходом дискретного алгоритма управления ориентацией КА.

Каждый ЭРД имеет широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) тяги $p_p(t)$, $p = 1 \div 8$, что описывается соотношением $p_p(t) = \mathrm{P}^{\mathrm{m}}\,\mathrm{PWM}(t - T^{\mathrm{e}}_{zu}, t_r, \tau_m, \mathrm{v}_{pr}) \;\; \forall t \in [t_r, t_{r+1})$ с периодом T^{e}_u и запаздыванием T^{e}_{zu}, $t_{r+1} = t_r + T^{\mathrm{e}}_u$; $r \in \mathrm{N}_0$, где P^{m} – номинальное значение тяги, одинаковое для всех ЭРД в составе КДУ. Пусть ρ_p определяет вектор точки O_p приложения вектора тяги p-го ЭРД, в ССК и орты $\mathbf{e}_p$, $p = 1 \div 8$ направлены по осям сопел ЭРД. Тогда в ССК вектор тяги p-го ЭРД вычисляется по формуле $\mathbf{P}_p(t) = -p_p(t)\mathbf{e}_p$, а векторы силы $\mathbf{R}^{\mathrm{e}}$ и момента $\mathbf{M}^{\mathrm{e}}$ КДУ в полюсе O– по формулам $\mathbf{R}^{\mathrm{e}} = \Sigma\,\mathbf{P}_p(t)$ и $\mathbf{M}^{\mathrm{e}} = \{m^{\mathrm{e}}_i\} = \Sigma[\rho_p \times]\mathbf{P}_p(t)$. Вектор момента МП $\mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \{m^{\mathrm{m}}_i\} = -\mathbf{L}^{\mathrm{m}} \times \mathbf{B}$, где вектор электромагнитного момента $\mathbf{L}^{\mathrm{m}} = \{l^{\mathrm{m}}_i\}$ с компонентами $|\,l^{\mathrm{m}}_i\,| \le 1^{\mathrm{m}}$ и вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B} = \mathbf{b}\,\mathrm{B}$ с ортом $\mathbf{b}$ определены в ССК. Управление МП выполняется также с помощью ШИМ момента $\mathbf{L}^{\mathrm{m}}$, но с периодом T^{m}_u и запаздыванием T^{m}_{zu}.

Динамика пространственного движения КА описывается соотношением

$$\begin{bmatrix} \mathrm{m}\,\mathbf{I}_3 & -[\mathbf{L}\times] & \mathbf{M}_q \\ [\mathbf{L}\times] & \mathbf{J} & \mathbf{D}_q \\ \mathbf{M}_q^{\mathrm{t}} & \mathbf{D}_q^{\mathrm{t}} & \mathbf{A}^q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{L}\times\boldsymbol{\omega}-2\dot{\mathbf{L}})+\mathbf{R} \\ -\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G}+\mathbf{M}_{\omega}^{p}+\mathbf{M}^{\mathrm{g}}+\mathbf{M} \\ -\mathbf{A}^q(\mathbf{V}_q\dot{\mathbf{q}}+\mathbf{W}_q\mathbf{q})+\mathbf{M}_q^p \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Здесь $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v}^* + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}$, где $(\cdot)^*$ – символ локальной производной по времени; $\mathbf{q}$ – столбец обобщенных координат упругих перемещений конструкции панелей СБ, $\mathbf{M}_q$ и $\mathbf{D}_q$ – матрицы влияния упругих перемещений СБ на движение КА, $\mathbf{A}^q$, $\mathbf{V}_q$ и $\mathbf{W}_q$ – матрицы обобщенных масс, демпфирования и нормированной жесткости конструкции СБ; $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{o}} + \mathbf{D}_q\dot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{G}^{\mathrm{o}} = \mathbf{K}+\mathbf{H}$; $\mathbf{K} = \mathbf{J}\,\boldsymbol{\omega}$; $\mathbf{H} = h_g\mathbf{h}$; $\mathbf{L} = \mathbf{M}_q\mathbf{q}$; $\mathbf{M}_{\omega}^{p}$ и $\mathbf{M}_q^p$ – векторы моментов, обусловленных угловым перемещением панелей СБ; $\mathbf{R} = \mathbf{R}^g + \mathbf{R}^{\mathrm{s}} + \mathbf{R}^{\mathrm{e}}$ и $\mathbf{M} = \mathbf{M}^{\mathrm{gr}} + \mathbf{M}^{\mathrm{s}} + \mathbf{M}^{\mathrm{e}} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}}$ – векторы внешних сил и моментов, обусловленных гравитационным (индекс gr) влиянием Земли, Луны и Солнца, влиянием сил солнечного давления (ССД, индекс s), работой КДУ (индекс e) и магнитного привода (индекс m).

Измерение углового положения КА выполняется БИНС в моменты времени $t_s = s\,T_q$, $s\in \mathrm{N}_0$ с периодом $T_q \le T_u$, кратным периоду T_u цифрового управления. Доступными считаются также значения столбца $\boldsymbol{\beta}_s = \{\beta_{ps}\}$, составленного из углов поворота ГД.

Управление траекторным движением. Удержание КА землеобзора на ССО выполняется за счет эпизодической коррекции его траекторного движения с помощью КДУ. Пусть спутник массой $\mathrm{m} = 1000$ кг оснащен 2 панелями СБ суммарной площадью 50 кв.м, и нормаль к их рабочей плоскости наиболее близка к направлению на Солнце за счет регулярного одноосного вращения. Спутник движется на высоте $H = 600$ км по ССО с наклонением $i = 97{,}8$ град. Условная дата 22.01.2015 и время прохождения восходящего узла 08:00:00 по Гринвичу над земной поверхностью с геодезической долготой $L_{\Omega} = 90$ град, долгота восходящего узда (ДВУ) $\Omega = 331{,}36$ град.

Было выполнено численное исследование влияния всех внешних возмущающих сил (без включения КДУ) для такого спутника на ССО с указанными параметрами [3] и установлено, что наибольшее влияние оказывают сопротивление земной атмосферы, гравитация Солнца и силы солнечного давления. При этом суточное изменение радиус-вектора ССО равно 13,5 м, за 10 суток полёта уменьшение высоты орбиты составит более 100 м. Для компенсации монотонного снижения высоты орбиты из-за сопротивления земной атмосферы предложено выполнять два сеанса включения КДУ при каждой орбитальной коррекции. Начало первого сеанса должно происходить в момент времени, когда высота орбиты снизится на 75 м, и при таком сеансе намеренно обеспечивается увеличение высоты орбиты на 150 м, т.е. на 75 м больше номинального значения. Далее через некоторое время выполняется второй сеанс включения КДУ с таким расчетом, чтобы при его завершении достигалась скорость поступательного движения КА по круговой орбите с увеличенной на 75 м высотой относительно номинала. В разработанном методе одновременно корректируются как высота, так и ДВУ ССО: снижение высоты орбиты за счёт атмосферного торможения приводит к смещению ДВУ на запад, а достижение орбиты высотой на 75 м больше номинального значения приводит к смещению ДВУ на восток.

Широтно-импульсное управление КДУ и МП. В ССК определяется вектор-функция $\mathbf{R}^p(t)$ потребного импульса (pulse) вектора корректирующей тяги, которая должна быть реализована КДУ на основе ЭРД. Естественно возникает задача: каким же образом можно создать вектор потребного импульса корректирующей тяги $\mathbf{R}^p(t)$ произвольного направления в ССК, если орты $\mathbf{e}_p$ осей сопел ЭРД фиксированы в ССК и каждый ЭРД может находится только в двух состояниях – включен (тяга $p_p(t) = \mathrm{P}^{\mathrm{m}}$) либо выключен (тяга $p_p(t) = 0$). Для её решения применяется ШИМ тяги всех 8 ЭРД и обеспечивается выполнение заданных значений вектора $\mathbf{R}^p(t)$ в моменты времени $t = t_r = r\,T_u^{\mathrm{e}}$. Вычисляются орты $\mathbf{r}_p$ векторов $\boldsymbol{\rho}_p$, и при обозначениях $\boldsymbol{\tau}_r = \{\tau_{pr}\}$; $\mathbf{D}^{\mathrm{e}} = \{[\mathbf{e}_p],[\mathbf{r}_p \times \mathbf{e}_p]\}$; $\tilde{\mathbf{r}}^p = \mathbf{R}^p / \mathrm{P}^{\mathrm{m}}$; $\tilde{\mathbf{m}}^p = \mathbf{M}^p /(\mathrm{P}^{\mathrm{m}}\rho)$; $\mathbf{t}^p = \{\tilde{\mathbf{r}}^p, \tilde{\mathbf{m}}^p\}$, где $\mathbf{R}^p$ и $\mathbf{M}^p$ являются заданными в ССК импульсами векторов сил $\mathbf{R}^{\mathrm{e}}$ и моментов $\mathbf{M}^{\mathrm{e}}$ КДУ, проблема заключается в решении уравнения $\mathbf{D}^{\mathrm{e}}\,\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{t}^p$ для $\boldsymbol{\tau}_r \in R_+^8$, $\mathbf{t}^p \in R^6$ при условии $0 \le \tau_{pr} \le T_u^{\mathrm{e}}$ $\forall p = 1 \div 8$ относительно компонентов столбца $\boldsymbol{\tau}_r = \{\tau_{pr}\}$, когда заданы матрица $\mathbf{D}^{\mathrm{e}}$ и столбец $\mathbf{t}^p \in R^6$. При псевдообратной матрице $(\mathbf{D}^{\mathrm{e}})^{\#} \equiv (\mathbf{D}^{\mathrm{e}})^{\mathrm{t}}(\mathbf{D}^{\mathrm{e}}(\mathbf{D}^{\mathrm{e}})^{\mathrm{t}})^{-1}$ закон распределения длительностей τ_{pr} тяги 8 ЭРД на каждом полуинтервале времени $t \in [t_r, t_{r+1})$ с периодом T_u^{e} имеет явную алгоритмическую форму [2-4].

Моделирование работы КДУ выполнено при номинальной тяге каждого ЭРД $\mathrm{P}^{\mathrm{m}} = 83$ мН и периоде ШИМ тяги $T_u^{\mathrm{e}} = 32$ с. Здесь при каждом из двух сеансов включений КДУ требуется создать импульс вектора силы по оси $\mathrm{O}x^{\mathrm{o}}$ ОСК с модулем 41 Нс. Каждый такой импульс силы обеспечивается работой КДУ в течение 11 периодов T_u^{e} с общей длительностью сеанса 352 с. На рисунках 3-4 показаны вариации высоты

$\delta H(t)$, ДВУ $\delta\Omega(t)$ и наклонения $\delta i(t)$ корректируемой орбиты относительно опорной орбиты при двух сеансах работы КДУ на временных интервалах $t \in [700,1052]$ с и $t \in [2900,3252]$ с. Уменьшение высоты и смещение трассы на запад отражается значениями вариации $\delta H(0) = -75$ м на рисунке 3 и вариации $\delta\Omega(0) = -1.1\ 10^{-6}$ град на рисунке 4. Рисунок 5 представляет временные диаграммы изменения компонентов суммарного вектора тяги КДУ в ССК при выполнении одного сеанса орбитальной коррекции.

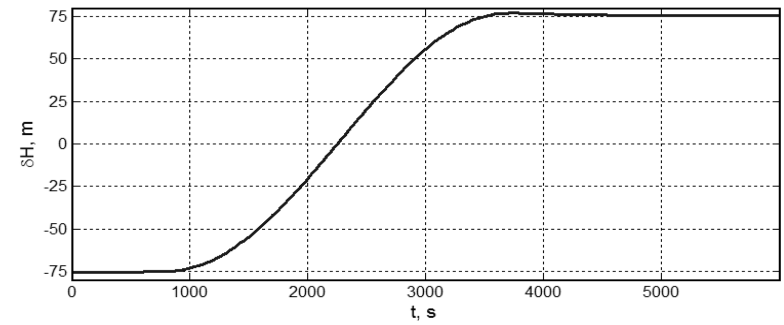

Рисунок 3 – Вариация высоты орбиты КА

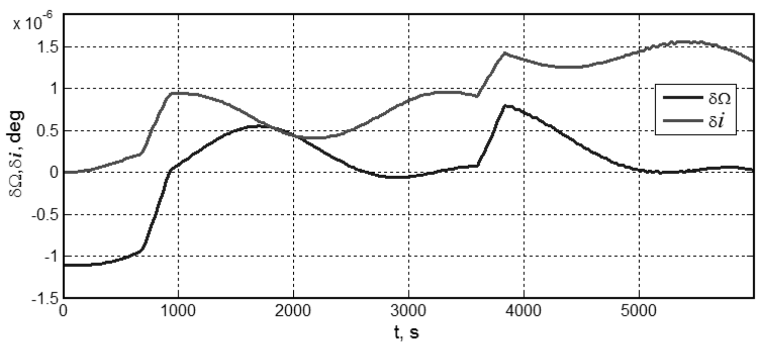

Рисунок 4 – Вариации ДВУ и наклонения орбиты

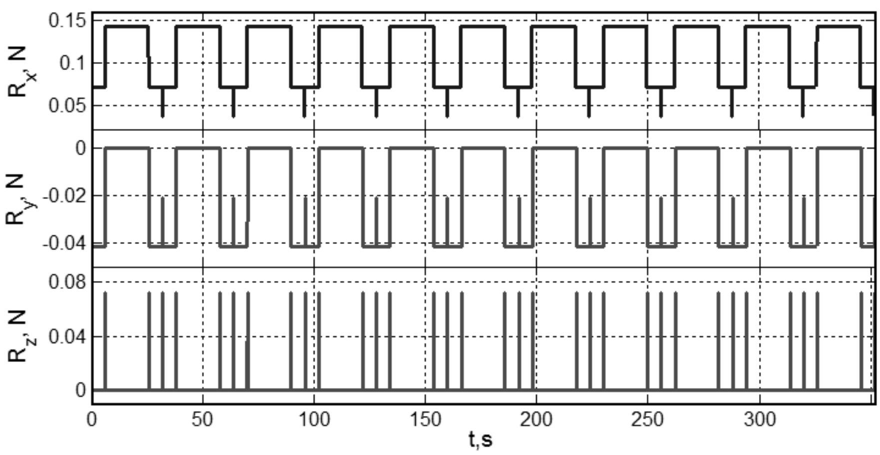

Рисунок 5 – Временные диаграммы ШИМ компонентов вектора тяги КДУ в ССК

Магнитный привод является основным исполнительным органом системы разгрузки кластера ГД от накопленного КМ. Для простоты будем считать, что периоды ШИМ управления КДУ и МП одинаковы, т.е. $T_u^{\mathrm{e}} = T_u^{\mathrm{m}}$. Для $t_r = r\,T_u^{\mathrm{m}}$ известны значения потребного уменьшения вектора накопленного КМ $\mathbf{H}_r^a$ и вектора индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B}(t)$ $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$. Определяется потребный импульс момента $\mathbf{M}_r^p = -\mathbf{H}_r^a$ разгрузки кластера ГД, вычисляются орты $\mathbf{b}_r \equiv \mathbf{B}_r / \| \mathbf{B}_r \|$, $\mathbf{m}_r \equiv -\mathbf{H}_r^a / \| \mathbf{H}_r^a \|$ и мера их близости $\kappa = \langle \mathbf{b}_r, \mathbf{m}_r \rangle$. Импульс $\mathbf{M}_r^p$ распределяется между МП и КДУ в форме $\mathbf{M}_r^p = \mathbf{M}_r^{p\mathrm{m}} + \mathbf{M}_r^{p\mathrm{e}}$, где $\mathbf{M}_r^{p\mathrm{m}} = \mathbf{b}_r \times (\mathbf{M}_r^p \times \mathbf{b}_r)$ и $\mathbf{M}_r^{p\mathrm{e}} = \mathbf{b}_r \langle \mathbf{M}_r^p, \mathbf{b}_r \rangle$. Анализ зависимости вектора $\mathbf{M}_r^{p\mathrm{m}}$ от орта $\mathbf{b}_r$ и вектора $\mathbf{M}_r^p = -\mathbf{H}_r^a$ с ортом $-\mathbf{m}_r$ приводит к рациональности такой логики применения КДУ для разгрузки: если $|\kappa| \le \cos(\pi/3) = 1/2$, то КДУ не включается, так как ресурсов МП достаточно для разгрузки кластера ГД. Здесь вычисляются вектор импульса $\mathbf{L}_r^{\mathrm{m}p} = \{l_{ir}^{\mathrm{m}p}\} = \mathbf{b}_r \times \mathbf{M}_r^{p\mathrm{m}} / \| \mathbf{B}_r \|$ потребного электромагнитного момента МП, значения $s_{ir} = \mathrm{sign}\, l_{ir}^{\mathrm{m}p}$, $\tilde{\tau}_{ir} = l_{ir}^{\mathrm{m}p} / 1^{\mathrm{m}}$ и далее. Если $\max(\tilde{\tau}_{ir}) = \tilde{\tau}_{ir}^{\mathrm{m}} > T_u^{\mathrm{m}}$, то формируются значение $\tau_{ir} = T_u^{\mathrm{m}} \tilde{\tau}_{ir} / \tilde{\tau}_{ir}^{\mathrm{m}}$, которое вместе со значением s_{ir} используются при ШИМ компонентов вектора электромагнитного момента МП.

Алгоритмы фильтрации и цифрового управления кластером ГД. Измерение углового положения КА выполняется в моменты времени $t_s = s T_q$ с периодом $T_q \le T_u$. Дискретизация с периодом T_q непрерывного апериодического звена с передаточной функцией $\mathrm{W(s)} = 1/(1 + T_{\mathrm{f}}\, \mathrm{s})$ и постоянной времени T_{f}, без фиксатора на входе для каждого канала управления при введении нормировки приводит к дискретной передаточной функции $\mathrm{W_f(z_q)} = (1 + \mathrm{b_1^f})/(1 + \mathrm{b_1^f z_q^{-1}})$, где $\mathrm{b_1^f} \equiv -\exp(-T_q/T_{\mathrm{f}})$ и $\mathrm{z_q} \equiv \exp(\mathrm{s} T_q)$ с условием $\mathrm{W_f}(1) = 1$. Дискретная фильтрация рассогласования по части вектора параметров Эйлера выполняется с периодом T_q по векторным соотношениям $\tilde{\mathbf{x}}_{s+1} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{e}_s$; $\mathbf{e}_s^{\mathrm{f}} = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{e}_s$, $s \in \mathrm{N}_0$ с выходным сигналом $\mathbf{e}_k^{\mathrm{f}}$, где диагональные матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$, $\tilde{\mathbf{D}}$ имеют элементы $\tilde{a}_i = -b_1^{\mathrm{f}}$; $\tilde{b}_i = b_1^{\mathrm{f}}$; $\tilde{c}_i = -(1 + b_1^{\mathrm{f}})$; $\tilde{d}_i = (1 + b_1^{\mathrm{f}})$, $b_1^{\mathrm{f}} \equiv -\exp(-T_q/T_{\mathrm{f}})$.

В контуре цифрового управления ориентацией КА вектор углового рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}$ представляется как $\boldsymbol{\varepsilon} = \delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = -2 \mathrm{e}_0 \mathbf{e}$. Его дискретно измеренные и отфильтрованные значения $\boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}}$, а также значения $\dot{\boldsymbol{\omega}}_\kappa^p = \dot{\boldsymbol{\omega}}^p(t_k)$ используются в нелинейном векторном законе цифрового управления $\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}} = \mathbf{M}^{\mathrm{g}}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_\kappa^p, \boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}}, \boldsymbol{\omega}_k, \mathbf{H}_k)$ кластером ГД, представленного с векторной «рабочей» переменной $\mathbf{g}$ в рекуррентной форме

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}};\ \widetilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{f}};\ \mathbf{M}_k^{\mathrm{g}} = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_{ek}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\kappa}^{p} + [\mathbf{C}_{ek}\boldsymbol{\omega}_{\kappa}^{p}\times]\boldsymbol{\omega}_k + \widetilde{\mathbf{m}}_k), \quad (2)$$

где $\mathbf{C}_{ek} = \mathbf{C}_e(t_k)$, $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$ и при $d_u \equiv 2/T_u$, $a_i \equiv (d_u\tau_{1i} - 1)/(d_u\tau_{1i} + 1)$ элементы диагональных матриц $\mathbf{K} = \mathrm{diag}\{k_i\}$ и $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{P}$ вычисляются по явным соотношениям $b_i \equiv (d_u\tau_{2i} - 1)/(d_u\tau_{2i} + 1)$; $p_i \equiv (1 - b_i)/(1 - a_i)$; $c_i \equiv p_i(b_i - a_i)$ с назначаемыми параметрами τ_{1i}, τ_{2i} и k_i. Далее вектор $\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}}$ с помощью функции $f_\rho(\boldsymbol{\beta}) = 0$ явного распределения КМ между 4 ГД «пересчитывается» в вектор командных скоростей гиродинов $\mathbf{u}_k^{g}$, компоненты которого фиксируются на полуинтервале управления с периодом T_u.

Динамика СУД спутника землеобзора. Пусть для КА на указанной ССО поступило задание на съёмку двух российских столиц [4], которое отражено в законе углового наведения КА, представленного $\forall t \in [820,1000)$ с на рисунке 6. Пусть при $t_* = 820$ с вектор накопленного КМ кластера ГД $\mathbf{H}(t_*) = \{2{,}5;\, 0{,}4;\, 0{,}8\}$ Нмс и при значениях $1^{\mathrm{m}} = 50\,\text{Ам}^2$ и $T_u^{\mathrm{m}} = 32$ с начинается его разгрузка с помощью ШИМ управления только МП, так как здесь $|\kappa(t)| \le 1/2\ \forall t \in [820,1000)$ с. Компоненты вектора момента МП при разгрузке кластера ГД приведены на рисунке 7. При погрешностях БИНС с СКО $\sigma^{\mathrm{m}} = 3$ угл. сек и дискретной фильтрации вектора рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_s$ с периодом $T_q = 0.125$ с ошибки стабилизации углового движения КА при цифровом управлении кластером ГД с периодом $T_u = 0.25$ с представлены на рисунке 8.

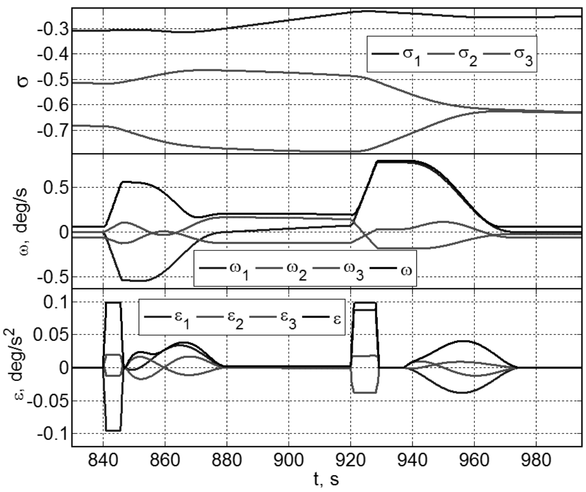

Рисунок 6 – Закон углового наведения КА землеобзора

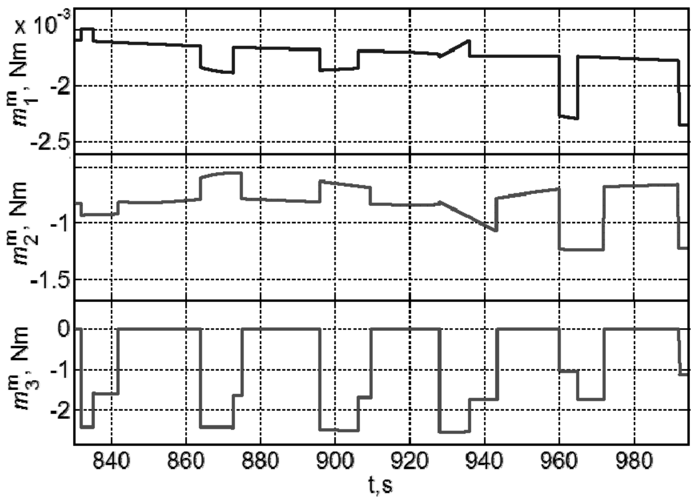

Рисунок 7 – Компоненты вектора момента МП при разгрузке кластера ГД

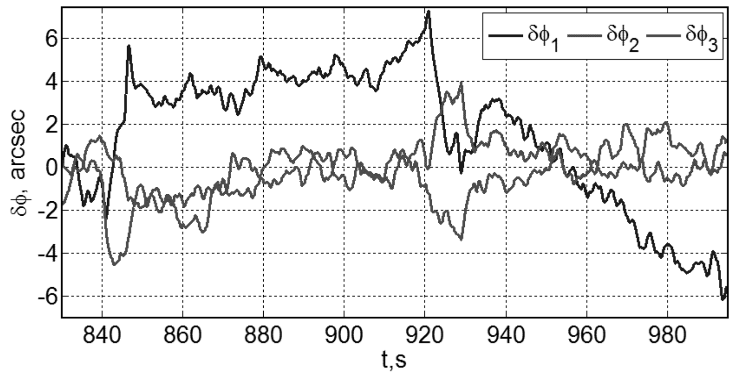

Рисунок 8 – Ошибки стабилизации углового движения КА землеобзора

Работа поддержана РФФИ (грант 14-08-01091) и Отделением ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

Библиографический список

1. Somov, Ye.I. Methods and software for research and design of the spacecraft robust fault tolerant control systems // Automatic Control in Aerospace. Elsevier Science. – 2002. – P. 28 -40.

2. Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S. Digital and pulse-width attitude control of land-survey mini-satellite // Proceedings of 22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2015. – P. 110–115.

3. Сомов, С.Е. Широтно-импульсное управление электрореактивными двигателями при коррекции орбитального движения спутника / С.Е. Сомов [Текст] // Известия Самарского научного центра РАН. – 2015. – Том 17, № 6(3). – С. 713-720.

4. Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S. Adaptive-robust attitude & orbit control of a small satellite motion // Proceedings of 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2016. – P. 349–355.