

ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПО ДОСТАВКЕ ГРУНТА С ЦЕРЕРЫ

В последние годы повысился интерес к исследованию других планет и астероидов, их климата, атмосферы и рельефа. Главной задачей для реализации таких проектов является проектно-баллистическая оптимизация транспортного космического аппарата (ТКА):

$$M_0 \rightarrow \min \left| \begin{array}{l} T \rightarrow \min \\ m_{mi} = fixed \end{array} \right. \quad (1)$$

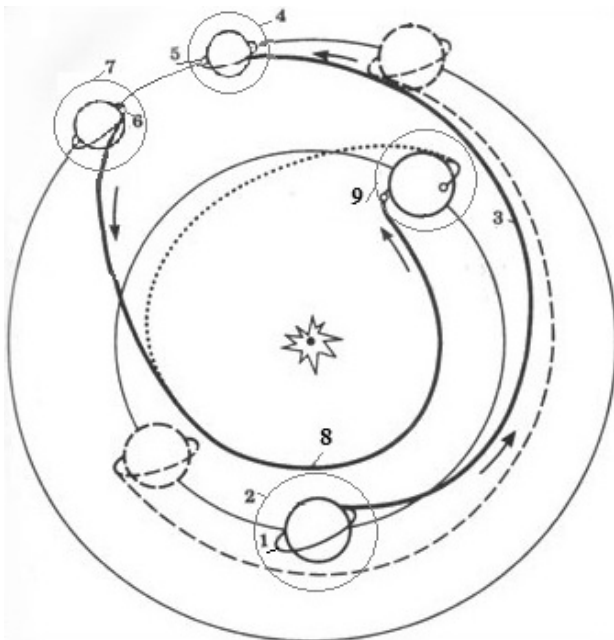
Баланс масс на орбите старта [1]:

$$M_0 = \sum_{i=1}^9 m_{Ti} + m_b + m_k + m_{ДУ} + m_{ЭУ}, \quad (2)$$

где m_{Ti} – масса топлива на i -ом участке, m_b – масса баков, m_k – масса конструкции, $m_{ДУ}$ – масса двигательной установки, $m_{ЭУ}$ – масса энергоустановки.

$$m_{ЭУ} = \alpha \varepsilon N, \quad m_{ДУ} = \gamma ДР, \quad m_k = \alpha KN + \gamma КР, \quad N = \frac{Pc}{2\eta}. \quad (3)$$

Полный цикл доставки полезной нагрузки на планету назначения и обратно



состоит из следующих участков:

1 – вывод космического аппарата на орбиту ожидания; 2, 4, 7, 9 – планетоцентрические участки набора параболической скорости или торможения и формирование заданной орбиты; 3, 8 – гелиоцентрические участки (прямой и обратный перелеты); 5 – спуск на поверхность планеты назначения; 6 – старт с поверхности планеты назначения. Схема межпланетного перелета представлена на рисунке 1.

Рисунок 1 – Схема межпланетного перелёта

Набор скорости на планетоцентрических участках ведется в одной плоскости под действием тангенциально направленного ускорения.

Изменение радиуса во времени описывается следующей зависимостью [2]:

$$r(t) = 1 + c_0 \ln \left(1 - \frac{a_0}{c_0} t \right), \quad (4)$$

где r , a_0 , c_0 – безразмерные величины.

Длительность маневра определяется по формуле:

$$t = \frac{1}{a_0} \left(1 - 0,7555 \sqrt[4]{a_0} - \frac{(1 - 0,7555 \sqrt[4]{a_0})^2}{c_0} \right); \quad (5)$$

$$t_{разм} = t \cdot 2\pi \cdot \frac{r_0^{3/2}}{\sqrt{\mu}}. \quad (6)$$

Масса топлива для совершения маневра:

$$m_T = t_{разм} \cdot \beta, \quad \beta = \frac{P}{c}. \quad (7)$$

На гелиоцентрических участках траектории принимается, что орбита старта – круговая с радиусом r_0 , двигатель работает без выключения и ускорение мало ($a < 0,1g$). Изменение радиуса описывается следующей зависимостью:

$$r = r_0 e^{\varphi \cdot ctg \alpha}, \quad (8)$$

где φ – угловая дальность; α – угол между радиус-вектором и вектором скорости.

$$\alpha = 0,5 \arcsin \left(\frac{B(3 - \sqrt{1 - 8B^2})}{1 + B^2} \right), \text{ если } r \text{ уменьшается}; \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - 0,5 \arcsin \left(\frac{B(3 - \sqrt{1 - 8B^2})}{1 + B^2} \right), \text{ если } r \text{ увеличивается},$$

$$B = \frac{a_0 \cdot \sin \lambda}{1 - a_0 \cdot \cos \lambda}, \quad (10)$$

где λ – угол между радиус-вектором и вектором ускорения.

Угол λ подбирается таким образом, чтобы выполнялось равенство:

$$\frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2 - \cos^2 \alpha} = \frac{a_0 \sin \lambda}{1 - a_0 \cos \lambda}. \quad (11)$$

Длительность маневра:

$$t = \frac{2(r^{3/2} - r_0^{3/2})}{3 \cos \alpha \sqrt{1 - a_0} \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\sin \alpha}}. \quad (12)$$

Время ожидания на орбите определяется следующей формулой:

$$T_{ож} = \frac{\Delta\varphi_{zom}(s-f) - \Delta\varphi(s)}{\Delta\omega}, \quad \Delta\varphi(s) = \varphi - \omega t, \quad (13)$$

где $\Delta\varphi_{zom}(s-f)$ – разность истинных аномалий Земли и астероида Цереры на момент готовности, рад; $\Delta\varphi(s)$ – разность положений Земли и астероида на момент готовности, рад; φ – изменение угловой дальности за время гелиоцентрического перелета, рад; ω – круговая скорость вращения Цереры, рад/с; t – время гелиоцентрического перелета, с; $\Delta\omega$ – разность круговых скоростей вращения Цереры и Земли, рад/с.

Эквивалентная стоимость за весь срок существования СТ рассчитывается по следующей формуле [3]:

$$C_T = C_{КА} + C_{РН}, \quad (14)$$

где $C_{КА}$ – стоимость проектирования, изготовления и испытаний космического аппарата; $C_{РН}$ – стоимость выведения на орбиту ожидания.

$$C_{КА} = C_{исп} (C_{кон} + C_{РТ} + C_{ДУ} + C_{ЭУ} + C_{пр}). \quad (15)$$

$$C_{кон} = C_{кон}^{y\delta} \cdot m_k, \quad (16)$$

где $C_{кон}^{y\delta}$ – удельная стоимость 1 кг конструкции.

$$C_{РТ} = C_{РТ}^{y\delta} \cdot m_{РТ}, \quad (17)$$

где $C_{РТ}^{y\delta}$ – удельная стоимость 1 кг рабочего тела (ксенона).

$$C_{ДУ} = C_{ДУ} \cdot n, \quad n = \frac{P}{P_{\delta\delta}}, \quad (18)$$

$$C_{ЭУ} = C_{ЭУ}^{y\delta} \cdot N, \quad (19)$$

где $C_{ЭУ}^{y\delta}$ – цена 1 Вт мощности солнечных батарей, N – мощность энергоустановки.

$$C_{пр} = C_{пр}^{y\delta} \cdot m_{КА}, \quad (20)$$

где $C_{пр}^{y\delta}$ – удельная стоимость проектирования 1 кг ТКА.

$$C_{РН} = \frac{C_P}{n_{КА}} + C_{РБ}, \quad (21)$$

где C_P – стоимость ракеты-носителя, $n_{КА}$ – количество космических аппаратов, выводимых одной ракетой, $C_{РБ}$ – стоимость разгонного блока.

$$C_P = C_{nn}^{y\theta}(H, i) \cdot m_{nn}, \quad (22)$$

где $C_{nn}^{y\theta}(H, i)$ – удельная стоимость 1 кг ПН для ракеты в зависимости от высоты и наклона орбиты выведения.

$$C_{РБ} = \frac{C_P}{V_{хар}} = \frac{C_P}{1,2 \sqrt{\frac{r}{\mu}}}. \quad (23)$$

В таблице 1 приведены варианты решений задачи проектно-баллистической оптимизации ТКА. Исследовались зависимости времени перелета и стартовой массы от скорости истечения. Графики зависимостей представлены на рисунке 2.

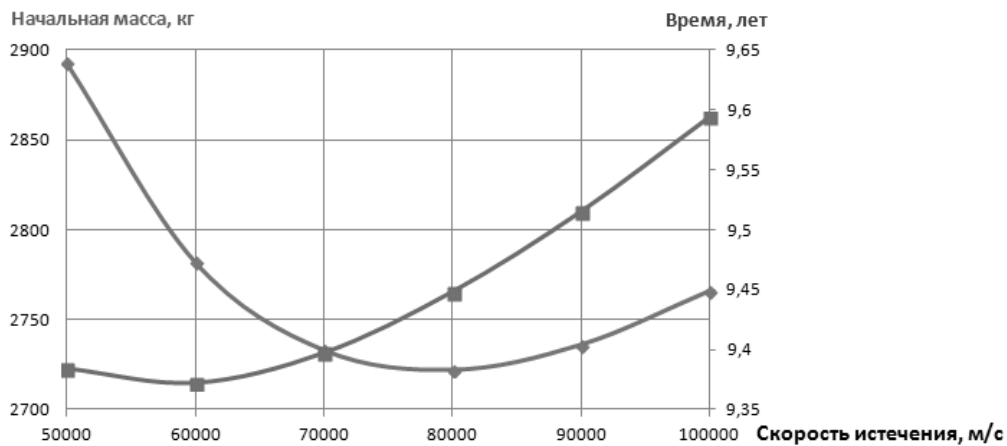


Рисунок 2 – Зависимость стартовой массы и времени перелета от скорости истечения

Для расчета в качестве исходных данных использовались эфемериды планет и астероидов, полученные с сайта NASA [4]. На рисунке 3 представлены некоторые из них.

```
2460466.500000000 = A.D. 2024-Jun-05 00:00:00.0000 (TDB)
EC= 7.907647196634611E-02 QR= 2.548119915351758E+00 IN= 1.058777255843627E+01
OM= 8.025371839878034E+01 W = 7.332815724459959E+01 Tp= 2459919.614240870811
N = 2.141458357179129E-01 MA= 1.171133079309509E+02 TA= 1.248077095085081E+02
A = 2.766918031503089E+00 AD= 2.985716147654421E+00 PR= 1.681097364294377E+03
```

Рисунок 3 – Эфемериды астероида Церера на 5.06.2024

Таблица 1 – Проектно-баллистические параметры ТКА при полете к Церере

№	$c, \text{ м/с}$	$m_0, \text{ кг}$	$T, \text{ лет}$
1	100000	2766	9,594
2	90000	2736	9,515
3	80000	2722	9,448
4	70000	2733	9,397
5	60000	2782	9,372
6	50000	2893	9,384

Библиографический список

1. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой [Текст]/О.Л. Старинова. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007. – 196 с.
2. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой [Текст]/ В.Н. Лебедев. – М.: ВЦ АН СССР, 1968. – 108 с.
3. Волков И.М. Проектный анализ [Текст]/ И.М. Волков, М. В. Грачёва. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 423 с.
4. NASA – Jet Propulsion Laboratory <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>