

Онушкин Ю.П., Сизов Д.А.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВЕРТОЛЕТА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ МАНЕВРА «ВОРОНКА»

### Введение

«Воронка» – маневр, при котором вертолет движется на малой высоте по кругу с постоянной скоростью и с постоянным углом тангажа на пикирование так, что нос его направлен на одну фиксированную точку на поверхности земли [1]. Подобное движение можно осуществить как на вертолетах классической, так и соосной схемы, однако на последних скорость скольжения может быть заметно выше. «Воронка» позволяет продемонстрировать маневренные возможности летательного аппарата, поэтому часто выполняется на соревнованиях по вертолетному спорту. Относительно перспектив боевого применения «воронки» для атаки наземных целей нет единого мнения: одни источники допускают ее применение [1, 2], другие указывают на высокую вероятность поражения вертолета с земли [3]. «Воронка» называется левой, когда при взгляде сверху вертолет вращается, а его центр масс движется против хода часовой стрелки [4].

При выполнении левой воронки вертолет движется почти так же, как и при самопроизвольном левом вращении – известном явлении, часто являющемся причиной катастроф [5, 6]. Отличием «воронки» от самопроизвольного вращения, очевидно, является то, что летчик не теряет контроля над вертолетом, поскольку ему хватает запасов управления. Достоверная математическая модель движения вертолета при самопроизвольном левом вращении до сих пор не разработана и данная статья является шагом к ее созданию.

### 1. Кинематика маневра

Используем три системы координат (СК) (рис. 1), выбранные так, чтобы кинематические параметры вертолета при выполнении «воронки» задавались простейшим образом.

1. Земная СК (инерциальная)  $XYZ$ . В этой системе положение центра масс (ЦМ) вертолета описывается тремя параметрами: радиусом кривизны траектории  $r$ , высотой  $h$  и углом  $\alpha$ . При выполнении «воронки» ЦМ движется с постоянной по модулю скоростью  $V$  по окружности, параллельной горизонтальной плоскости, поэтому  $r = const$ ,  $h = const$ ,  $\alpha = \omega t$ ,  $\omega = \dot{\alpha} = const$ ,  $V = \omega r$ .

2. Вращающаяся СК  $X_r Y_r Z_r$ . Начало координат в этой системе совпадает с ЦМ вертолета. Оси  $X_r$  и  $Y_r$  лежат в плоскости движения ЦМ, причем ось  $X_r$  пересекает ось  $Z$ . Ось  $Z_r$  сонаправлена с осью  $Z$ . Ось  $Y_r$  направлена так, чтобы СК  $X_r Y_r Z_r$  была правой.

3. Связанная с вертолетом СК  $x y z$ . Положение этой системы относительно вращающейся СК определяется набором углов Эйлера (3, 2, 1)  $\psi, \theta, \gamma$ , где  $\psi$  – угол рыскания,  $\theta$  – угол тангажа,  $\gamma$  – угол крена [7]. Благодаря использованию вращающейся системы координат при выполнении «воронки» значения указанных углов остаются постоянными, причем  $\psi = 0$ .

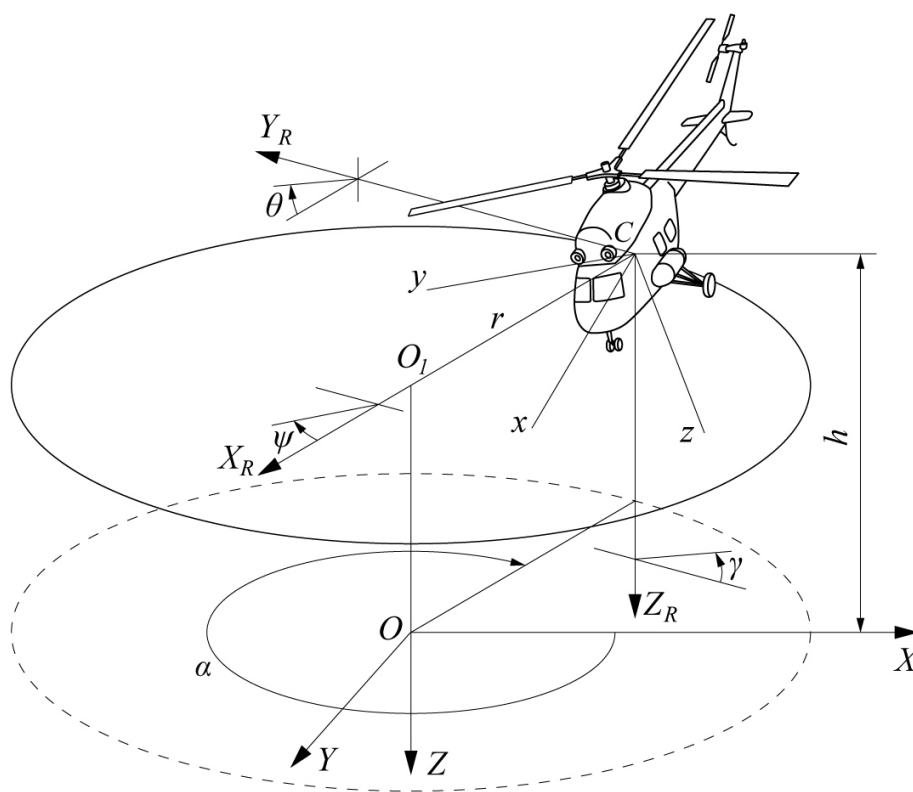


Рис. 1. Используемые системы координат

Преобразования векторов, заданных в указанных системах координат, осуществляются следующим образом:

$$\{v^I\} = [M_1] \{v^R\}, \{v^R\} = [M_1]^T \{v^I\}, \{v^B\} = [M_2] \{v^R\}, \{v^R\} = [M_2]^T \{v^B\},$$

где  $\{v^I\}, \{v^R\}, \{v^B\}$  – произвольные векторы, заданные в инерциальной, вращающейся и связанной СК, соответственно,

$$[M_1] = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & -\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[M_2] = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \sin \psi & \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \sin \gamma \\ \cos \gamma \cos \psi \sin \theta + \sin \gamma \sin \psi & -\cos \psi \sin \gamma + \cos \gamma \sin \theta \sin \psi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}.$$

При выполнении «воронки» ЦМ вертолета движется в горизонтальной плоскости по окружности с центром в точке  $O_1$ . Во вращающейся СК радиус-вектор ЦМ  $\{r_C\}$ , скорость  $\{V_C\}$  и ускорение  $\{a_C\}$  задаются наиболее просто и имеют вид

$$\{r_C\}^R = [-r \quad 0 \quad -h]^T,$$

$$\{V_C\}^R = [0 \quad -\omega r \quad 0]^T,$$

$$\{a_C\}^R = [\omega^2 r \quad 0 \quad 0]^T.$$

Вектор угловой скорости фюзеляжа при выполнении «воронки» удобно задать в инерциальной или вращающейся СК:

$$\{\omega\}^I = \{\omega\}^R = [0 \quad 0 \quad \omega]^T.$$

Преобразовав этот вектор в связанную СК, получим

$$\{\omega\}^B = [-\omega \sin \theta \quad \omega \cos \theta \sin \gamma \quad \omega \cos \gamma \cos \theta]^T.$$

Таким образом, при выполнении «воронки» вертолет, помимо угловой скорости по курсу, имеет также небольшие угловые скорости по крену и тангажу, которые оказывают влияние на естественные завалы конуса несущего винта (НВ), а следовательно, и на требуемые отклонения ручки циклического шага.

## 2. Динамика маневра

Для составления динамических уравнений движения необходимо определить силы и моменты, действующие на вертолет при выполнении «воронки». Примем следующие допущения.

1. Рассматривается вертолет классической схемы, с одним несущим и одним рулевым винтом (РВ).
2. Угловые скорости вращения НВ и РВ относительно фюзеляжа постоянны.
3. Силы тяги НВ  $T_{НВ}$  и РВ  $T_{РВ}$  представляют собой сосредоточенные силы и приложены в геометрических центрах втулок.
4. Подъемная сила на стабилизаторе отсутствует.

5. Поток от НВ не оказывает влияния на работу РВ.  
 6. Индуктивная скорость потока на НВ и РВ одинакова во всех точках.  
 7. Значения относительной индуктивной скорости на РВ при осевом обтекании  $\bar{v}_i$  ( $\bar{v}_i = v_i/v_0$ ) взяты из эксперимента [8] (рис. 2). Она зависит от безразмерной осевой составляющей скорости набегающего на винт потока  $\bar{V}_c = V_c/v_0$ . Применительно к РВ полагаем, что  $v_0 = \sqrt{T_{PB}/2\rho A_{PB}}$ , где  $\rho$  – плотность воздуха,  $A_{PB}$  – площадь, ометаемая РВ.

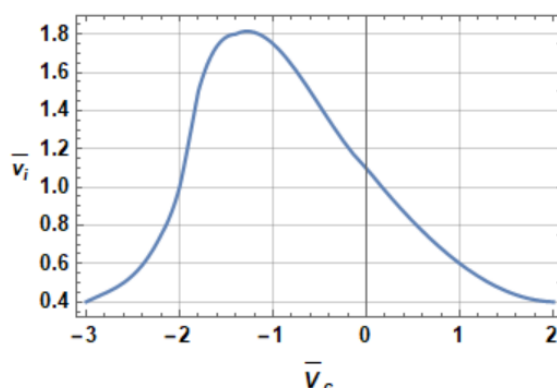


Рис. 2. Зависимость относительной индуктивной скорости на РВ от безразмерной осевой составляющей скорости набегающего потока

Движение центра масс вертолета опишем как

$$\vec{F}^e = m\{a_c\}.$$

Поскольку движение вертолета вокруг центра масс осуществляется с постоянной угловой скоростью, то

$$\vec{M}_e = [0 \ 0 \ 0]^T.$$

Здесь  $\vec{F}^e$  – главный вектор внешних сил,  $\vec{M}_e$  – главный момент внешних сил относительно ЦМ вертолета:

$$\vec{F}^e = \vec{G} + \vec{T}_{HB} + \vec{T}_{PB} + \vec{D}, \quad (1)$$

$$\vec{M}_e = \vec{r}_{HB} \times \vec{T}_{HB} + \vec{r}_{PB} \times \vec{T}_{PB} + \vec{M}_D + \vec{M}_{ГШ}, \quad (2)$$

где  $G = mg$  – сила тяжести,  $m$  – масса вертолета,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\vec{D}$  и  $\vec{M}_D$  – соответственно главный вектор и главный момент сил аэродинамического сопротивления фюзеляжа, определяемые из круговых продувок фюзеляжа,  $\vec{r}_{HB}$  и  $\vec{r}_{PB}$  – соответственно радиус-векторы точек приложения сил тяги НВ и РВ с началом в ЦМ вертолета,  $\vec{M}_{ГШ}$  – момент от разноса горизонтальных шарниров НВ. Силы тяги винтов

$\vec{T}_{HB}$  и  $\vec{T}_{PB}$  определяются по теории элемента лопасти согласно [8]. При нахождении  $\vec{T}_{HB}$  учитываются естественные завалы конуса, вызванные косым обтеканием, а также аэродинамическим демпфированием и гироскопическими эффектами. Задавая скорость скольжения и радиус «воронки» и решая численно векторные (11) и (12), находим требуемые для ее выполнения значения углов тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$ , углов отклонения тарелки автомата перекоса в продольном и поперечном направлениях  $\kappa$  и  $\eta$ , а также углов установки лопастей HB и PB  $\varphi_{HB}$  и  $\varphi_{PB}$ .

### 3. Численное моделирование

Для численного моделирования был выбран вертолет Ми-2. Результаты, полученные для различных значений скорости скольжения и радиуса «воронки», приведены на рис. 3.

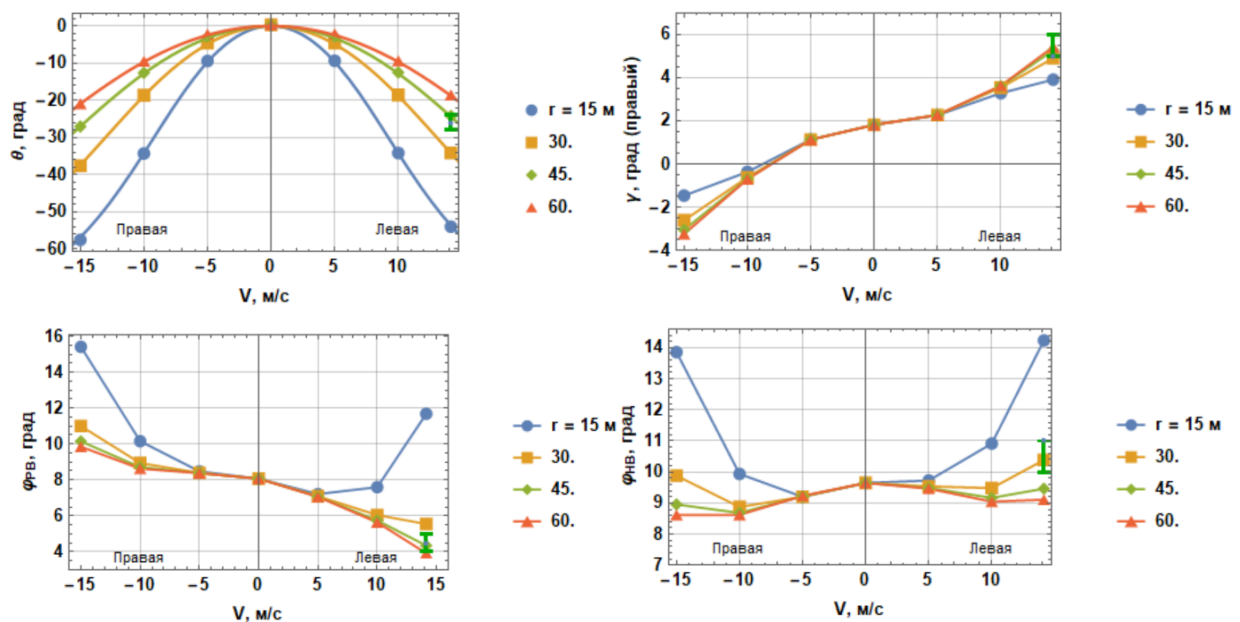


Рис. 3. Результаты численного моделирования

С целью верификации результатов на базе филиала ВУНЦ ВВС «ВВА» в г. Сызрани был проведен летный эксперимент, в ходе которого была выполнена левая воронка радиусом  $45 \pm 2$  м на скорости скольжения  $14,1 \pm 1$  м/с и были измерены необходимые углы тангажа, крена, общего шага РВ и НВ. На рис. 3 полученные значения представлены интервалами с учетом погрешностей их измерения.

### Заключение

Рассмотрен маневр «воронка» на вертолете классической схемы. Создана математическая модель движения вертолета и определены значения углов тангажа и крена, а также углов отклонения органов управления, необходимые для выполнения

«воронки» с заданными параметрами. Показано, что на вертолетах классической схемы для выполнения левой и правой «воронок» необходимы разные по величине отклонения органов управления от балансировочных значений на висении. Результаты работы могут быть использованы для моделирования более сложного движения вертолета – самопроизвольного левого вращения.

#### **Библиографический список**

1. Савинский, Ю.Э. Мир вертолета / Ю. Э. Савинский. – М.: Триумф, 2014. – 519 с.
2. Соосная схема вертолета // Русавиатрейд: сайт. URL: <http://rusaviatrade.ru/293-2/> (дата обращения: 07.06.2019).
3. Матчасть от генерал-лейтенанта Сурцукова: Пилоты не зовут Ми-24 «Крокодиллом» // ФАН: сайт. URL: <https://riafan.ru/737453-matchast-ot-general-leitenanta-surcukova-piloty-ne-zovut-mi-24-krokodilom> (дата обращения: 07.06.2019).
4. Пилотирование вертолета на режиме малых скоростей // СВВАУЛ: сайт. URL: <http://www.svvaul.ru/nashi-resursy/knigi-onlajn/aerodinamika/604-pilotirovanie-vertoljota-na-rezhime-malykh-skorostej#stat> (дата обращения: 07.06.2019).
5. Семенович, А.Р. Попасть на вращение / А.Р. Семенович // Вертолетная индустрия. 2008. Вып. 4. С. 40–42.
6. Анимица, В.А. О «самопроизвольном» вращении одновинтовых вертолетов / В.А. Анимица, В.А. Леонтьев // Научный вестник МГТУ ГА. 2011. № 172. С. 96–102.
7. Schaub, H. Analytical mechanics of space systems / H. Schaub, J.L. Junkins. – American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
8. Bramwell, A. R. S. Bramwell's helicopter dynamics / A.R.S. Bramwell, G. Done, D. Balmford. – Second edition. – Butterworth-Heinemann, 2001.