

Сомов Е.И., Бутырин С.А.

**НАВЕДЕНИЕ И ГИРОСИЛОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ОРИЕНТАЦИЕЙ СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБОЗОРА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ
СКАНИРУЮЩЕЙ СТЕРЕОСЪЕМКИ**

Введение

Современные спутники землеобзора обладают возможностью стереоскопической съемки высокого разрешения на местности в плане и по высоте с одного витка орбиты путем отклонения оси визирования одного объектива относительно надира либо используя два объектива, закрепленные в корпусе космического аппарата (КА) под фиксированными углами. Такой тип стереосъемки называют конвергентным, он характеризуется углом конвергенции двух изображений местности – стереопары, полученной в результате выполнения сканирующей съемки местности с двух ракурсов.

Рассматривается КА землеобзора, оснащенный телескопом с матрицами оптико-электронных преобразователей (ОЭП) в его фокальной плоскости (ФП). При съемке участков поверхности Земли совокупностью маршрутов их сканирования телескопом матрицы ОЭП работают в режиме временной задержки и накопления (ВЗН). На поверхности Земли маршрут съемки отображается следом проекций ОЭП, составляя полосу захвата. При известном орбитальном движении центра масс (ЦМ) спутника маршрут съемки определяется законом углового наведения КА, при котором происходит требуемое движение оптического изображения по фотоприемной поверхности ОЭП. С применением известных приемов космической геодезии авторами разработаны аналитические методы синтеза законов наведения КА при произвольном виде сканирующей съемки, которые основаны на методах анализа векторного поля скоростей движения изображения (СДИ) наземных объектов на матрицах ОЭП с ВЗН. Созданные методы конкретизированы для трассовых, протяженных криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ, объектовой съемки – короткого маршрута с оптимальным начальным геодезическим азимутом, для площадного землеобзора с последовательностью ортодромических маршрутов, а также для получения стереоизображений выбранных участков на поверхности Земли. На последовательности чередования маршрутов сканирующей стереосъемки и быстрых поворотных маневров (ПМ) спутника управление ориентацией КА выполняется силовым гироскопическим кластером (СГК) на основе четырех гироскопов (ГД) по сигналам бесплатформенной

инерциальной навигационной системы (БИНС) с астрономической коррекцией. При формировании стереопары имеется ряд требований к динамическим характеристикам системы управления ориентацией (СУО) в процессе ПМ спутника между двумя маршрутами съемки заданной местности с двух ракурсов. Эти требования связаны с ограниченными ресурсами SGK по допустимой области вариации вектора его кинетического момента (КМ), а также по допустимым скоростям и ускорениям угловых перемещений ГД.

1. Математические модели и постановка задачи

Используются стандартные системы координат (СК) – инерциальная (ИСК $O_{\oplus}X_e^I Y_e^I Z_e^I$, базис \mathbf{I}_{\oplus}) с началом в центре Земли O_{\oplus} ; связанная с вращающейся Землей геодезическая Гринвичская (ГСК $O_{\oplus}X_e^e Y_e^e Z_e^e$, базис \mathbf{E}); горизонтная (ГорСК $CX_c^h Y_c^h Z_c^h$, базис \mathbf{H}_c) с эллипсоидальными геодезическими координатами L_c, B_c, H_c и началом в точке C с высотой H_c по орту внешней нормали \mathbf{n}^e к поверхности общеземного эллипсоида (рис. 1); орбитальная (ОСК $Ox^o y^o z^o$, базис \mathbf{O} с ортами радиали \mathbf{r}^o , трансверсали $\boldsymbol{\tau}^o$ и бинормали \mathbf{n}^o) и связанная с КА (ССК $Ox^s y^s z^s$, базис \mathbf{S}) системы координат с началом в его центре масс O (рис. 2). Вводятся телескопная СК (ТСК, базис \mathbf{S} с ортами $\mathbf{s}_i, i=1,2,3 \equiv 1 \div 3$) с началом в центре оптического проектирования S (см. рис. 2), СК поля изображения $O_i x^i y^i z^i$ с началом в центре O_i ФП телескопа (рис. 3) и визирная система координат (ВСК $O_v x^v y^v z^v$, базис \mathbf{V} с ортами \mathbf{v}_i), связанная с матрицей ОЭП. Орт \mathbf{s}_1 телескопного (оптического) базиса $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_i\}$ ориентирован вдоль оптической оси телескопа Sx^s , а орты \mathbf{s}_2 и \mathbf{s}_3 направлены по осям Sy^s и Sz^s , см. рис. 2.

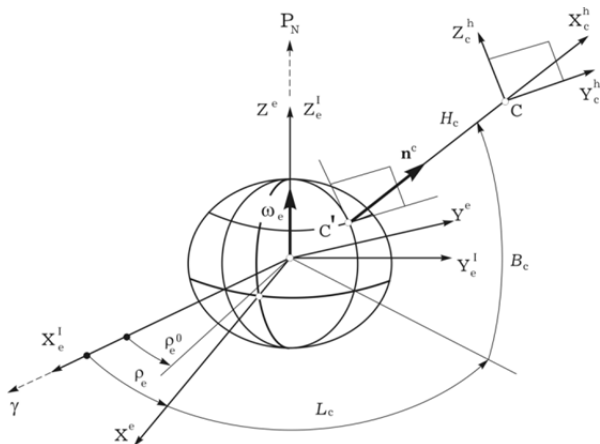


Рис. 1. Базисы \mathbf{I}_{\oplus} , \mathbf{E} и \mathbf{H}

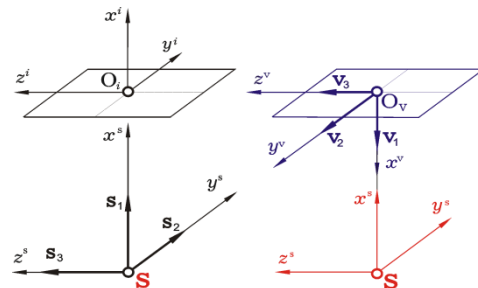


Рис. 3. СК поля изображения и базис \mathbf{V}

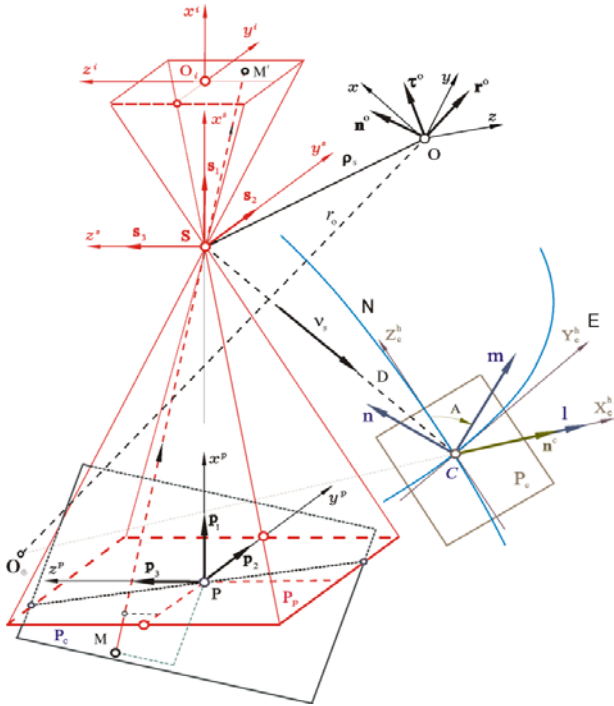


Рис. 2. Геометрия сканирующей съемки

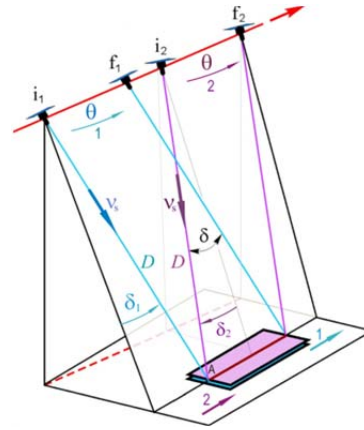


Рис. 4. Схема выполнения стереосъемки

Далее применяются обозначения для векторов $\text{col}(\cdot) = \{\cdot\}$, $\text{lin}(\cdot) = [\cdot]$, $\langle \cdot, \cdot \rangle$, матриц $(\cdot)^t$, $[\mathbf{a} \times]$, кватернионов \circ, \sim .

Поверхность Земли описывается в виде сжатого в направлении ее полюсов эллипсоида вращения с полуосями a_e, c_e и коэффициентом полярного сжатия $\alpha_p = 1 - (c_e/a_e)$. Преобразование эллипсоидальных геодезических координат L_c, B_c, H_c в геодезические координаты X_c^e, Y_c^e, Z_c^e выполняется по аналитическим соотношениям $X_c^e = (N_c + H_c) C_{B_c} C_{L_c}$; $Y_c^e = (N_c + H_c) C_{B_c} S_{L_c}$; $Z_c^e = ((1 - e_p^2) N_c + H_c) S_{B_c}$, где $S_\alpha \equiv \sin \alpha$, $C_\alpha \equiv \cos \alpha$, $N_c = a_e / (1 - e_p^2 S_{B_c}^2)^{1/2}$ и $e_p = (1 - (1 - \alpha_p)^2)^{1/2}$ – радиус кривизны первого вертикала и эксцентриситет меридианного эллипса земного эллипсоида, соответственно.

При столбцах $\mathbf{M}^e = \{X_m^e, Y_m^e, Z_m^e\}$ и $\mathbf{C}^e = \{X_c^e, Y_c^e, Z_c^e\}$, составленных из координат произвольных точек M и C в базисе \mathbf{E} , столбец $\mathbf{M}^h = \{X_m^h, Y_m^h, Z_m^h\}$ координат точки M в базисе \mathbf{H}_c вычисляется по соотношению $\mathbf{M}^h = \mathbf{T}_e^h(B_c, L_c)(\mathbf{M}^e - \mathbf{C}^e)$, где матрица \mathbf{T}_e^h ортогонального преобразования координат при переходе от базиса \mathbf{E} (нижний индекс "e") к базису \mathbf{H}_c (верхний индекс "h") имеет вид

$$\mathbf{T}_e^h = \begin{bmatrix} C_{B_c} C_{L_c} & C_{B_c} S_{L_c} & S_{B_c} \\ S_{L_c} & C_{L_c} & 0 \\ -S_{B_c} C_{L_c} & -S_{B_c} S_{L_c} & C_{B_c} \end{bmatrix}.$$

Орт \mathbf{v}_s целеуказания из фиксированной в ССК точки S на произвольно заданный объект C в окрестности точки C' на поверхности эталонного земного эллипсоида с геодезическими эллипсоидальными координатами B_c, L_c, H_c наиболее просто определяется в ГорСК \mathbf{H}_c . Высота полета КА над земным эллипсоидом, мгновенное положение на нем подспутниковой точки с геодезическими координатами и трасса спутника, как след положений точки O' на поверхности Земли, получаются расчетом эллипсоидальных геодезических координат B_o, L_o, H_o по известным компонентам столбца $\mathbf{r}_o^e = \{X_o^e, Y_o^e, Z_o^e\}$ в базисе \mathbf{E} . Далее для компактности представления метода синтеза законов наведения КА точка S совмещается с точкой O , что достигается при $\rho_s^b = \mathbf{0}$ и приводит к тождеству $\mathbf{r}_s^e = \mathbf{r}_o^e$, хотя на рис. 2 точки O и S намеренно разнесены.

Наряду с матрицей \mathbf{C}_1^b ориентация ССК в ИСК определяется кватернионом $\Lambda_1^b = \Lambda \equiv (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$, $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i\}$. Применяются векторы угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$, а углы ориентации ССК относительно ОСК по крену $\phi_1 = \gamma$, рысканию $\phi_2 = \psi$ и тангажу $\phi_3 = \theta$ используются в последовательности 312 для формирования матрицы \mathbf{C}_o^b . Далее применяется вектор модифицированных параметров Родрига (МПР) $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\} = \mathbf{e} \operatorname{tg}(\Phi/4)$ с ортом оси Эйлера \mathbf{e} и углом Φ собственного поворота. Вектор $\boldsymbol{\sigma}$ взаимно-однозначно связан с кватернионом Λ прямыми $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda}/(1 + \lambda_0)$ и обратными $\lambda_0 = (1 - \sigma^2)/(1 + \sigma^2)$, $\boldsymbol{\lambda} = 2\boldsymbol{\sigma}/(1 + \sigma^2)$ соотношениями. Кинематическое уравнение для кватерниона Λ ориентации ССК относительно ИСК имеет вид $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}/2$, для вектора МПР $\boldsymbol{\sigma}$ прямые и обратные кинематические соотношения представляются как $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4}(1 - \sigma^2)\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle$; $\boldsymbol{\omega} = 4[(1 - \sigma^2)\dot{\boldsymbol{\sigma}} - 2(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\boldsymbol{\sigma}}) + 2\boldsymbol{\sigma}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\sigma} \rangle]/(1 + \sigma^2)^2$, его вторая производная $\ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2}[-\langle \boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rangle \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}(1 - \sigma^2)\boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\boldsymbol{\sigma}}\langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle + \boldsymbol{\sigma}\langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\omega} \rangle + \boldsymbol{\sigma}\langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon} \rangle]$.

Кватернион Λ_e^s ориентации телескопа в ГСК, столбцы $\boldsymbol{\omega}_e^s$ и \mathbf{v}_e^s проекций векторов угловой и поступательной скоростей ТСК на оси базиса $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_i\}$ в базисе \mathbf{E} определяются как $\Lambda_e^s = \Lambda_1^e \circ \Lambda_e^b \circ \Lambda_b^s$; $\dot{\Lambda}_e^s = \Lambda_e^s \circ \boldsymbol{\omega}_e^s/2$; $\boldsymbol{\omega}_e^s = \mathbf{T}_b^s(\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_1^b \boldsymbol{\omega}_\oplus)$; $\mathbf{v}_e^s = \tilde{\Lambda}_e^s \circ \mathbf{v}_o^e \circ \Lambda_e^s$, где вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} \equiv \boldsymbol{\omega}_1^b$, матрица \mathbf{T}_b^s учитывает угловую фиксацию телескопа в корпусе КА и столбец \mathbf{v}_o^e представляет вектор скорости поступательного орбитального движения

ЦМ спутника в ГСК. Представленные соотношения полностью определяют положение, вектор скорости поступательного движения центра S проектирования (совмещенного с точкой O) и вектор скорости углового движения телескопа относительно геодезического гринвичского базиса \mathbf{E} в проекциях на оси оптического базиса \mathbf{S} .

На рис. 4 приведена упрощенная схема стереосъемки, которая содержит два маршрута сканирования заданного участка земной поверхности. Начало A первого маршрута съемки (MC1) определяется из условия достижения значения угла $\delta_1 = \delta/2$ между траверсом точки A на орбитальное положение КА и ортом целеуказания \mathbf{v}_s на эту точку при заданном угле конвергенции δ . Это условие определяет также момент времени $t_i^{(1)}$ начала MC1 и дальность $D_i^{(1)} \equiv D$ наблюдения точки A. Далее следует поворотный маневр КА на интервале времени $t \in [t_f^{(1)}, t_i^{(2)}]$. Момент времени $t_i^{(2)}$ начала второго маршрута съемки (MC2) определяется из условия достижения дальности D наблюдения точки A при значении угла $\delta_2 = -\delta/2$ между траверсом этой точки на спутник и ортом целеуказания \mathbf{v}_s на точку A. Этот маршрут должен выполняться с условиями $D = \text{const}$, $\delta_2 = \text{const} \quad \forall t \in [t_i^{(2)}, t_f^{(2)}]$ также за счет углового наведения КА в ОСК по углу тангажа θ (рис. 4).

Первая задача состоит в синтезе закона наведения КА для получения стереопары изображений при выполнении двух маршрутов сканирования с требуемыми условиями $D = \text{const}$, $\delta_j = \text{const}$ ($j=1,2$) и соответствующими продольной и поперечной СДИ в центре матрицы ОЭП, а также для выполнения ПМ спутника между этими маршрутами с рассчитанными краевыми условиями.

Вторая задача заключается в анализе динамических процессов при реализации синтезированного закона наведения КА с цифровым управлением СГК.

2. Синтез законов углового наведения

Наряду с СК поля изображений $(O_i x^i, y^i, z^i)$ и ТСК (Sx^s, y^s, z^s) на рис. 2 вводятся:

(i) ортогональная СК пространства предметов наблюдения $CX_c^h Y_c^h Z_c^h$ с началом в точке С – "предметный" базис $\mathbf{P}_c = \{\mathbf{p}_i^c\}$ с ортами $\mathbf{p}_1^c, \mathbf{p}_2^c$ и \mathbf{p}_3^c по осям X_c^h, Y_c^h и Z_c^h соответственно, с основной "предметной" плоскостью $P_c \equiv (Y_c^h CZ_c^h)$; (ii) ортогональная

СК поля видимых предметов $(Px^p y^p z^p)$ с началом в точке P и основной плоскостью $P_p \equiv (y^p Pz^p)$ – "картинный" базис $\mathbf{P}_p = \{\mathbf{p}_i\}$, орты базисов \mathbf{S} и \mathbf{P}_p взаимно параллельны и точка P принадлежит основной "предметной" плоскости P_c . Пусть в плоскости P_c задан орт \mathbf{m} с произвольным геодезическим азимутом $A \in [-\pi, \pi]$, который классически отсчитывается от северного направления касательной к местному меридиану по часовой стрелке. Определим орт $\mathbf{l} = \mathbf{n}^c$, ортогональный "предметной" плоскости P_c базиса \mathbf{P}_c , и орт $\mathbf{n} = \mathbf{l} \times \mathbf{m}$, принадлежащий плоскости P_c (рис. 2). Для удобства будем считать $A \in [0, 2\pi]$ и введем угол $B_A = \pi/2 - A$, дополняющий азимут A до $\pi/2$. Отсчет угла B_A выполняется от восточного направления касательной к местной параллели стандартно – против часовой стрелки при взгляде с конца орта \mathbf{l} . Маршрутный базис \mathbf{P}_c^m определяется в горизонтном геодезическом базисе \mathbf{H}_c тремя ортами $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$, именно $\mathbf{P}_c^m \equiv \{\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}\} = [B_A]_1 \mathbf{P}_c$; представления ортов \mathbf{m} и \mathbf{n} в базисе \mathbf{H}_c получаются в виде $\mathbf{m} = C_{B_A} \mathbf{p}_2^c + S_{B_A} \mathbf{p}_3^c$ и $\mathbf{n} = -S_{B_A} \mathbf{p}_2^c + C_{B_A} \mathbf{p}_3^c$. Тождества $C_{B_A} = \cos(\pi/2 - A) = -S_A$ и $S_{B_A} = \sin(\pi/2 - A) = C_A$ позволяют представить полученные соотношения в явной зависимости от геодезического азимута A . Векторы-столбцы $\mathbf{l}_c^e, \mathbf{m}_c^e$ и \mathbf{n}_c^e из проекций ортов $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ в геодезическом базисе \mathbf{E} вычисляются по соотношению $\mathbf{x}_c^e = \mathbf{T}_h^e(B_c, L_c) \mathbf{x}_c^h$, $\mathbf{x} = \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$, где матрица $\mathbf{T}_h^e = (\mathbf{T}_c^h)^t$. В итоге орт целеуказания $\mathbf{v}_s = \mathbf{D}/D$, где вектор дальности $\mathbf{D} \equiv \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_o$ точки P по линии визирования из точки O , вычисляется по аналитическим соотношениям в гринвичском базисе \mathbf{E} и в горизонтном базисе \mathbf{H}_c .

Введем текущий "картинный" базис $\mathbf{P}_p^v = \{\mathbf{p}_i^v\}$ и текущую "картинную" плоскость P_p^v , проходящую через точку P (которая совпадает с точкой C) и ортогональную орту $\mathbf{s}_1 = \mathbf{p}_1^v = -\mathbf{v}_s$. Последнее условие выражается соотношением $\langle \mathbf{p}_1^v, \mathbf{a}_v \rangle = 0$, где \mathbf{a}_v – произвольный вектор, принадлежащий плоскости P_p^v . Задача назначения ортов \mathbf{p}_2^v и \mathbf{p}_3^v в плоскости P_p^v из условия совпадения направлений орта \mathbf{p}_2^v и проекции \mathbf{m}_2^v орта \mathbf{m} на плоскость P_p^v с определением требуемого положения всех трех ортов \mathbf{s}_i базиса \mathbf{S} имеет аналитическое решение $\mathbf{s}_1 = \mathbf{p}_1^v = -\mathbf{v}_s$; $\mathbf{s}_2 = \mathbf{p}_2^v = \mathbf{p}_3^v \times \mathbf{p}_1^v$; $\mathbf{s}_3 = \mathbf{p}_3^v = (\mathbf{p}_1^v \times \mathbf{m}) / |\mathbf{p}_1^v \times \mathbf{m}|$. Пусть

"картинный" базис \mathbf{P}_p имеет требуемое текущее положение \mathbf{P}_p^v , т.е. выполнено тождество $\mathbf{P}_p \equiv \mathbf{P}_p^v$. Для ортов маршрутного базиса \mathbf{P}_c^m справедливы соотношения $\mathbf{P}_c^m = [B_A]_1 \mathbf{P}_c$ и $\mathbf{P}_c^m = \mathbf{Q} \mathbf{P}_p^v$, где ортогональная матрица $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$ имеет компоненты $q_{1j} = \langle \mathbf{l}, \mathbf{p}_j^v \rangle$; $q_{2j} = \langle \mathbf{m}, \mathbf{p}_j^v \rangle$; $q_{3j} = \langle \mathbf{n}, \mathbf{p}_j^v \rangle$, $j=1 \div 3$, причем $q_{23} \equiv 0$. Поэтому связь ортов "картинного" базиса $\mathbf{P}_p = \mathbf{P}_p^v$ и горизонтного базиса $\mathbf{H}_c = \mathbf{P}_c = \{\mathbf{p}_i^c\}$ в точке С выражается как $\mathbf{P}_p = \mathbf{P}_p^v = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{P}_c$, где матрица перспективы наблюдения $\tilde{\mathbf{C}} \equiv \mathbf{Q}^t [B_A]_1$. Для определения связи координат точки М, представленной в геодезическом базисе $\mathbf{H}_c = \mathbf{P}_c$ столбцом $\mathbf{M}^h = \{X_m^h, Y_m^h, Z_m^h\}$, с отображением этой же точки М в "картинном" базисе \mathbf{P}_p в виде столбца $\mathbf{M}^p = \{x^p, y^p, z^p\}$ необходимо учитывать совмещенность точек С и Р, а также взаимное угловое положение этих базисов. В итоге получаются соотношения в виде $\mathbf{M}^p = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{M}^h$; $\mathbf{M}^h = \tilde{\mathbf{C}}^t \mathbf{M}^p$, где матрица $\tilde{\mathbf{C}} = \|\tilde{c}_{ij}\| = \mathbf{C}_h^p$ представляет ориентацию текущего "картинного" базиса \mathbf{P}_p^v относительно базиса $\mathbf{P}_c = \mathbf{H}_c$.

Если не учитывать кривизну земной поверхности в малой окрестности точки С, то точке М соответствует столбец координат $\mathbf{M}^h = \{0, Y_m^h, Z_m^h\}$. Отображение точки М в точку $M'(y^i, z^i)$ основной плоскости СК поля изображений удобно выполнять непосредственно в базисе \mathbf{S} при использовании столбца $\mathbf{M}^s = \{x^s, y^s, z^s\}$ координат точки М в этом базисе и столбца $\mathbf{M}' = \{y^i, z^i\}$ координат точки М' в плоскости $y^i O_i z^i$ (рис. 2). Применение соотношений центральной проекции теории оптических систем и дифференцирование их по времени с учетом подвижности базиса \mathbf{S} относительно ГСК при столбцах $\boldsymbol{\omega}_e^s = \{\omega_{ei}^s\}$ и $\mathbf{v}_e^s = \{v_{ei}^s\}$ приводит к явному соотношению

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{y}}^i \\ \dot{\tilde{z}}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}^i & 1 & 0 \\ \tilde{z}^i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^i \tilde{v}_{e1}^s - \tilde{y}^i \omega_{e3}^s + \tilde{z}^i \omega_{e2}^s \\ q^i \tilde{v}_{e2}^s - \omega_{e3}^s - \tilde{z}^i \omega_{e1}^s \\ q^i \tilde{v}_{e1}^s + \omega_{e2}^s + \tilde{y}^i \omega_{e1}^s \end{bmatrix} \quad (1)$$

для вычисления вектора $\tilde{\mathbf{V}}^i = \{\tilde{V}_y^i, \tilde{V}_z^i\}$ нормированной СДИ с компонентами $\tilde{V}_y^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i) \equiv \dot{\tilde{y}}^i$ и $\tilde{V}_z^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i) \equiv \dot{\tilde{z}}^i$. Здесь $\tilde{y}^i = y^i / f_e$ и $\tilde{z}^i = z^i / f_e$ являются нормированными фокальными координатами точки М', где f_e – эквивалентное

фокусное расстояние телескопа; скалярная функция $q^i \equiv 1 - (\tilde{c}_{21}\tilde{y}^i + \tilde{c}_{31}\tilde{z}^i) / \tilde{c}_{11}$ и компоненты вектора скорости поступательного движения КА в ГСК, нормированные к дальности D , вычисляются по соотношению $\tilde{v}_{ei}^s = v_{ei}^s / D$, $i = 1 \div 3$.

Ориентация орта \mathbf{m} маршрутного базиса \mathbf{P}_c^m определяет требуемое расположение отображения *столбцов* матрицы ОЭП на "предметную" плоскость P_c , а ориентация ортогонального ему орта \mathbf{n} – требуемое расположение отображения *строк* матрицы ОЭП на эту же плоскость. Положение точки C в ГСК с заданным превышением h над земным эллипсоидом при известном орте целеуказания $\mathbf{v}_s^c = \{v_{si}^c\}$ определяется из уравнений $\mathbf{r}_c^e = \mathbf{r}_o^e + d\mathbf{v}_s^e$ и $(X_c^e)^2 + (Y_c^e)^2 + (Z_c^e)^2 / \beta_p^2 = (a_e + h)^2$. Здесь скаляр d участвует в параметрическом представлении луча, направленного по орту целеуказания \mathbf{v}_s^e из точки S в сторону Земли, а параметр $\beta_p^2 \equiv 1 - e_p^2 = (1 - \alpha_p)^2$ характеризует сжатие земного эллипсоида. Совместное решение этих двух уравнений сводится к анализу уравнения $ad^2 + 2bd + c = 0$ относительно параметра d с коэффициентами a, b и c , которые вычисляются по явным соотношениям. В анализируемых условиях всегда коэффициент $b < 0$, поэтому наименьшее значение параметра $d = d^*$ вычисляется явно. Это дает возможность получения координат точки C в геодезическом базисе \mathbf{E} и значения дальности $D = d^*$ этой точки относительно центра проектирования S , совмещенного с центром масс O спутника, по формулам: $X_c^e = X_o^e + Dv_{s1}^e$, $Y_c^e = Y_o^e + Dv_{s2}^e$ и $Z_c^e = Z_o^e + Dv_{s3}^e$.

Если выполняется сканирование с выравнением постоянной продольной СДИ в произвольной точке $(\tilde{y}_*^i, \tilde{z}_*^i)$ ФП телескопа, то должны выполняться два условия: (i) компоненты вектора СДИ $\tilde{V}_z^*(\tilde{y}_*^i, \tilde{z}_*^i) = 0$, $\tilde{V}_y^*(\tilde{y}_*^i, \tilde{z}_*^i) = \tilde{W}_y^i = \text{const}$; (ii) перемещение изображения выровнено по столбцов матрицы ОЭП, $\partial \tilde{V}_y^i(\tilde{y}_*^i, \tilde{z}_*^i) / \partial \tilde{z}^i = 0$. Применение этих условий в универсальной формуле расчета поля скоростей (1) приводит к явному соотношению для вычисления всех трех компонентов вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_e^s$ оптического базиса \mathbf{S} в геодезическом базисе \mathbf{E} . Для маршрута сканирования с выравнением продольной СДИ в центре $(\tilde{y}_*^i, \tilde{z}_*^i) = (0, 0)$ матрицы ОЭП компоненты этого вектора определяются условиями $\omega_{e1}^s = -\tilde{v}_{e2}^s \tilde{c}_{31} / \tilde{c}_{11}$; $\omega_{e3}^s = -\tilde{W}_y^i + \tilde{v}_{e2}^s$; (**а**). При трассовой съемке с постоянной продольной СДИ в центре матрицы ОЭП, которая

выполняется с фиксированным положением линии визирования телескопа в ОСК, когда ее след на земной поверхности отражается линией, эквидистантной трассе спутника. При ортодромической съемке, которая обычно применяется для площадного землеобзора также с постоянной продольной СДИ в центре матрицы ОЭП, осевые линии маршрутов соответствуют геодезическим линиям заданной высоты над земным эллипсоидом. В процессе сканирующей съемки этих видов компоненты вектора СДИ в точке $O_i(0,0)$ определяются условиями $\tilde{V}_y(0,0) = 0$; $\tilde{V}_z(0,0) = \tilde{W}_y^i$ (b), вектор СДИ в этой точке перпендикулярен оси $O_i z^i$ СК поля изображения и след оси визирования должен располагаться соответствующим образом на земном эллипсоиде.

При синтезе закона наведения КА для получения стереопары изображений заданного участка на земной поверхности в процессе выполнения маршрутов его сканирования с двумя ракурсами следует учитывать, что невозможно обеспечить строгое постоянство продольной СДИ в центре матрицы ОЭП при соблюдении основного условия $D = \text{const}$ стереосъемки, и поэтому приходится изменять текущие значения азимута маршрута и продольной СДИ в центре матрицы ОЭП. Начиная с точки А, для МС1 выполняется расчет закона углового наведения КА на первом шаге малой длительности T_s по соотношениям (a) при итерационной вариации значений азимута А маршрута и продольной СДИ так, чтобы в результате выполнения такого шага дальность D наблюдения достигнутой точки на земном эллипсоиде была равна $D_1^{(1)} \equiv D$. Далее описанная процедура повторяется с периодом T_s в очередной достигнутой точке МС1, и процесс численного построения закона углового наведения КА на первом маршруте съемки завершается по превышению заданной длины скана $L_S^{(1)}$ МС1 на земном эллипсоиде. Момент времени $t_1^{(2)}$ начала МС2 определяется из условия достижения дальности D наблюдения точки А при значении угла $\delta_2 = -\delta/2$ между траверсом этой точки на спутник и ортом целеуказания \mathbf{v}_s на точку А. Для совпадения МС1 и МС2 на земном эллипсоиде шаги численного построения закона углового наведения КА на втором маршруте выполняются также с периодом T_s , но с обеспечением постоянства дальности наблюдения D при начальном азимуте $A(t_1^{(1)})$ за счет итерационной вариации значения продольной СДИ \tilde{W}_y^i , когда компоненты вектора СДИ в точке $O_i(0,0)$ определяются условиями (b), ортогональности вектора СДИ и оси $O_i z^i$ СК поля изображения в этой

точке и совпадения следа оси визирования телескопа с центральной линией МС1. Процесс построения закона углового наведения на втором маршруте завершается при длине МС2 $L_S^{(2)} = L_S^{(1)}$. Аналитическое представление законов наведения спутника в ИСК для двух маршрутов сканирующей стереосъемки основывается на интерполяции численных данных векторной функцией МПР σ как векторного сплайна 7-го порядка [1].

3. Законы гиросилового управления ориентаций

При законе углового наведения КА $\Lambda^p(t), \omega^p(t), \dot{\omega}^p(t) = \epsilon^p(t)$ в ИСК кватерниону рассогласования $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p \circ \Lambda$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_i\}$ соответствует вектор параметров Эйлера $\mathbf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$, матрица $\mathbf{C}^e(\mathbf{E}) = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_e^t$, $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e}\times]$ и вектор погрешности ориентации $\delta\phi = \{\delta\phi_i\} = \{2e_0 e_i\}$. Вектор рассогласования по угловым скоростям вычисляется по формуле: $\delta\omega = \{\delta\omega_i\} = \omega - \mathbf{C}^e \omega^p(t)$. Дискретная фильтрация вектора углового рассогласования $\epsilon_l = -\delta\phi_l$ выполняется с периодом T_q . Далее значения вектора ϵ_k^f применяются в законе управления кластером ГД $\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B} \mathbf{g}_k + \mathbf{C} \epsilon_k^f$; $\tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K} \mathbf{g}_k + \mathbf{P} \epsilon_k^f$; $\mathbf{M}_k^g = \omega_k \times \mathbf{G}_k^o + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^e \epsilon_k^p + [\mathbf{C}_k^e \omega_k^p \times] \omega_k + \tilde{\mathbf{m}}_k)$ с периодом T_u , где при матрицах $\mathbf{K}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{P}$, $\mathbf{C}_k^e = \mathbf{C}^e(\mathbf{E}(t_k))$ вектор $\mathbf{G}_k^o = \mathbf{J}\omega_k + \mathbf{H}_k$. Вектор управляющего момента СГК \mathbf{M}_k^g формируется с использованием явной функции настройки [2] и «пересчитывается» в вектор $\mathbf{u}_k^g = \dot{\beta}(t)$ команд цифрового управления гиродинами.

4. Компьютерная имитация

Компьютерная имитация была выполнена для КА землеобзора на солнечно-синхронной орбите (ССО) высотой 720 км. Учитывался шум БИНС с СКО $\sigma^a = 1$ угл. сек и $\sigma^\omega = 0,33 \cdot 10^{-4}$ град/с при измерении углового положения и угловой скорости КА с периодом $T_q = 1/8$ с, дискретная фильтрация измерений выполнялась с этим же периодом, а цифровое управление СГК формировалось с периодом $T_u = 1/4$ с.

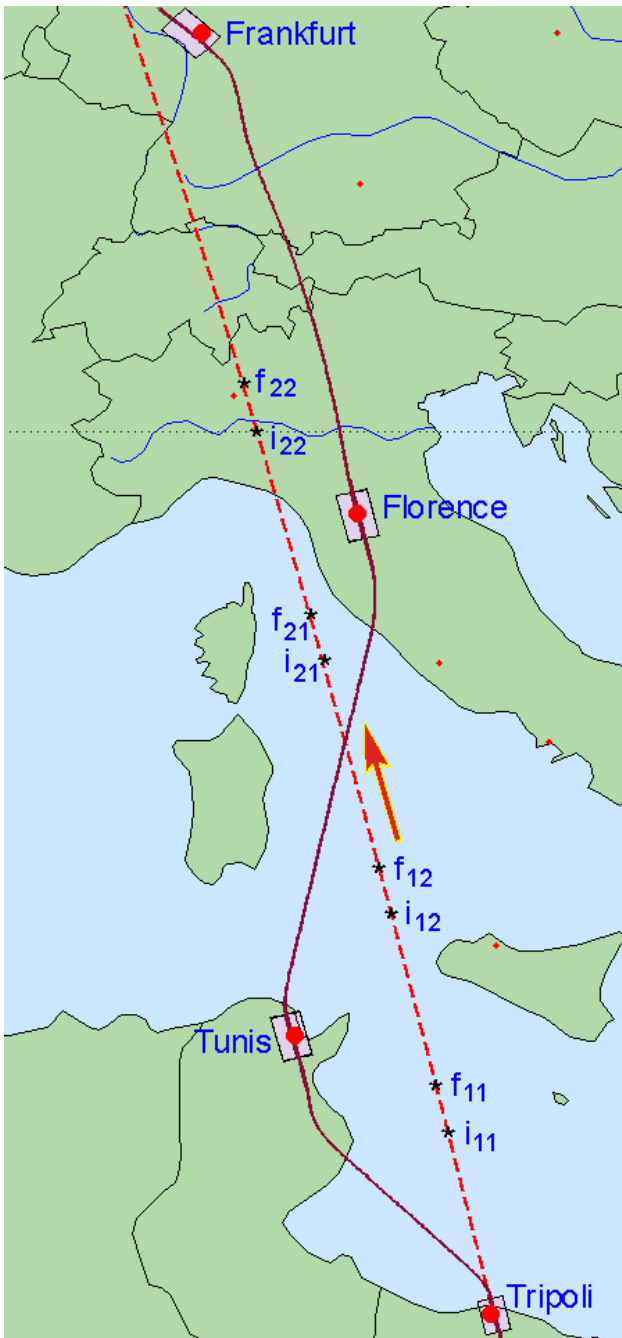


Рис. 5. Маршруты съемки на карте

Маршруты съемки, в том числе двух стерео с углом конвергенции $\delta = 30$ град, представлены на рис. 5 при отсчете времени от момента прохождения КА восходящего узла орбиты:

- сканирующая трассовая съемка, маршрут Триполи, $t \in [539,25; 549,25]$ с;
- ПМ маршрут Триполи \Rightarrow стерео МС1 Тунис, $t \in [549,25; 580,75]$ с;
- стерео МС1 Тунис с азимутом $A = -13,42$ град, точки i_{11} и f_{11} , $t \in [580,75; 591,25]$ с;
- ПМ стерео МС1 Тунис \Rightarrow стерео МС2 Тунис, $t \in [591,25; 647,25]$ с;
- стерео МС2 Тунис с азимутом $A = -13,42$ град, точки i_{12} и f_{12} , $t \in [647,25; 658]$ с;
- ПМ стерео МС2 Тунис \Rightarrow стерео МС1 Флоренция, $t \in [658; 690,75]$ с;
- стерео МС1 Флоренция с азимутом $A = -14,18$ град, точки i_{21} и f_{21} , $t \in [690,75; 701,5]$ с;

- ПМ стерео МС1 Флоренция \Rightarrow стерео МС2 Флоренция, $t \in [701,5; 756]$ с;
- стерео МС2 Флоренция с азимутом $A = -14,18$ град, точки i_{22} и f_{22} , $t \in [756; 766,75]$ с;
- ПМ стерео МС2 Флоренция \Rightarrow маршрут Франкфурт, $t \in [766,75; 810,75]$ с;
- сканирующая съемка с выравниванием, маршрут Франкфурт с азимутом $A = -45$ град, $t \in [810,75; 820,75]$ с.

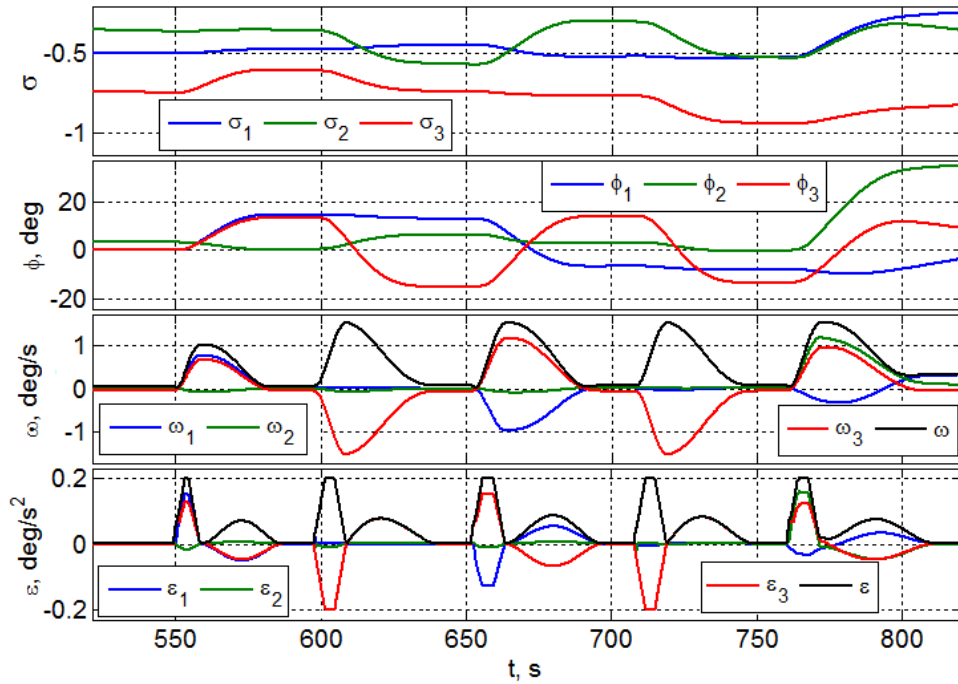


Рис. 6. Закон углового наведения КА для выполнения заданных маршрутов съемки

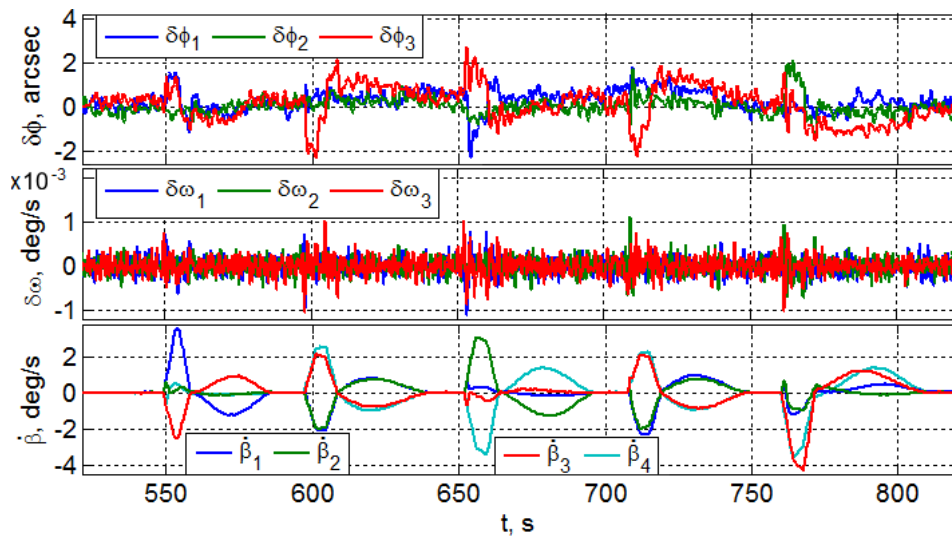


Рис. 7. Погрешности реализации закона наведения и угловые скорости гиросилов

На рис. 6 приведен синтезированный закон наведения спутника для выполнения маршрутов сканирующей съемки указанных видов и поворотных маневров между ними. Здесь первые два графика представляют ориентацию ССК относительно ИСК (вектор МПР $\sigma = \{\sigma_i\}$) и ОСК (углы крена $\phi_1 = \gamma$, рыскания $\phi_2 = \psi$ и тангажа $\phi_3 = \theta$). На следующих двух графиках рис. 6 представлены изменения компонентов векторов угловой скорости и углового ускорения и дополнительно приведены вариации модулей этих векторов. Графические результаты на рис. 7 характеризуют эффективность работы гиросиловой СУО с синтезированными алгоритмами цифрового управления SGK при реализации рассчитанного закона наведения. Приведены компоненты векторов

погрешностей $\delta\phi$ и $\delta\omega$ по углам и угловым скоростям, а также угловые скорости гироскопов.

Заключение

Выполненный анализ движения изображения в ФП телескопа [3] для всех рассмотренных маршрутов сканирующей съемки показал, что реализованная СУО точность наведения и стабилизации углового движения спутника землеобзора гарантирует отсутствие «смаза» получаемого электронного изображения для всего набора матриц ОЭП.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 17-08-01708, 17-48-630637) и Отделения ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

Библиографический список

1. Somov, Ye., Butyrin, S., Somova, T. Synthesis of the vector spline guidance laws for a land-survey satellite at scanning observation and rotational maneuvers // Proceedings of 2016 International Conference “Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems”. – 2016. – P. 1-4.
2. Somov, Ye.I., Platonov, V.N., Sorokin, A.V. Steering the control moment gyroscope clusters onboard high-agile spacecraft // Automatic Control in Aerospace. Oxford: Elsevier Ltd. – 2005. – Vol. 1. – P. 137-142.
3. Сомов, Е.И. Анализ движения изображения в космическом телескопе землеобзора при сканирующей съемке [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин // Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI международной Четаевской конференции. Том 3. Управление. Часть III. – Казань: КНИТУ-КАИ. – 2017. – С. 53-66.