

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЛЕТНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЕРХЛЕГКОГО ВЕРТОЛЕТА

**Введение.** Значительное количество работ в последнее время посвящено различным аспектам проектирования легких и сверхлегких летательных аппаратов, в том числе вертолетов [1–4]. На начальном этапе проектирования важно оценить, какими летно-техническими характеристиками (ЛТХ) будет обладать вертолет. В этой связи следует учитывать две важные особенности сверхлегких вертолетов: потери на бортовое оборудование могут быть весьма значительными, особенно для беспилотных аппаратов; в качестве силовой установки обычно используется поршневой двигатель. Приведенные в классической литературе [5–7] методики расчета ЛТХ в конечном итоге сводятся к решению достаточно сложных нелинейных алгебраических и дифференциальных уравнений, которые решаются только численными методами. Однако на начальном этапе проектирования значительно удобнее использовать аналитические зависимости, даже если они являются приближенными, поскольку они способствуют лучшему пониманию влияния на ЛТХ каждого отдельного параметра вертолета.

Цель работы – получение аналитических зависимостей для расчета ЛТХ сверхлегких вертолетов с учетом характерных для них особенностей и демонстрация возможности применения этих зависимостей для эффективной оптимизации параметров вертолета.

**Расчет лётно-технических характеристик сверхлегкого вертолета.** В основе расчета ЛТХ вертолета лежит мощностной расчет. Последний выполняем по известным методикам [5–7] со стандартными допущениями, принятыми в отрасли. Для нахождения ЛТХ требуется коэффициент потребной мощности двигателя, учитывающий потери на бортовое оборудование:

$$C_{P_e} = \frac{1}{\eta} \left[ C_p + \frac{C_{P_{eq}}}{\eta_g} \right],$$

где  $C_p$  – коэффициент потребной мощности НВ с учетом отбора на рулевой винт (РВ) в установившемся режиме полета,  $C_{P_{eq}}$  – коэффициент мощности бортового оборудования,  $\eta_g$  – КПД генератора,  $\eta$  – КПД главного редуктора.

Режим работы НВ  $\mu_1$ , соответствующий экономической скорости, мало зависит от потерь на бортовое оборудование, поэтому для его определения используем известную зависимость [5, 6]

$$\mu_1 = \left( \frac{\kappa K_t C_T^2 \pi R^2}{3 C_x S} \right)^{1/4},$$

где  $C_x S$  – характерная площадь фюзеляжа,  $C_{x_0}$  – коэффициент лобового сопротивления профиля при нулевой подъемной силе,  $C_T$  – коэффициент тяги,  $K_t$  – коэффициент, учитывающий отбор мощности на РВ,  $R$  – радиус НВ,  $\kappa = 1,15$  – коэффициент, учитывающий концевые и комлевые потери индуктивной мощности.

Режим работы НВ  $\mu_2$ , соответствующий крейсерской скорости, находим из уравнения

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} C_{P_e}(\mu, \rho) = C_{P_e}(\mu, \rho),$$

которое сводится к полиномиальному уравнению четвертой степени

$$\mu^4 + b\mu^3 + c\mu + d = 0. \quad (1)$$

Решая уравнение (1) аналитически и выбирая корень, соответствующий физическому смыслу задачи, получаем

$$\mu_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{2} + \frac{2^{1/3}(bc-4d)}{\alpha}} - \frac{\alpha}{3 \cdot 2^{1/3}} - \frac{b^3+8c}{4\beta} + \frac{\beta}{2} - \frac{b}{4}, \quad (2)$$

где

$$b = \frac{C_{x_0} \kappa K_t \pi R^2 \sigma}{8 C_x S}, \quad c = -\frac{\pi R}{8 C_x S} \left( C_{x_0} \sigma K_t + \frac{8 C_{P_{eq}}}{\eta_g} \right), \quad d = -\frac{C_T^2 \kappa K_t \pi R^2}{C_x S},$$

$$\alpha = \left( 27c^2 + 27b^2d + \sqrt{108(bc-4d)^3 + 729(c^2 + b^2d)^2} \right)^{1/3},$$

$$\beta = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{2^{1/3}(-bc + 4d)}{\alpha} + \frac{\alpha}{3 \cdot 2^{1/3}}}.$$

Режим работы НВ  $\mu_3$ , соответствующий максимальной скорости, можно найти из уравнения

$$P_{max}(\rho) = \pi R^2 (\omega R)^3 \rho C_{p_e}(\mu, \rho), \quad (3)$$

которое также сводится к уравнению вида (1), имеющему корень (2), однако в данном случае следует положить

$$b = \frac{C_{x_0} K K_t \pi R^2 \sigma}{4 C_x S}, \quad c = \frac{8 P_{eq} - 8 \eta_g \eta (b_1 + k_1 \rho) + C_{x_0} K_t \pi R^2 \eta_g \rho \sigma (\omega R)^3}{4 C_x S \eta_g \rho (\omega R)^3}.$$

**Оптимизационный расчёт лётно-технических характеристик сверхлегкого вертолета на этапе проектирования.** Зависимости, приведенные в разделе 2, могут быть использованы на начальном этапе проектирования вертолета для оптимизации его параметров. Целевыми функциями для оптимизационного расчета могут быть, например, максимальная скорость, дальность или продолжительность полета. Независимыми переменными, подлежащими определению в ходе оптимизации, являются в первую очередь параметры НВ, такие как радиус, коэффициент заполнения, окружная скорость концевой элемента. Поскольку ЛТХ определяются аналитически, во многих случаях нет необходимости выполнять численную оптимизацию, и есть возможность получить достаточно простые аналитические зависимости для оптимальных значений параметров.

В качестве примера рассмотрим методику определения оптимального радиуса НВ, максимизирующего скорость полета сверхлегкого вертолета, параметры которого приведены в табл. 1.

Как было показано выше, максимальная скорость горизонтального полета определяется уравнением (3). Умножив обе его части на  $\mu$  и выполнив некоторые преобразования, представим его в виде неявно заданной функции

$$f(R, \mu) = a \mu^4 + b \mu^3 R^2 + (c R^2 + d) \mu + \frac{e}{R^2} = 0, \quad (4)$$

где  $a = \frac{C_x S \rho (\omega R)^3}{2 \eta}$ ,  $b = \frac{C_{x_0} K_t K \pi \rho \sigma (\omega R)^3}{8 \eta}$ ,  $c = \frac{b}{K}$ ,  $d = \frac{P_{eq}}{\eta_g \eta} - b_1 - k_1 \rho$ ,  $e = \frac{\kappa K_t (mg)^2}{2 \pi \eta \rho \omega R}$ .

Таблица 1 – Параметры рассматриваемого вертолета

Параметр	Значение
Нормальная взлетная масса $m$	275 кг
Радиус НВ $R$	2,25 м
Коэффициент заполнения НВ $\sigma$	0,08
Характерная площадь $C_x S$	1,15 м <sup>2</sup>
Коэффициент лобового сопротивления профиля при нулевой подъемной силе $C_{x_0}$	0,01
Окружная скорость концевой элемента лопасти НВ $\omega R$	166 м/с
Мощность, потребляемая бортовым оборудованием $P_{eq}$	3 кВт
Коэффициент поправки на потери на РВ $K_t$	1,0
КПД главного редуктора $\eta$	0,91
КПД генератора $\eta_g$	0,85
Коэффициенты зависимости максимальной мощности двигателя от плотности воздуха $k_1$ $b_1$	43,4 кВт/(кг·м <sup>3</sup> ) –5,26 кВт
Коэффициенты зависимости удельного расхода топлива двигателем от высоты $k_2$ $b_2$	$1,6 \cdot 10^{-11}$ кг/(Вт·с·м) $1,3 \cdot 10^{-7}$ кг/(Вт·с)

Пример функции, описываемой уравнением (4), приведен на рисунке, построенном с использованием данных табл. 1. Видно, что полученная неявная функция имеет максимум. Найдем ее производную по переменной  $R$  в неявном виде:

$$\frac{df(R, \mu)}{dR} = R^4 \mu (b\mu^2 + c) - e. \quad (5)$$

В искомой точке экстремума эта производная обращается в нуль:

$$\frac{df(R, \mu)}{dR} = 0. \quad (6)$$

Приравнивая правую часть равенства (5) к нулю и учитывая, что величина  $b\mu^2$  имеет второй порядок малости по сравнению с коэффициентом  $c$ , получим

$$R = \sqrt[4]{\frac{e}{\mu(b\mu^2 + c)}} \approx \sqrt[4]{\frac{e}{c\mu}}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), получим

$$a\mu^4 + \sqrt{ce\mu} + \mu \left( d + \sqrt{\frac{ce}{\mu}} \right) = 0. \quad (8)$$

Для определения максимальной скорости это уравнение необходимо решить относительно  $\mu$ . Точное аналитическое решение здесь найти затруднительно, поэтому будем искать приближенное решение следующим образом. Первое приближение  $\mu_{max1}$  найдем, учитывая, что на максимальной скорости индуктивная мощность, которой соответствует коэффициент  $e$ , мала. Полагая в уравнении (8)  $e = 0$ , получим

$$a\mu^3 + d = 0,$$

откуда

$$\mu_{max1} = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}. \quad (9)$$

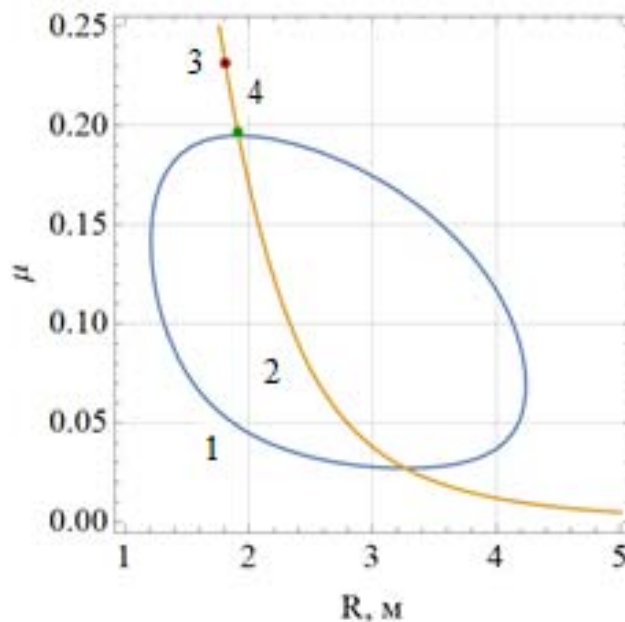


Рисунок 1 – К определению радиуса НВ, обеспечивающего максимальную скорость полета (кривая 1 – уравнение (4); кривая 2 – уравнение (6); точка 3 – уравнение (9); точка 4 – уравнение (11))

Второе, более точное, приближение  $\mu_{max2}$  найдем, раскладывая уравнение (8) в ряд Тейлора в окрестности  $\mu_{max1}$ :

$$A\mu^2 + B\mu + C = 0, \quad (10)$$

$$A = 6a(\mu_{max1})^2 - \frac{\sqrt{ce\mu_{max1}}}{4(\mu_{max1})^2}, \quad B = d - 8a(\mu_{max1})^3 + \frac{3c\sqrt{e}}{2\sqrt{c\mu_{max1}}},$$

$$C = 3a(\mu_{max1})^4 + \frac{3}{4}\sqrt{ce\mu_{max1}}, \quad \mu_{max1} = \sqrt[3]{-\frac{d}{a}}.$$

Решая квадратное уравнение (10) относительно  $\mu$  и выбирая корень, соответствующий физическому смыслу задачи, получим

$$\mu_{max2} = \frac{\sqrt{B^2 - 4AC} - B}{2A}. \quad (11)$$

На рисунке первое приближение  $\mu_{max1}$  показано красной точкой, второе приближение  $\mu_{max2}$  – зеленой. Видно, что в рассматриваемом примере приближенное аналитическое выражение (11) дает результат, отличающийся от точного, характеризуемого пересечением кривых  $f(R, \mu) = 0$  и  $df(R, \mu)/dR = 0$ , не более чем на 1%. Оптимальный радиус НВ, обеспечивающий максимальную скорость, определяется по формуле (7). В рассматриваемом примере он составляет около 1,9 м.

**Заключение.** В работе показано, что основные ЛТХ сверхлегких вертолетов могут быть найдены с помощью достаточно простых аналитических зависимостей, учитывающих как особенности мощностного расчета сверхлегких вертолетов, так и особенности поршневых двигателей, которыми они оснащаются. Для случаев, когда получение точных аналитических зависимостей невозможно, приведены приближенные формулы, применимость которых подтверждена численными расчетами. Предложенный набор аналитических формул для оценки ЛТХ дает широкие возможности для оптимизации геометрических и кинематических параметров НВ. Результаты работы могут найти применение на начальных этапах проектирования легких и сверхлегких вертолетов.

## Библиографический список

1. Determination of a Light Helicopter Flight Performance at the Preliminary Design Stage / Z. Petrović [и др.] // *Strojnicki Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*. – 2010. – Т. 56. – №9.
2. Liu, J., Yin, M., Zhang, Z. Modal and Harmonic Analysis Based on ANSYS for Light Helicopter Tail Beam Tube / J. Liu, M. Yin, Z. Zhang // *Mechanical Engineering & Automation*. – 2013. – Т. 1.
3. Installation issues of a small turboshaft engine into a light helicopter / P. Hendrick [и др.] // *AVT-230 Specialists Meeting on Advanced Aircraft Propulsion Systems*. Rzeszów, Poland. – 2015.
4. Numerical investigations on drag reduction of a civil light helicopter fuselage / Shi W. [и др.] // *Aerospace Science and Technology*. – 2020. – Т. 106. – С. 106–104.
5. Bramwell, A.R.S. *Bramwell's helicopter dynamics* / A.R.S. Bramwell, D. Balmford, G. Done. – Elsevier, 2001.
6. Leishman, G.J. *Principles of helicopter aerodynamics* / G.J. Leishman. – Cambridge university press, 2006.
7. Вертолеты. Расчет и проектирование. Т. 1. Аэродинамика. / М.Л. Миль, А.В. Некрасов, А.С. Браверманн и др. – М.: Машиностроение, 1966.

УДК 533.65

*Онушкин Ю.П., Сизов Д.А., Кочиш Ю.С.*

### **ИНЖЕНЕРНО-ШТУРМАНСКИЙ РАСЧЕТ ПОЛЕТА СВЕРХЛЕГКОГО БЕСПИЛОТНОГО ВЕРТОЛЕТА**

**Введение.** Легкие и сверхлегкие летательные аппараты становятся все более популярными во всем мире, в первую очередь благодаря своей низкой стоимости, которая позволяет использовать их для решения задач, связанных с большим риском потери аппарата. За последнее время появилось множество работ, посвященных различным аспектам проектирования легких и сверхлегких летательных аппаратов [1–4], в том числе вертолетов [5–10], причем особое внимание уделяется беспилотным конфигурациям [1, 4, 9, 10].