

## Динамические процессы и системы

УДК 531.38

Авраменко А.А., Асланов В.С.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ПРИ БУКСИРОВКЕ АППАРАТА С ОСТАТКАМИ ТОПЛИВА

#### Введение

В настоящее время изучаются возможности применения тросовых систем для многих операций в космосе [1,2], в том числе для увода космического мусора с орбиты. В этих задачах весьма важными являются вопросы, связанные с движением закрепленного на тросе спутника относительно центра масс [3-5]. Анализ поведения крупногабаритного космического мусора (верхних ступеней ракет-носителей и нефункционирующих спутников), буксируемого с помощью троса, требует изучения его движения вокруг центра масс. В работах [6-10] дан анализ движения таких тросовых систем с учетом упругих свойств троса и космического мусора, а также других факторов. Однако в этих работах не рассматривается большой класс пассивных космических объектов, подлежащих уводу с орбиты и содержащих на своем борту остатки топлива.

В работе изучается плоское движение на круговой орбите тросовой системы, состоящей из космического буксира, троса и нефункционирующего космического мусора с остатками топлива. Целью работы является анализ устойчивости колебаний буксируемого объекта и троса.

#### 1. Основные допущения, параметры системы и выбранные координаты

Рассмотрим движение космической тросовой системы, состоящей из буксира и буксируемого космического аппарата (КА) с остатками топлива в баках. Буксир и КА связаны между собой тросом (рис. 1).

Ограничимся рассмотрением тех случаев, когда все движения происходят в плоскости орбиты. Уравнения движения космической тросовой системы составим в орбитальной системе координат, начало которой совпадает с положением буксира в начальный момент времени. Ось  $Oy$  направлена по прямой, соединяющей притягивающий центр и начало отсчета, а ось  $Ox$  – перпендикулярно оси  $Oy$  по направлению движения буксира (рис. 1).

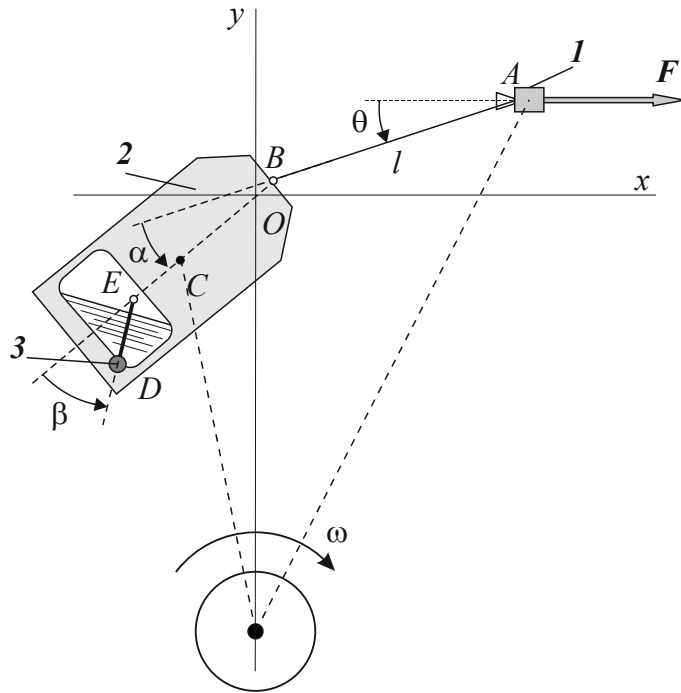


Рис.1. Схема космической тросовой системы

Буксир  $A$  будем рассматривать как материальную точку массой  $m_1$ . Трос полагается невесомым и нерастяжимым. Его длина равна  $l$ . Буксируемый космический аппарат имеет массу  $m_2$ , его момент инерции относительно центра масс  $I$ . Расстояние от точки крепления троса до центра масс КА –  $BC = a$ . Сила тяги двигателей имеет постоянную величину и направлена вдоль оси  $Ox$ :  $\mathbf{F} = F\mathbf{i} = const$ . Для описания движения остатков топлива в баках КА будем использовать модель присоединенного осциллятора в виде математического маятника [11] длиной  $d$  и массой  $m_3$ .

## 2. Уравнения движения

Для составления уравнений движения в орбитальной системе координат воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода. Через координаты  $x_A, y_A, \theta, \alpha, \beta$  (рис. 1) и соответствующие им скорости выразим кинетическую энергию системы.

Обобщенные силы в рассматриваемой системе  $\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y, Q_\theta, Q_\alpha, Q_\beta)^T$  определяются тягой буксира, силами притяжения и силами инерции [12]. Из уравнений движения можно найти стационарные конфигурации, полагая  $\dot{x}_A, \dot{y}_A, \dot{\theta}, \dot{\alpha}, \dot{\beta} = const$ . Для угла  $\theta$  получим:

$$\frac{3}{2}K \frac{m_1 m_2 l^2}{(m_1 + m_2 + m_3) r_C^2} \sin 2\theta - (m_2 + m_3) \omega l \sin \theta = (k_1 \cos \theta - k_2) \sin \theta = 0.$$

Если  $k_1 > k_2$  возможно появление положения равновесия, отличного от тривиального  $\theta = 0$ . Если относительная масса буксира  $\mu = m_2/m_1 > 10$  и ускорение  $w$ , сообщаемого буксиром не менее  $10^{-4} \text{ м/с}^2$ , то для появления второго положения равновесия длина троса должна быть не менее 300 м.

Будем рассматривать только те случаи, когда  $k_1/k_2 < 1$  и имеет место только одно положение равновесия. Характеристическое уравнение системы первого приближения имеет относительно квадрата собственной частоты  $\omega^2$  один нулевой корень. Остальные корни находятся из кубического уравнения и определяют три собственных частоты рассматриваемой системы. Дискриминант этого уравнения принимает только положительные значения. Значения корней будут тем ближе друг к другу, чем меньше значение дискриминанта. На рис. 2 представлены зависимости дискриминанта от относительной массы буксира  $\mu$  и относительной длины троса  $\lambda = l/a$  при фиксированных значениях относительной массы остатков топлива  $\varepsilon = m_3/m_2$ .

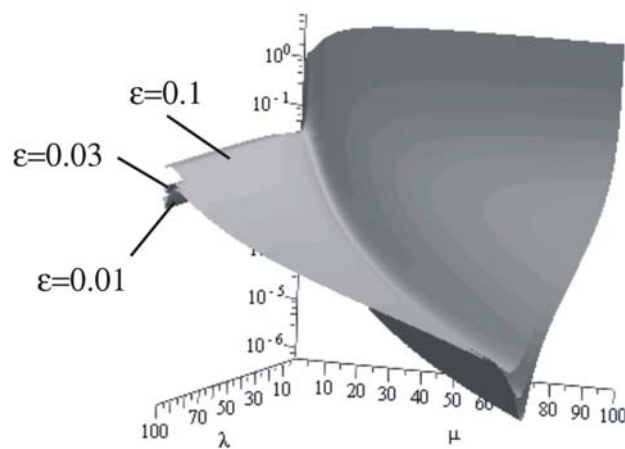


Рис.2. Зависимость дискриминанта от параметров  $\mu$ ,  $\varepsilon$  и  $\lambda$

В рассматриваемой системе при малой относительной массе буксира  $\mu > 100$  и сравнительно небольшой длине троса  $l < 300$  м возможно сближение значений всех трех собственных частот (рис. 3).

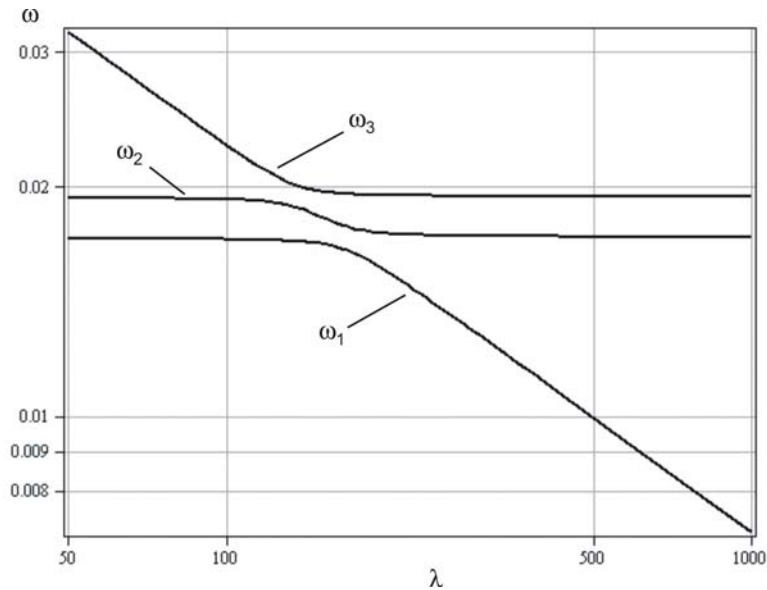


Рис. 3. Зависимость собственных частот от относительной длины троса  $\lambda$

### 3. Результаты моделирования колебаний космической тросовой системы

Результаты численного моделирования колебаний тросовой системы показали, что при одних и тех же начальных условиях наибольшие амплитуды колебаний наблюдаются в тех случаях, когда все три собственные частоты имеют близкие значения.

В результате сложения всех трех форм колебаний с близкими частотами наблюдаются биения, при которых происходит перераспределение энергии колебаний между различными частями колебательной системы. Так при начальных условиях  $\theta_0 = 0$ ,  $\alpha_0 \neq 0$ ,  $\beta_0 = 0$  колебания буксируемого аппарата имеют почти постоянную амплитуду, определяемую начальным углом отклонения (угол  $\alpha$ ), амплитуда колебаний остатков топлива может быть до 20 раз больше амплитуды колебаний самого аппарата (угол  $\beta$ ), появляется непрерывная раскачка троса (угол  $\theta$ ), что может оказать неблагоприятное влияние на ориентацию буксира и привести к его неравномерному движению.

Следовательно, в буксируемой системе есть такие критические сочетания параметров, при которых возможна существенная раскачка системы, что может привести к неконтролируемым движениям самого буксира и нарушению его прямолинейного движения. При других значениях изменяется вид колебаний: изменения углов  $\theta$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  становятся почти периодическими, нет нарастания амплитуд колебаний за счет перераспределения энергии.

#### Заключение

Анализ уравнений движения космической тросовой системы позволяет установить параметры, при которых возможно только одно равновесное положение космической

тросовой системы. Определены сочетания параметров, при которых возможно сближение всех трех собственных частот колебаний. Показано, что при таких сочетаниях возможно периодическое нарастание амплитуд колебаний тросовой системы. Результаты работы могут быть полезны для анализа движения космических тросовых систем с орбитальным буксиром.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (Проект № 16-19-10158).

### Библиографический список

1. Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем [Текст] / В.В. Белецкий, Е.М. Левин. – М.: Наука, 1990. – 329 с.
2. Aslanov, V.S., Ledkov, A.S. Dynamics of the Tethered Satellite Systems. – Elsevier, 2012. – 350 p.
3. Асланов, В.С. Колебания тела с орбитальной тросовой системой [Текст] / В.С. Асланов // ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 6. С.1027-1033.
4. Асланов, В.С. Влияние упругости орбитальной тросовой системы на колебания спутника [Текст] / В.С. Асланов // ПММ. 2010. Т. 74. Вып. 4. С. 582 - 593.
5. Асланов В. С. Колебания спутника с вертикальным упругим тросом на орбите [Текст] / В.С. Асланов // Известия РАН МТТ, №5. 2011, С. 3-15.
6. Aslanov, V.S., Yuditsev, V.V. Dynamics of Large Space Debris Removal Using Tethered Space Tug // Acta Astronautica, – V.91, October-November, 2013. V. 91. – P.149-156.
7. Aslanov, V.S., Yuditsev, V.V. Dynamics of Large Debris Connected to Space Tug by a Tether // Journal of Guidance, Control and Dynamics. – V. 36, No. 6, 2013. – P. 1654-1660.
8. Aslanov, V.S., Ledkov, A.S. Dynamics of towed large space debris taking into account atmospheric disturbance // Acta Mechanica. – V. 225, Issue 9, 2014. – P.2685-2697.
9. Aslanov, V.S., Yuditsev, V.V. Behaviour of Tethered Debris With Flexible Appendage // Acta Astronautica. – V. 104, Issue 1, 2014. – P. 91-98.
10. Aslanov, V.S., Yuditsev, V.V. Dynamics, Analytical Solutions and Choice of Parameters for Towed Space Debris with Flexible Appendages // Advances in Space Research. – V. 55, 2015. – P. 660-667.
11. Абгарян, К.А. Динамика ракет [Текст] / К. А. Абгарян, И. М. Рапопорт. – М.: Машиностроение, 1969. – 378с.
12. Маркеев, А.П. Теоретическая механика [Текст] / А.П. Маркеев – Москва: ЧеРо, 1999. – 572с.