

Любимов В.В., Куркина Е.В.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ
И ПРИБЛИЖЕННО-ОПТИМАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ
ВЕЛИЧИНОЙ АСИММЕТРИИ МАЛОГО СПУСКАЕМОГО
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Наличие малой асимметрии у космического аппарата (КА), совершающего спуск в атмосфере Марса, приводит к возникновению резонансных явлений в динамике его движения. Реализация длительных резонансов может привести к аварийной ситуации при сбоях в работе парашютной системы и, следовательно, к невыполнению целевой задачи спуска на Марс [1]. По этой причине при атмосферном спуске КА с малой асимметрией требуется соблюдать ограничения на величину пространственного угла атаки и величину угловой скорости.

Рассматриваются две задачи: нахождение приближенно-оптимального управления углом атаки КА посредством изменения величины малой инерционной и аэродинамической асимметрий, а также аналитического задания функции управления угловой скоростью КА посредством изменения величины массовой асимметрии.

При моделировании спуска КА применялись квазилинейные уравнения относительного движения с изменяемыми инерционной и аэродинамической асимметриями при условии постоянной положительной угловой скорости:

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= \varepsilon f_1 + \varepsilon f_2(\theta)u, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \Delta + \varepsilon f_3(\theta)u, \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon f_4.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь α – пространственный угол атаки; θ – быстрая фаза, $\theta = \varphi - \pi/2$; ω – частота

прецессии при угловой скорости $\omega_x = 0$; $f_1 = -\frac{\omega}{2\omega_a^2} \dot{\omega}\alpha$, $f_2 = -\frac{1}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1)$,

$f_3 = \frac{1}{2\omega_a} \sin(\theta_1 + \theta)$, $f_4 = \frac{\omega}{2q} \dot{q}$; ε – малый параметр, характеризующий величину

инерционной и аэродинамической асимметрий; u – оптимальное управление,

характеризующее величину инерционной и аэродинамической асимметрий; $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2}$ – резонансное соотношение частот [2]; $\omega_{1,2}$ – частоты прецессий КА [1], $\omega_{1,2} = \bar{I}_x \omega_x / 2 \pm \omega_a$; ω_x – постоянная положительная угловая скорость КА относительно продольной оси ОХ; ω_a – модуль характерной угловой скорости, $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$; θ_1 – параметр, характеризующий взаимное расположение инерционной и аэродинамической асимметрий; q – скоростной напор; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ – моменты инерции КА относительно осей связанной системы координат ОХYZ; φ – аэродинамический угол крена.

Для решения задачи синтеза управления применяется метод динамического программирования Беллмана [3] и метод усреднения.

Согласно методу Беллмана, ставится задача нахождения оптимального управления u , переводящего начальное положение КА по углу атаки в нулевое положение. При этом управление u должно быть оптимальным в каждый момент времени. В качестве критерия был выбран квадратичный критерий оптимальности. Согласно принципу Беллмана, оптимальное управление может быть вычислено из условия:

$$\min_u (\varepsilon b \alpha^2 + \varepsilon c u^2 + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \left[-\varepsilon \frac{\omega \dot{\omega}}{2\omega_\alpha^2} \alpha - \varepsilon \frac{u}{2\omega_\alpha} \cos(\theta + \theta_1) \right] + \frac{\partial v}{\partial \theta} \Delta) = 0. \quad (2)$$

Решая (2) и определяя производящую функцию, находим оптимальное управление:

$$u = \frac{A_{1,2} \alpha \cos(\theta + \theta_1)}{2c\omega_\alpha}, \quad (3)$$

где $A_{1,2} = \frac{-C_2 \pm \sqrt{C_2^2 - 4C_1 b}}{2C_1}$, $C_1 = \frac{1}{16c\omega_\alpha^2}$, $C_2 = \frac{\omega \dot{\omega}}{\omega_\alpha^2}$; $b > 0$, $c > 0$ – заданные весовые

коэффициенты критерия оптимальности $I = \varepsilon \int_0^T (b\alpha^2 + cu^2) dt$. Здесь T – конечное время управления.

Производилось численное моделирование движения КА конической формы с малой асимметрией, осуществляющего спуск в атмосфере Марса. При этом предполагалось, что спускаемый КА имеет массово-инерционные характеристики, аналогичные спускаемому зонду «Mars Polar Lander»: наибольший радиус основания конуса $r = 1,25$ м, высота конуса $l = 2$ м, масса $m = 576$ кг, моменты инерции $I_x = 270 \text{ кгм}^2$, $I_y = 443 \text{ кгм}^2$, $I_z = 443 \text{ кгм}^2$.

На рисунке 1 представлены результаты численного моделирования изменения угла атаки асимметричного КА при спуске в атмосфере Марса без управления и при управлении инерционной и аэродинамической асимметриями.

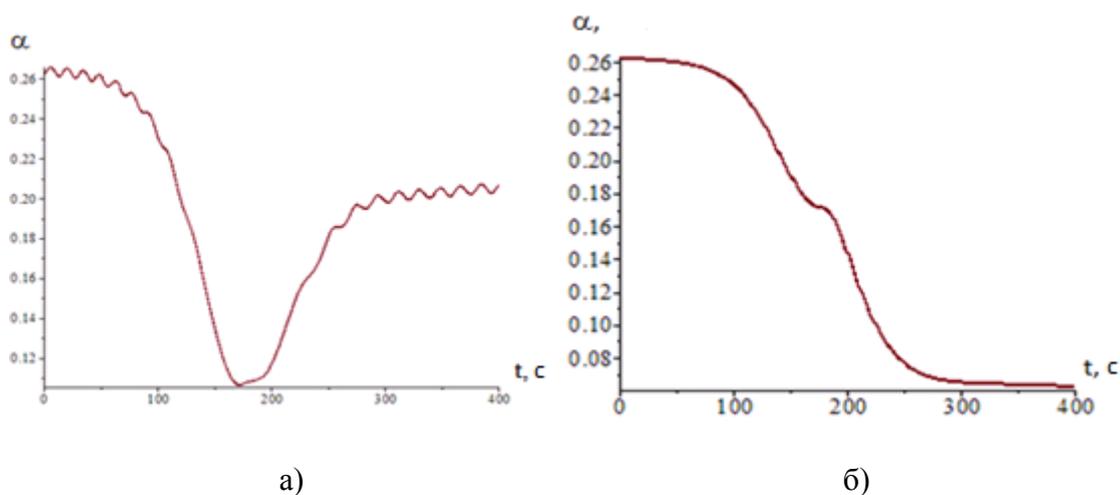


Рис. 1. Изменение величины угла атаки в зависимости от времени полета:

а) без приближенно-оптимального управления;

б) с приближенно-оптимальным управлением

Из сравнения рисунков 1а и 1б можно сделать вывод, что управление величиной асимметрии согласно (3) способствует уменьшению угла атаки до малых значений (меньших 0,01 рад). Следовательно, цель управления пространственным углом атаки в случае спуска космического аппарата в атмосфере Марса можно считать достигнутой.

Для обеспечения нерезонансного движения космического аппарата рассмотрим случай применения двух аналитических законов управления угловой скоростью КА.

Управление производится посредством изменения обобщенного параметра, характеризующего величину массовой асимметрии:

$$m_x^A = k_1 \sin(\lambda_1 H) - \text{синусоидальный закон управления,} \quad (4)$$

$$m_x^A = k_2 e^{\lambda_2 H} - \text{экспоненциальный закон управления.} \quad (5)$$

Здесь H - высота полета КА.

Отметим, что квазилинейные уравнения движения КА, учитывающие параметр малой асимметрии m_x^A имеют вид, описанный в [1].

Численное моделирование движения КА в окрестности резонанса позволяет сделать вывод о том, что выбор коэффициентов $k_1, k_2, \lambda_1, \lambda_2$ в законах управления параметром m_x^A позволяет обеспечить гарантированный проход через резонанс (рис. 2а).

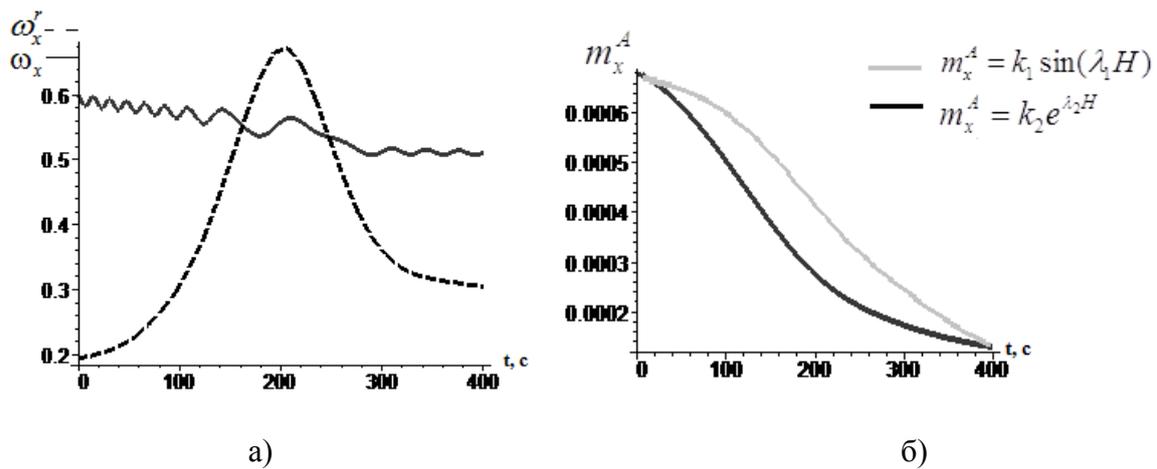


Рис. 2. Зависимости от времени полёта:

- а) угловой скорости ω_x и резонансной угловой скорости ω_x^r при проходе через резонанс;
 б) обобщённого параметра массовой асимметрии m_x^A

Сравнение аналитических законов (рис. 2б) показывает, что экспоненциальный закон (5) позволяет обеспечить более интенсивное уменьшение величины параметра массовой асимметрии m_x^A , что в большей степени способствует реализации нерезонансного движения КА.

Библиографический список

1. Lyubimov V.V., Lashin V.S. External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere // *Advances in Space Research*. 2017. Vol. 59. pp. 1607–1613.
2. Любимов, В. В. Вероятность захвата в резонанс асимметричной капсулы при управляемом спуске в атмосфере Марса // *Мехатроника, автоматизация и управление*. М: Новые технологии. 2017 г. Т.18. №8. С. 564 – 570.
3. Bellman, R. *Dynamic Programming*. Princeton Land Marks in Mathematics [Текст]/ R. Bellman // Princeton. New Jersey. 2010. 392 p.