УДК 681.5.01:658.5

Богданов С.О., Мещанов А.С., Самышева Е.Ю.

К СБЕРЕЖЕНИЮ ЭНЕРГИИ НА УПРАВЛЕНИЕ В СКОЛЬЗЯЩИХ РЕЖИМАХ ПРИ НОМИНАЛЬНЫХ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ. I.

Предлагается построение разрывных управлений на скользящих режимах инвариантных к ограниченным возмущениям с уменьшением и минимизацией значений энергетических затрат на управление, а также регулированием параметров установившихся колебаний такого управления.

Постановка задачи. Рассматривается система в отклонениях от некоторого программного движения с учетом неопределенных ограниченных возмущений

$$\dot{x} = A(t)x + Bu + D(t)F(t), \tag{1}$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, $A(t) = A_0 + \Delta A(t)$, $B = B_0 - n \times m$, $D(t) = D_0 + \Delta D(t) - n \times l$, $F(t) = F_0(t) + \Delta F(t)$; индекс «0» соответствует номинальным (известным) элементам, а символ «Δ» - неопределенным параметрическим (ΔA, ΔD) и внешним (ΔF) ограниченным возмущениям. Для выполнения заданных требований к прямым показателям качества переходных процессов система (1) приводится в скользящий режим на $(n-m)-$ мерное многообразие скольжения $S(s = (s_1, ..., s_m)^T = Cx = 0)$, $s_i = c^i x$, $c^i = (c_{i1}, ..., c_{in})$, $i = \overline{1, m}$.

Для этого векторное управление u задается в виде суммы [1, 2]:

$$u = (u_1, ..., u_m)^T = u_0 + u_\Delta, \tag{2}$$

где u_0 предназначено для номинальной системы (система (1) без $\Delta A, \Delta D, \Delta F$) и находится из условий попадания изображающей точки (и.т.) на многообразие скольжения $\dot{s}_{0i} s_i < 0$, $i = \overline{1, m}$, и условий существования скользящего режима на каждой из гиперплоскостей скольжения $S_i (s_i = c^i x = 0)$, а u_Δ преодолевает влияние неопределенностей и находится из условий попадания $\dot{s}_{\Delta i} s_i < 0$, где

$$\dot{s} = \dot{s}_0 + \dot{s}_\Delta, \ \dot{s}_{0i} = c^i (A_0 x + B_0 u + D_0 F_0(t)),$$

$$\dot{s}_{\Delta i} = c^i (\Delta A(t) x + B_0 u_\Delta + D_0 \Delta F(t) + \Delta D(t)(F_0(t) + \Delta F(t))).$$

Управление u_0 формируется в виде:

$$u_0 = (u_{01}, ..., u_{0m})^T = (CB_0)^{-1} (u_{01}^*, ..., u_{0m}^*)^T = (CB_0)^{-1} \left[K_g g + K_s s - CA_0 x - \delta \, sign \, s \right], \tag{3}$$

где $g=(g_1,...,g_m)^T$, $g_i=d^{iT}x$, $K_g=diag\,(\kappa_{g1},...,\kappa_{gm})$, $K_s=diag\,(\kappa_{s1},...,\kappa_{sm})$, $\delta>0$,

$\kappa_{gi}=\kappa_{gi}^{+}<0$ *при* $s_i g_i>0$, $\kappa_{gi}=\kappa_{gi}^{-}>0$ *при* $s_i g_i\le 0$; $\kappa_{si}=\kappa_{si}^{+}<0$ *при* $s_i g_i>0$, $\kappa_{si}=\kappa_{si}^{-}<0$ *при* $s_i g_i\le 0$, $i=\overline{1,m}$,

а управление u_Δ в виде:

$$u_\Delta=(CB_0)^{-1}u_\Delta^*,\;\; u_\Delta^*=(u_{\Delta 1}^*,...,u_{\Delta m}^*)^T \tag{4}$$

с разрывными составляющими $u_{\Delta i}^*$, зависящими, например, от разрывных κ_{ij} и постоянных коэффициентов κ_i, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$, определяемых по неравенствам $\dot{s}_{\Delta i}s_i<0$ и задаваемых в определенной ограниченной области Ω_U.

Решаются задачи:

1) найти такое управление u согласно (2) - (4), чтобы, во первых, без нарушения скользящего режима и при заданном качестве переходных процессов уменьшить значения модулей u_i и уменьшить и минимизировать по настраиваемым параметрам

$$U=\{\kappa_{gi}^{+},\kappa_{gi}^{-},\kappa_{si}^{+},\kappa_{si}^{-},\kappa_{ij}^{+},\kappa_{ij}^{-},\kappa_i,c_{ij}\},\; i=\overline{1,m},\;\; j=\overline{1,n}, \tag{5}$$

$U\in\Omega_U$, Ω_U – известная область допустимых значений параметров, значение интеграла, характеризующего энергетические затраты на управление

$$J(U)=\int_{t_0}^{t_{nn}}(k_1|u_1|+...+k_m|u_m|)\,dt, \tag{6}$$

$J_*<J(U)\le J^*$, $J_*=0$, J^*- допустимое положительное значение, k_i-положительные размерные коэффициенты для управлений u_i, $i=\overline{1,m}$; во-вторых, так изменить управление (2), чтобы в дополнение к указанным преимуществам регулировать параметры его установившихся колебаний (частоту и амплитуду) в заданных направлениях таким образом, чтобы выводить систему и ее элементы (звенья системы управления) из зоны возможного негативного воздействия данных колебаний;

2) идентифицировать сравнительно большие неопределенные возмущения с применением результатов в построении разрывного управления с малыми энергетическим затратами и в их аналитическом сопоставлении с линейными оптимальными управлениями;

3) обосновать возможности применения решений первых двух задач для стабилизации программных движений подвижных объектов и их электромеханических систем (в частности, продольного движения самолета и стабилизации оборотов вала двигателя постоянного тока) с учетом постоянного воздействия на данные системы

управления ограниченных номинальных и неопределенных внешних и неопределенных параметрических возмущений.

Методы решения первой задачи. Предлагается комплексное пятиступенчатое уменьшение и минимизация энергетических затрат (6) на управление.

На первой ступени уменьшения предлагается вспомогательные гиперплоскости переключений $G_i(g_i = d_i^T x = 0)$ находить из условия равенства нулю каждой из двух составляющих управления u_{0i}^* (3), например, $u_{0i}^* = u_{0i}^{*+} = 0$ при $s_i g_i > 0$. При $s_i g_i \le 0$ после подстановки найденной таким путем функции переключений структур $g_i = -(\kappa_{s_i}^+ s_i - c_i^T A_0 x - \delta_i sign\, s_i) / \kappa_{g_i}^+$, где $c_i^T = (c_{i1},..., c_{in}) - i$-я строка матрицы C, при выполнении условий $|\kappa_{gi}^+| >> |\kappa_{gi}^-|$, $|\kappa_{gi}^+| >> |\kappa_{si}^+|$ получаем сравнительно малые значения модулей $|u_{0i}|$ и для $u_{0i} = u_{0i}^-$.

На второй ступени уменьшения многообразие скольжения $S(s = (s_1,..., s_m)^T = Cx = 0)$ предлагается находить при подходящих $n - m$ собственных значениях λ_i, $i = \overline{1, m}$ матрицы A_0 объекта управления таким образом, чтобы основная по норме составляющая $CA_0 x$ в u_0 (3) принимала в скользящем режиме нулевое значение. Для этого матрица C формируется таким образом, чтобы многообразие S совпало с $(n - m)-$ мерным подпространством собственных векторов, соответствующих указанным собственным значениям λ_i [3].

На третьей ступени предлагается отключение управлений $u_i^* = u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*$, а при одновременном их отключении для всех значений i, $i = \overline{1, m}$ и всех управлений $u_i = u_{0i} + u_{\Delta i}$ в целом, при условии, что скорость приближения $\dot{\bar{s}}_i$ к гиперплоскости $S_i(s_i = c_i^T x = 0)$, и.т. самого объекта (то есть без управления $u_i^* = u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*$) выше, чем с данным управлением: $\dot{\bar{s}}_i s_i \le \dot{s}_i s_i$, $i = \overline{1, m}$, где $\dot{s}_i s_i < 0$ в силу метода построения управления (3). Тогда с учетом выражений производных $\dot{s}_i$ и $\dot{\bar{s}}_i$, находимых в силу системы (1) с управлением u (2)-(4) и без какого-либо управления, получаем:

$$u_i^* = 0 \ \ при \ \ (u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*) s_i > 0, \ \ u_i^* = u_{0\Delta i}^* = (u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*) \ \ при \ \ (u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*) s_i \le 0 .$$

На четвертой ступени предполагается отключение составляющих $u_{\Delta i}^*$ в управлениях $u_{0\Delta i}^* = u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*$ при достаточно малых значениях неопределенных возмущений. Для того, чтобы их не идентифицировать, отключения предлагается производить при достаточной близости фазовых траекторий системы к гиперплоскостям скольжения

$S_i(s_i = c_i^T x = 0)$, $i = \overline{1,m}$ или при векторе скорости, направленном к этой гиперплоскости:

$u_{0\Delta i}^* = u_{0i}^*$ при $(s_i \dot{s}_i < 0$ и $|s_i| > \varepsilon)$ или $|s_i| \le \varepsilon$, $u_{0\Delta i}^* = u_{0i}^* + u_{\Delta i}^*$ при $s_i \dot{s}_i \ge 0$ и $|s_i| > \varepsilon > 0$, $i = \overline{1,m}$.

На пятой ступени решение по настроечным параметрам U (5) находится с применением известного численного метода решения основной задачи управления (ОЗУ) [4]. Метод развивается на случай учета неопределенностей в системе (1) и заключается в решении задачи минимизации функционала $J(U)$ (6) с выполнением требований по качеству переходных процессов приведения составляющих x_i системы (1) в начало координат [5].

Для регулирования частоты и амплитуды установившихся на скользящих режимах колебаний разрывных управлений u_i с целью устранения их возможного негативного воздействия на исполнительные механизмы с понижением их ресурса, а также вывода системы управления из зон возможных резонансных колебаний системы и ее элементов при заданных прямых показателях качества переходных процессов перед применением минимизации по пятой ступени предлагается составляющие κ^+, κ^- разрывных коэффициентов κ в U (5) ($\kappa = \kappa^+$ при $\gamma(s_i) > 0$, $\kappa = \kappa^-$ при $\gamma(s_i) \le 0$, где $\gamma(s_i)$ – линейная функция s_i) формировать в малой окрестности многообразия скольжения, в свою очередь, разрывными [6] либо применить методы, изложенные в работе [7]. Данные методы регулирования колебаний и уменьшения и минимизации энергетических затрат на управление, в частности, применимы при выводе самолета на заданную скорость рулем высоты [8].

Методы решения второй задачи. Для малых энергетических затрат на управление u при больших по модулю неопределенных возмущениях предлагается в системе (1) найти вектор $h = h(x,t)$:

$$h = h(x,t) = \Delta A(t)x + D_0 \Delta F(t) + \Delta D(t) F_0(t) + \Delta D(t) \Delta F(t).$$

Тогда в системе (1) выделяется номинальная и неопределенная части

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u + D_0 F_0(t) + h(x,t). \qquad (7)$$

Для идентификации $h = h(x,t)$ временной интервал I разбивается на малые шаги постоянной длины $I_i = [t_i, t_{i+1})$, $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, $i = \overline{0, k-1}$. Тогда на каждом шаге: $x(t) = x(t_i) = const$, $\dot{x}(t) = \dot{x}(t_i) = \dot{x}_i = 0$, $F_0(t) = F_0(t_i) = F_{0i}$, $u(t) = u(t_i) = u_i = const$ $\quad \forall t \in I_i$, $\quad i = \overline{0, k-1}$. Учитывая измерения $x(t_i)$ и разбивая управление на u_0, вычисленное по номинальной части (7), и u_h, компенсирующее $h = h(x,t)$, $u(x,t) = u_0(x,t) + u_h(x,t,h)$, получаем кусочно-постоянное управление $u = u_i = u_{0i}(x_i, t_i) + u_{hi}(x_i, t_i, h_{i-1})$, в котором $h_i = h(x_i, t_i) = (x_{i+1} - x_i)/\Delta t - (A_0 x_i + B_0 u_i + D_0 F_{0i})$, $h_{-1} = u_{h0} = 0$. С уменьшением длин шагов I_i погрешность в определении h_i уменьшится до требуемой точности. Выделяя известную h_0 и малую неопределенную Δh части $h(x,t) = h_0(x,t) + \Delta h(x,t)$, переходим к системе

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u + D_0 F_0(t) + h_0(x,t) + \Delta h(x,t), \qquad (8)$$

для которой управление с начала второго шага находится как сумма (2), в которой вектор $u_0^* = (u_{01}^*, ..., u_{0m}^*)^T = \left[K_g g + K_s s - CA_0 x - \delta\, sign\, s - Ch_0(x,t)\right]$, а u_Δ в виде (4) по отношению к вектору малых неопределенных возмущений Δh. В результате проведенной идентификации и построения управления u (2) неоправданно большие энергетические затраты на формирование u_Δ сокращаются, а для дальнейшего уменьшения затрат на управление u (2) применяется комплекс методов для решения первой задачи. Наибольший эффект от применения скользящих режимов достигается при выполнении условий его инвариантности ко всем возмущениям:

$$h(x,t) = B_0 \lambda_h(x,t), \qquad D_0 = B_0 \lambda_D. \qquad (9)$$

В этом случае для системы (1) регулярной формы (с нулевыми первыми $n-m$ строками матрицы $B(t)$ и переход к которой осуществляется неособенным преобразованием координат) уравнения скользящего режима после исключения m последних координат в силу условия $s = (s_1, ..., s_m)^T = Cx = 0$ принимают вид:

$$\dot{x}^1 = A_{011} x^1 - A_{012} (C^2)^{-1} C^1 x^1, \qquad (10)$$

где $x^1 = (x_1, ..., x_{n-1})^T$, A_{0ij} и C^1, C^2 - блоки матриц A_0 и C. Для построения матрицы C по заданному качеству процессов в скользящем режиме достаточно воспользоваться известными методами построения линейных управлений, принимая произведение $(C^2)^{-1} C^1$ при $C^2 = E$ за искомую матрицу коэффициентов, либо в общем случае (включая нерегулярность) применить методы других работ, в частности, [3]. При выполнении условий (9) становится возможным компенсация идентифицированного вектора h_0 и в системе с линейным управлением u, но воздействие погрешностей Δh не устраняется. Кроме того, так как размерность системы скользящего режима имеет меньший на m порядок, то в результате применения одного и того же метода в нахождении линейного управления и матрицы $C=(C^1,C^2)$при одном и том же качестве переходных процессов максимальные значения коэффициентов управлений, модулей составляющих управлений и, следовательно, интеграла (6) в линейной системе будут значительно больше. Данный вывод согласуется и с результатами, приведенными в работе [9], а также с результатами численного моделирования систем управления и основан на том, что степень параметра, входящего в коэффициенты управлений и определяющего быстродействие системы, равна ее размерности.

Публикация осуществлена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-41-160012.

Библиографический список

1. Мещанов А.С. Об одном алгоритме управления в системах переменной структуры, Труды КАИ,1975, вып.187. С. 42-48.

2. Мещанов А.С. Приведение линейных стационарных объектов на многообразия скользящего режима при неопределенностях// Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2013. № 2. С. 157-163.

3. Мещанов А.С. Методы построения разрывных управлений и поверхностей переключения в многомерных системах// Изв. вузов. Авиационная техника, 1981, № 2. С. 39-44.

4. Сиразетдинов Т.К. Богомолов А.И. Аналитическое проектирование сложных систем I // Изв. Вузов. Авиац. Техника. -1978. - № 2. С. 83-91.

5. Мещанов А.С. Высокоточное управление спутником наблюдения с малыми энергетическими затратами// Изв. вузов. Авиационная техника. 2008, № 1. С. 17-23.

6. Мещанов А.С. Регулирование колебаний на скользящих режимах для нелинейных объектов. XII Всероссийское совещание по проблемам управления. ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г. Труды. [Электронный ресурс] М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН. 2014. С. 564-577.

7. Богданов С.О., Научный руководитель: А.С. Мещанов. Вывод и стабилизация в скольжении с регулируемыми колебаниями управления при неопределенности. XXII Туполевские чтения (школа молодых ученых): Международная молодёжная научная конференция, 19-21 октября 2015 года: Материалы конференции. Сборник докладов. Казань: Изд-во «Фолиант», 2015. С.53-59.

8. Самышева Е.Ю. О методе управления на скользящем режиме и его применении для стабилизации скорости полета ЛА // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, №2 (46), 2007 г. С. 77-80.

9. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М., Машиностроение, 1976. 184 с.