

Шулепов А.И., Попов Д.А.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ДВИЖЕНИЕ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В СЛУЧАЕ ПОПУТНОГО ЗАПУСКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ ОТДЕЛЕНИЯ

Введение

В настоящее время малый космический аппарат (МКА) имеет ряд преимуществ, позволяющих стать адекватной заменой больших космических аппаратов. Среди очевидных можно назвать такие достоинства малых аппаратов, как низкая цена, небольшое время разработки и изготовления, низкая стоимость запуска, определяемая использованием конверсионной ракетной техники, групповые и попутные запуски («подсадки»). Одной из основных становится задача максимального размещения МКА на носителе при конверсионном запуске и отделении на рабочих орбитах. Это может быть достигнуто с помощью рационального размещения группы МКА, удовлетворяющего массово-центровочным характеристикам конверсионной ракеты и ряду других требований. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с решением задачи выбора порядка размещения, позволяющего выполнить указанные операции.

Постановка задачи и алгоритм ее решения

Задачу размещения малых космических аппаратов (МКА) можно рассматривать как задачу размещения геометрических объектов внутри замкнутых объемов. Такие задачи относятся к классу многоэкстремальных задач. Получение рационального размещения объектов, в рассматриваемом случае малых космических аппаратов, зависит от способов решения таких задач. Из известных способов решения задач позиционного геометрического проектирования, прошедших апробацию, наибольшее распространение получил метод асимптотического перебора локальных экстремумов. В случае, когда удастся описать границу области допустимых размещений дифференцируемой функцией, возможно применение направленных методов поиска.

Число малых космических аппаратов может быть достаточно большим (например, размещение группы МКА на специальной платформе, получившей в технической терминологии название «адаптер»). Прямой перебор локальных экстремумов даже с помощью быстродействующих ЭВМ приводит к большим затратам как машинного времени, так и проектного. Метод асимптотического перебора является направленным случайным перебором и основан на свойствах вероятностного распределения локальных

экстремумов функции цели. Значение функции цели в точке локального экстремума случайно и зависит от порядка выборки размещаемых МКА. Если в процессе получения локальных экстремумов случайным образом менять порядок не всех n размещаемых МКА, а только определенное их количество k , то полученный закон распределения значений функций цели тоже близок к нормальному с математическим ожиданием M_k и дисперсией σ_k^2 . Причем выполняются соотношения:

$$M_k \neq M_0, \sigma_k^2 < \sigma_0^2, \quad (1)$$

где M_0 – математическое ожидание случайной выборки локальных экстремумов при последовательно-одиночном размещении МКА на адаптере, σ_k^2 – дисперсия.

Это свойство позволяет построить сходящийся алгоритм, осуществляющий направленный сдвиг математического ожидания функции цели в сторону ее глобального экстремума.

Для получения сравниваемых векторов состояния размещения МКА X_0 можно использовать алгоритм последовательно-одиночного размещения [2].

Каждому МКА ставится в соответствии порядковый номер. Номер группировки МКА образует числовую последовательность μ_{0i} , однозначно определяющую локальный экстремум функции цели $\Phi(X_{0i})$. Решение проводится в несколько этапов. На каждом шаге i , содержащем τ_i шагов, в исходной числовой последовательности μ_{0i} с помощью датчика случайных чисел меняются местами ровно k_i номеров. В случае удачного шага за исходную числовую последовательность размещения принимается наилучшая.

Для размещаемых МКА, в зависимости от функции цели, можно оценить порядок их выборки. Этот порядок соответствует порядку монтажа МКА на адаптере и обратному порядку МКА при отстыковке на орбите.

В случае отыскания оптимального размещения МКА при заданном центре масс адаптера выбор порядка размещения можно построить по следующему алгоритму. Представим функцию цели размещения МКА по заданному центру масс в виде:

$$\Phi(X_{0i}) = m_k \min_{u_k \in G_k} |(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_0) - F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1})/m_k|, \quad (2)$$

где $F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1}) = -\sum_{i=1}^{k-1} m_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_0)$ – отклонение вектора статического момента на шаге k .

Увеличение числа размещаемых МКА может быть достигнуто изменением функции (2):

$$\Phi^*(X_{0i}) = m_k \min_{u_k \in G_k} |(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_0) - C_k F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1})/m_k|, \quad (3)$$

$$C_k = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad (C_n = 1). \quad (4)$$

Введение множителя C_k переводит вектор \mathbf{u}_k в занятую область, и поэтому все МКА размещаются на границе занятой области. Из оценки выражений (2) и (4) видно, что сходимость многошагового процесса наилучшим образом обеспечивается при

$$m_1 \geq m_2 \geq m_3 \geq \dots \geq m_n. \quad (5)$$

Условие (5) позволяет выбрать порядок размещения МКА. Условие (5) совпадает с тривиальным соображением о том, что размещение МКА максимальной плотности в районе центра масс обеспечит наилучшую центровку адаптера.

Традиционно размещение грузов или приборов в приборных отсеках КА начинают с более крупных [2]. Покажем это, используя вероятностную оценку. Для описания зоны размещения будем использовать дискретную модель, позволяющую выражать объемы зон размещения и МКА целыми числами. Тогда вероятностью размещения МКА с номером s будем считать статическую вероятность того, что в отсеке после случайного размещения $(s-1)$ МКА найдется место для установки следующего. Другими словами, следует найти вероятность того, что ни один из ранее размещенных МКА не займет места, отведенного для размещения очередного МКА. Объем зоны размещения без объема МКА с номером s будем считать свободным для размещения первых $(s-1)$ МКА. В этом случае искомая вероятность равна отношению числа вариантов размещения $(s-1)$ МКА в свободной зоне (объеме) к общему числу вариантов размещения тех же МКА определяется как

$$P_s = \frac{(k-i)!(k-j)!}{(k-i-j)!k!}, \quad (6)$$

где k – объемзоны размещения, i – объем МКА с номером s , j – сумма объемов ранее размещенных МКА.

Зададимся линейным законом изменения объемов МКА и построим зависимости $P_s(S)$ для двух вариантов последовательного их размещения:

$$W_s^{(1)} = W_0 + \Delta W (s-1), \quad (7)$$

$$W_s^{(2)} = W_0 + \Delta W (n-s); \quad s = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (8)$$

При размещении в порядке убывания объемов (последовательность $W_s^{(2)}$) вероятность размещения последнего МКА значительно больше, чем в случае выбора МКА в обратном порядке (рис. 1). Таким образом, последовательность

$$W_1 \geq W_2 \geq W_3 \geq \dots \geq W_n \quad (9)$$

обеспечивает наибольшую вероятность размещения МКА в заданной зоне (отсеке) размещения [2].

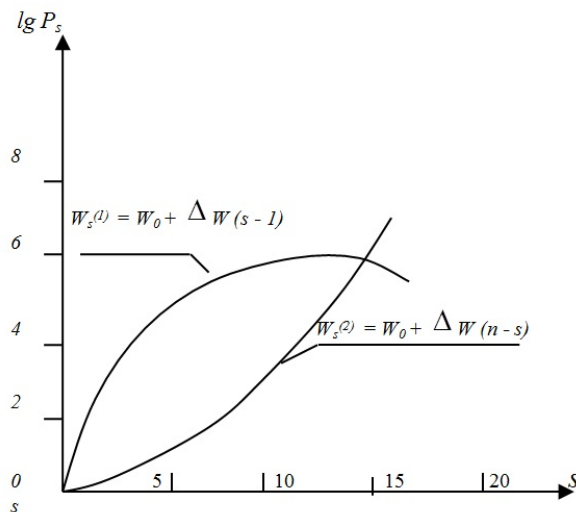


Рис. 1. Влияние закона выбора МКА на вероятность их размещения

Выбор порядка размещения без учета вероятности размещения может привести к такой ситуации, когда установка очередного МКА невозможна, несмотря на то, что варианты удачного размещения существуют.

Учет двух (и более) факторов при выборе порядка представляет собой многокритериальную задачу, решению которой в ряде случаев помогают физические и статистические зависимости между параметрами размещаемых МКА. Так, для согласования порядка размещения, обеспечивающего заданное положение центра масс, с порядком, максимизирующим вероятность размещения (9), необходимо использовать соотношение, связывающее объем и массу МКА

$$m_i = W_i \gamma_i. \quad (10)$$

Поскольку плотность отдельного МКА γ_i – величина случайная, то необходимо учитывать ее статистическое распределение для размещающих МКА. При малых среднеквадратичных отклонениях плотности (например, начиная с $\sigma(\gamma)/M(\gamma) \leq 0,05$) зависимость (10) близка к линейной и можно считать соотношения (5) и (9) почти совпадающими и пользоваться любыми из них.

В рассматриваемом случае для реализации решения задачи выбирается модель космического аппарата, адаптера и МКА [5]. Для предварительной оценки размещения МКА в качестве математической модели описания зон размещения (адаптер, отсек) и МКА выбраны поверхности не выше второго порядка

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r} + 2 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + a_{44} = 0, \quad (11)$$

где \mathbf{A} – аффинор с координатами $\mathbf{A} = a_{ik}$, \mathbf{a} – вектор с координатами $\mathbf{a}_i = a_{ij}$, $i, k = 1, 2, 3, 4, j = 4$.

Значения коэффициентов уравнения поверхности в ориентированной осям декартовой системе координат приведены в таблице 1 и могут быть использованы для описания в первом приближении, как элементов конструкции отсеков и адаптеров, так и самих малых космических аппаратов.

Таблица 1 – Значения коэффициентов поверхностей второго порядка

Поверхность	a_{11}	a_{22}	a_{33}	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}
Плоскость	0	0	0	L	m	n	$-(lx_0 + ny_0 + nz_0)$
Сфера	1	1	1	$-x_0$	$-y_0$	$-z_0$	$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - R^2$
Цилиндр	0	1	1	0	$-y_0$	$-z_0$	$Y_0^2 + z_0^2 - R^2$
Конус	$x_0^2 \operatorname{tg}^2 \phi$	1	1	$x_0^2 \operatorname{tg}^2 \phi$	$-y_0$	$-z_0$	$y_0^2 + z_0^2 - x_0^2 \operatorname{tg}^2 \phi$

Здесь l, m, n – направляющие косинусы нормали к плоскости, x_0, y_0, z_0 – координаты точки на плоскости, центра сферы, цилиндра, конуса, R – радиус зоны размещения (адаптер, отсек).

Выпуклые многогранники, построенные на плоскостях, позволяют описать зоны размещения МКА на адаптере и геометрию МКА.

Реализация и результаты

Решение задачи допустимого размещения МКА на платформе при заданном центре масс отсека (головной части/полезной нагрузки) можно построить следующим образом. Зададимся геометрической формой платформы в виде кольца (рис. 2).

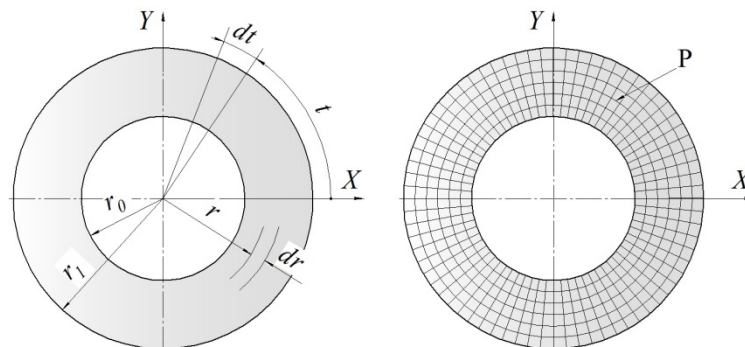


Рис. 2. Схема разбиения платформы-адаптера

На рис. 2 r, t – радиальная и угловая координаты узловой точки на платформе,

$$dr = \frac{r_1 - r_0}{N}, dt = \frac{2\pi}{N'} - \text{радиальный и угловой шаги сетки.}$$

Пусть центр масс отсека находится на продольной оси ракеты-носителя, то есть в точке с координатами $x=0, y=0$. Следовательно, нужно произвести следующую оптимизацию

$$X_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow 0, Y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow 0, Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow h^*, \quad (12)$$

где X_0, Y_0, Z_0 - координаты центра масс группы МКА, m_i - масса i -ого МКА, x_i, y_i, z_i –

координата центра масс i -ого МКА, n – количество МКА.

Из множества допустимых решений удовлетворяющих условиям (3) и (5), случайным образом отберем координаты точек, в которые поместим центры масс МКА. Затем отсортируем (рис. 3) полученный массив по возрастанию в соответствии с (12)

$$P \Rightarrow P_j^* \rightarrow \begin{cases} x_i^{(j)} \rightarrow x_i^{(j)*}, \\ y_i^{(j)} \rightarrow y_i^{(j)*}, \\ z_i^{(j)} \rightarrow z_i^{(j)*}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_i^{(j)*} \\ Y_i^{(j)*} \\ Z_i^{(j)*} \end{cases} \Rightarrow [\delta] \Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_i^{(j)*} \\ \tilde{Y}_i^{(j)*} \\ \tilde{Z}_i^{(j)*} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{x}_i^{(j)} \\ \tilde{y}_i^{(j)} \\ \tilde{z}_i^{(j)} \end{cases},$$

где $x_i^{(j)*}, y_i^{(j)*}, z_i^{(j)*}$ – случайно выбранные координаты центра масс для i -ого МКА на j -ом номере отбора; $X_i^{(j)*}, Y_i^{(j)*}, Z_i^{(j)*}$ – значения положения центра масс группы МКА на j -ом номере отбора; n^* – количество случайно отобранных координат.

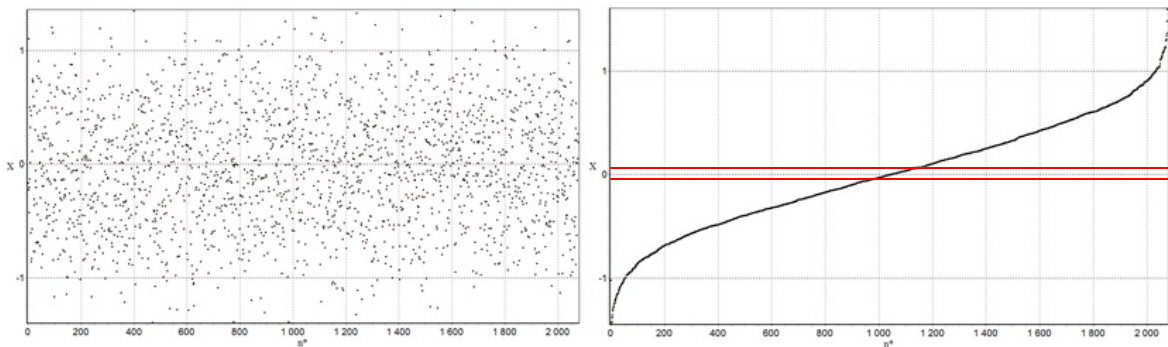


Рис. 3. Отобранные точки до и после сортировки

Необходимо задаться некоторой областью δ , при попадании в которую алгоритм завершит работу. Выбрав значения координат центра масс, попавших в область δ , по индексу j номера отбора получим координаты каждого МКА.

Для описания орбитального движения платформы-выведения и отделившихся МКА примем модель в оскулирующих элементах [6]. В качестве возмущающих факторов примем нецентральность земного поля притяжения [7] и аэродинамические силы.

На рис. 4 изображена схема отделения МКА от базового аппарата или платформы выведения в плоскости орбиты.

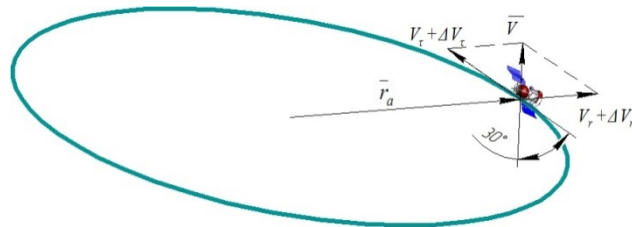


Рис. 4. Схема отделения МКА от базового аппарата

На рис. 5 представлены результаты расчётов для разных случаев отделения – одного МКА по касательной к траектории и двух МКА в диаметрально противоположных направлениях под углом 30 градусов к касательной.

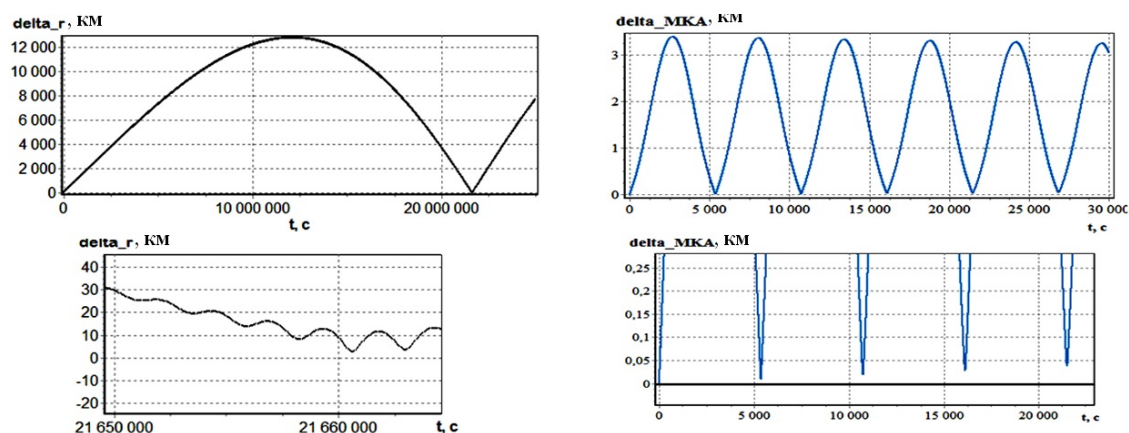


Рис. 5. Графики относительного расстояния между платформой и МКА (слева), между двумя МКА (справа)

Анализируя данные случаи, можно сделать вывод, что при отделении двух аппаратов велика возможность их столкновения через один виток (расстояние между ними будет меньше 10 метров; на последующих витках минимум увеличивается), а при отделении одного аппарата от платформы только через 250 суток расстояние между ними достигнет минимума, который больше 2 км.

Библиографический список

1. Конструирование автоматических космических аппаратов. Д.И. Козлов и др. – М., Машиностроение, 1996.- 447 с.:ил.
2. Гаврилов В.Н. Автоматизированная компоновка приборных отсеков летательных аппаратов. -М., Машиностроение,1988.-136 с.:ил.
3. Шулепов А.И. и др. Автоматизированное проектирование размещения кабельной сети на борту космических аппаратов. Сборник научно-технических статей по ракетно-космической тематике. ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс». Самара 2001., ст. 160-162.
4. S. Andreev, A. Shulepov. One approach to the task of soft spacecraft structure elements location. Proceeding of fourth UKRAINE – RUSSIA – CHINA symposium on space science and technology. Kiev, 1998, p. 248.
5. Шулепов А.И. Возможность повышения энергомассовой эффективности космических аппаратов посредством реализации попутных научных экспериментов. Труды второй международной конференции «Научные и технологические эксперименты на автоматических космических аппаратах и малых спутниках». Июнь, 2011 г., Самара, Издательство СНЦ РАН, 2011, с. 326-329.
6. Нариманов Г.С. Основы теории полёта космических аппаратов [Текст]/ Под ред. д-ра физ.-мат. наук Г.С. Нариманова и д-ра техн. наук М.К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1972. – 608 с.: ил.
7. ПЗ-90.11 «Параметры Земли 1990 года» [Справочный документ] / Военно-топографическое управление генерального штаба вооруженных сил Российской Федерации. – М.: 2014. – 52 с.: ил.