

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ КА С СОЛНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОРАКЕТНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ С КЛАСТЕРОМ ОДНОТИПНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Межпланетные перелеты часто требуют больших затрат характеристической скорости, что приводит к необходимости использования маршевых электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) с высоким значением удельного импульса для уменьшения затрат рабочего тела. Предполагается, что ЭРДУ состоит из нескольких однотипных нерегулируемых двигателей. Число одновременно работающих двигателей в ЭРДУ ограничено доступной в каждый данный момент времени электрической мощностью P , которая зависит от гелиоцентрического удаления КА r и времени t . Рассматривается оптимизация гелиоцентрических траекторий перелета космического аппарата с солнечной ЭРДУ за фиксированное время с использованием подхода, основанного на принципе максимума Понтрягина и гомотопии между математическими моделями идеально-регулируемой ЭРДУ и ЭРДУ со ступенчатой тягой.

В работе используются методы, представленные в [1, 2]. Последовательность пассивных и активных участков траектории с различным числом одновременно работающих двигателей определяет структуру траектории. Сложность оптимизации траектории в рассматриваемой постановке связана, в основном, с негладкой зависимостью невязок краевой задачи принципа максимума от начальных значений сопряженных переменных при смене структуры траектории в процессе решения задачи. Для преодоления этой сложности и реализации гомотопии между задачами оптимизации перелета с идеально-регулируемой и ступенчатой тягой используется сглаженное представление ступенчатой функции тяги от доступной электрической мощности. Для обеспечения сходимости краевой задачи вводится зависимость сглаженной ступенчатой функции тяги от параметра продолжения, в результате чего тяга ЭРДУ в начале процесса продолжения имеет малые вариации производных по мощности, а в конце стремится к ступенчатой функции с точностью до малого регуляризирующего слагаемого.

ЭРДУ состоит из n_{\max} нерегулируемых двигателей и одновременно может включаться $n \leq n_{\max}$ двигателей, причем $n = \min[n_{\max}, \text{int}(P(r, t)/P_{thr})]$, где P_{thr} – электрическая мощность, потребляемая одним двигателем. В этом случае удельный импульс ЭРДУ c остается постоянным, а зависимость максимально возможной тяги T от

располагаемой для ЭРДУ электрической мощности имеет вид ступенчатой функции с одинаковой высотой всех ступенек. Основные параметры ЭРДУ в рамках рассматриваемой математической модели определяются соотношениями:

$$T = \sum_{i=1}^{n_{\max}} \delta_i(\psi_i) T_{thr}, \quad \psi_i = P - iP_{thr}, \quad \delta_i(\psi_i) = \begin{cases} 1, & \psi_i \geq 0, \\ 0, & \psi_i < 0, \end{cases} \quad c = c_{thr}, \quad (1)$$

где T_{thr} , c_{thr} – тяга и удельный импульс одного двигателя из состава ЭРДУ.

Рассматривается движение КА в гравитационном поле Солнца с силовой функцией $\Omega = \mu/r$, где μ - гравитационный параметр Солнца. Очевидно, что управляющими функциями, позволяющими формировать траекторию, являются функция включения-выключения ЭРДУ $\delta(t)$ и программа ориентации вектора тяги, определяемая ортом $\mathbf{e}_p(t)$.

Рассматривается задача перелета между двумя планетами в рамках метода сфер действия нулевой протяженности. При отлете от планеты отправления в заданный момент времени t_0 КА заданной начальной массы m_0 имеет заданный гиперболический избыток скорости $V_{\infty 0}$, а подлет к планете назначения осуществляется в заданный момент $t_f = t_0 + \Delta t$ с нулевым гиперболическим избытком скорости, то есть рассматривается задача сопровождения этой планеты.

Необходимо вычислить оптимальное управление $\delta(t)$, $\mathbf{e}_p(t)$ и оптимальное направления вектора отлетного гиперболического избытка скорости $V_{\infty 0}$ заданной величины $V_{\infty 0}$, обеспечивающие минимум затрат рабочего тела ЭРДУ на перелёт.

Разработан метод решения задачи оптимизации траектории, использующий принцип максимума Понтрягина для редукции задачи оптимального управления в краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и основанный на ньютоновской гомотопии метод продолжения для редукции краевой задачи к задаче Коши. В качестве начального приближения для неизвестных параметров краевой задачи (начальных значений сопряженных переменных) используются начальные значения сопряженных переменных в задаче оптимизации траектории КА с идеально-регулируемым двигателем. Метод оптимизации траекторий КА с идеально-регулируемым двигателем заимствован из работы [1].

Для сглаживания правых частей (2) вместо (1) используется следующая гладкая аппроксимация ступенчатой зависимости тяги ЭРДУ от доступной мощности:

$$T = \sum_{i=1}^{n_{\max}} \delta_{li}(\psi_i) T_{thr}, \quad \psi_i = P - iP_{thr}, \quad \delta_{li} = \frac{1}{2} \left[\frac{\psi_i}{1 - \tau + \tau|\psi_i| + \varepsilon(\tau)} + 1 \right], \quad (2)$$

где $\delta_i(\psi_i, \tau)$ – гладкая аппроксимация $\delta_i(\psi_i)$, τ – параметр продолжения (изменяется от 0 до 1), $\varepsilon(\tau) = (1-\tau)\varepsilon_0 + \tau\varepsilon_f$ – регуляризирующее слагаемое, $\varepsilon_0, \varepsilon_f$ – константы, определяющие вид зависимости $\delta_i(\tau)$ и точность аппроксимации ступенчатой функции. Для решения приводимых далее задач использовались значения $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_f = 10^{-7}$.

На рисунке 1 представлена зависимость сглаженной функции тяги (2) от мощности и параметра продолжения для ЭРДУ, состоящего из 4 двигателей, тяга каждого из которых составляет 83 мН при потребляемой мощности 1500 Вт.

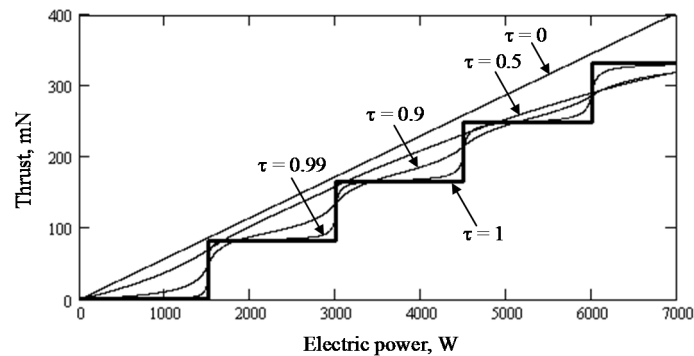


Рисунок 1 – Зависимость сглаженной функции тяги от мощности и параметра продолжения

В качестве численного примера оптимизации траекторий с использованием разработанного метода рассмотрим задачу перелета КА от Земли к Марсу. Дата отлета КА от Земли – 20 апреля 2035 года, отлетный гиперболический избыток скорости 2000 м/с, длительность перелета 700 суток, гиперболический избыток скорости у Марса равен 0 (задача сопровождения). Рассматривались два варианта начальной массы КА на отлетной траектории: 1800 кг и 1500 кг. Для расчета координат и компонент скорости Земли и Марса использовалось эфемеридное обеспечение JPL DE405. ЭРДУ включает в свой состав 4 двигателя тягой по $T_{thr} = 83$ мН с удельным импульсом $c = 1520$ с, потребляющих по $P_{thr} = 1500$ Вт электрической мощности. Начальная мощность солнечных батарей, обеспечивающих электропитание ЭРДУ принята равной 7000 Вт, их мощность обратно пропорциональна квадрату гелиоцентрического удаления КА.

На рисунке 2 представлены основные результаты оптимизации траектории перелета. В верхнем ряду представлены проекции оптимальной гелиоцентрической траектории КА на плоскость эклиптики. Толстыми линиями показаны участки траектории КА с работающей ЭРДУ, пунктирной линией – пассивные участки траектории. В нижней строке представлены зависимости тяги ЭРДУ от времени. В левой колонке представлен вариант с начальной массой КА 1800 кг, а в правой – с начальной массой КА 1500 кг.

При начальной массе КА 1800 кг требуемые затраты рабочего тела ЭРДУ составляют 545,084 кг, к сфере действия Марса подлетает КА массой 1254,916 кг. При начальной массе КА 1500 кг требуемые затраты рабочего тела ЭРДУ составляют 354,068 кг, к сфере действия Марса подлетает КА массой 1145,932 кг. В обоих вариантах траектория начинается с пассивного участка (длительностью менее 2 суток в первом варианте и более 60 суток во втором), далее следует длительный активный участок на котором последовательно одновременно работают 4, 3, 2 и 1 двигатель, длительный пассивный участок и короткий активный участок, на котором одновременно работают 2 двигателя.

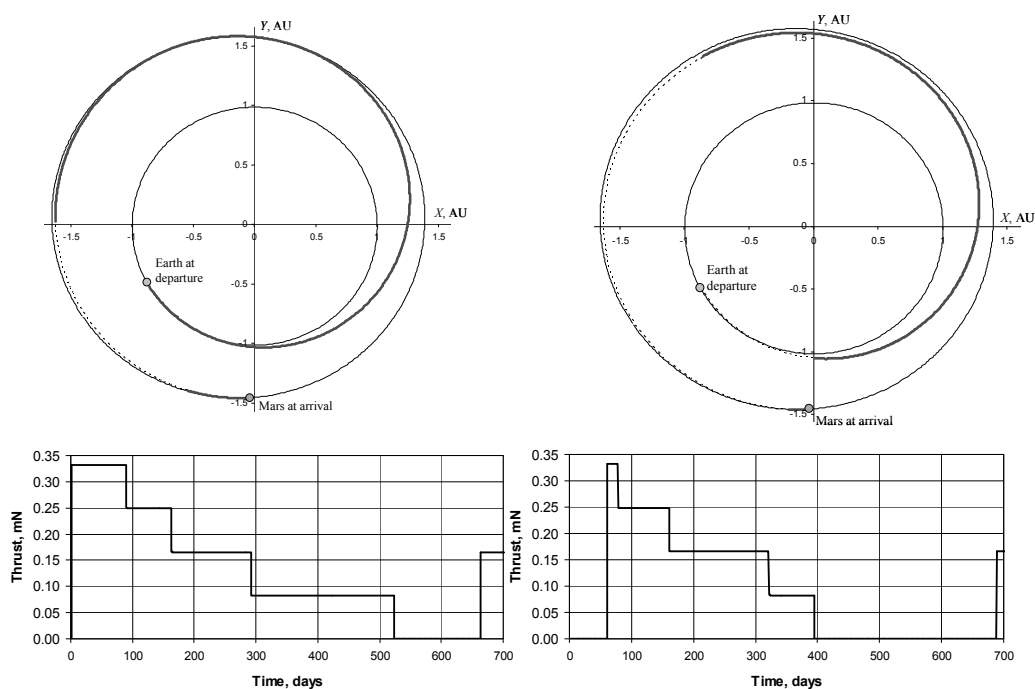


Рисунок 2 – Результаты расчета траектории перелета КА с солнечной ЭРДУ к Марсу

Библиографический список

1. Petukhov, V.G. Optimization of interplanetary trajectories for spacecraft with ideally regulated engines using the continuation method (2008) *Cosmic Research*, 46 (3), pp. 219-232.
2. Petukhov, V.G. Method of continuation for optimization of interplanetary low-thrust trajectories (2012) *Cosmic Research*, 50 (3), pp. 249-261.