

АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА УПРАВЛЕНИЙ, ПРИВОДЯЩИХ ДИНАМИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ В ЗАДАННЫЕ КОНЕЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Рассматривается задача вычисления функции времени, назовем её программным управлением (ПУ). Управление, соответствующее найденному ПУ, переводит объект в заданное состояние по всем фазовым координатам, т.е. решается терминальная задача. В простейшем случае ПУ состоит из отдельных кусочно-постоянных интервалов, количество которых равно порядку дифференциального уравнения (ДУ), описывающего поведение фазовых координат (ФК) объекта. В общем случае ПУ на одном интервале может менять величину, сохраняя знак. Не исключаются интервалы нулевого управления.

Известные методы расчета кусочно-постоянного управляющего воздействия имеют ряд существенных недостатков. Предлагаемый метод ПУ в значительной мере преодолевает эти недостатки.

Пусть ДУ $x^{(n)} + G(x^{(n-1)}, \dots, x) = c u(t)$, описывает поведение объекта, где $u(t) = \pm 1$ – управление, x – выходная координата объекта, $x^{(i)}$ – её производные, фазовые координаты (ФК), c – константа, обеспечивающая управляемость объекта. Обозначим $x = x_1$, $x^{(1)} = x_2, \dots, x^{(n-1)} = x_n$, пусть \bar{X} – совокупность координат объекта. Решается задача вычисления управления $u_*(t)$, $0 \leq t \leq T$, которое переводит ФК из состояния \bar{X}_0 при $t = 0$ в заданное состояние \bar{X}_* в момент T .

Управление $u_*(t)$ вычисляется итеративной процедурой в виде знакопеременной функции, имеющей n интервалов постоянства знака. Такая функция однозначно определяется набором определителей интервалов \bar{S} с компонентами $\{s_1, \dots, s_k, \dots, s_n\}$.

При этом на k – том интервале управления продолжительность интервала $\tau_k = |s_k|$, а значение управления $u(t) = \text{sign}(s_k)$. Таким образом, $u(t)$ определено на отрезке

$0 \leq t \leq T$, где $T = \sum_{i=1}^n |s_i|$.

Итеративная процедура коррекции определителей интервалов имеет вид:

$$s_n^{(m+1)} = s_n^{(m)} + \frac{1}{|F_{n,n}|} D_n^m S^m, m=\overline{0, M},$$

$$s_k^{(m+1)} = s_k^{(m)} + \frac{\alpha_k}{|F_{k,k}|} D_k^m S^m, k=\overline{n-1, 1}, m=\overline{0, M},$$

где $F_{i,j}$ – матрица чувствительности конечных значений координат от значений интервалов управлений, D_i – ошибка значений координат в конце управления, α_k – коэффициент, обеспечивающий последовательность подстройки интервалов управления.

Итерации продолжаются до тех пор, пока суммарный критерий точности $Q = \sum_{i=1}^n |D_i^M|$ станет меньше требуемой величины.

Особенно эффективно применение предлагаемого алгоритма управления для решения задач, в которых необходимо одним сигналом управления обеспечить требуемое значение нескольких координат объекта. Например, это относится к задачам управления подвижными объектами.

Эффективность алгоритмов ПУ проверена на решении ряда задач:

- управление цепочкой из 10-12 интеграторов – демонстрация вычислительных возможностей алгоритмов ПУ;
- управление кораблями, в том числе: управление траекторией прохождения узостей, сближением, швартовкой;
- управление разворотом космической орбитальной станцией (ОС), с гашением колебаний присоединенных гибких элементов;
- быстрое управление космическим кораблем КК (стыковка, переход на новую орбиту);
- ПУ «стыковкой» объектов на встречных курсах;
- расчет управления мягкой посадкой в заданную точку плоскости;
- нагрев стержня, пластины с одного торца до заданной температуры;
- перемещение раскачивающихся грузов на гибкой подвеске;
- вычисление экономичных ПУ с нулевыми интервалами управления;
- вычисление нескольких ПУ для взаимосвязанных объектов;
- расчет одного управляющего воздействия для перевода в заданные состояния нескольких объектов;
- вычисление ПУ с фиксированными моментами переключения управления управления, но с переменной амплитудой управляющего воздействия;

- в режиме регулятора, включающего алгоритм идентификации ДУ объекта, с периодическим перерасчетом ПУ, вызванным проходящими возмущениями и неточной информацией о координатах и ДУ объекта.

Исследование вариантов управления кораблём может производиться на модели, описываемой системой ДУ:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} b_1 u & \text{при } |\delta| < b_2, \\ 0 & \text{при } |\delta| = b_2, \end{cases}$$

$$\dot{\omega} = -b_3 \omega + b_4 \delta v^2,$$

$$\dot{\varphi} = \omega,$$

$$\dot{x} = v \cos \varphi (1 - b_5 |\delta|),$$

$$\dot{y} = v \sin \varphi (1 - b_5 |\delta|),$$

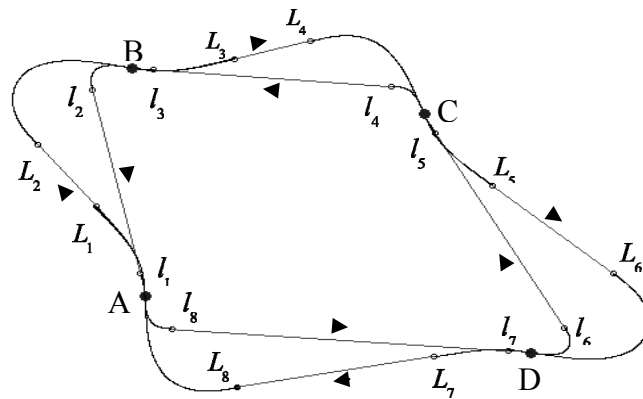


Рисунок 1 – Обход заданных точек на плоскости

Здесь x, y – координаты корабля на водной поверхности; φ – угол курса; ω – угловая скорость разворота; δ – положение руля; u – сигнал управления рулем, принимает значения $-1, 0, +1$; v – скорость корабля; $b_1 - b_5$ – коэффициенты, значения которых выбраны из условия приближения траекторий к траекториям корабля небольших размеров.

Пусть корабль находится в точке А рисунка 1, необходимо рассчитать управление рулём, чтобы траектория корабля последовательно прошла через все точки. При небольшой скорости корабля траектория обхода точек ABCD состоит из последовательности участков Al_1 - управление курсом $\varphi l_1 l_2$ для выхода на прямую $l_1 l_2$, которая проходится при $u = 0, \delta = 0, \omega = 0, \varphi_{12} = const$. В точке l_2 рассчитывается управление $u(t)$, которое приводит корабль в точку В с направлением курса на точку С. Далее производится расчет управления для движения по траектории $B l_3 l_4 C$. Точки начала и конца прямолинейных участков обозначены буквами L_i .

В качестве варианта на рисунке 1 изображена также траектория обхода со скоростью, увеличенной в 3 раза.

Моделирование задачи управления КК можно производить в неподвижных прямоугольных, с центром в центре притяжения, координатах x, y , лежащих в плоскости движения ОС. Приведение КК в плоскость x, y при помощи вычисленного импульса

управления, параллельного оси z , не представляет трудности. Обозначим координаты объекта КК x_1 и y_1 , а соответствующие этой системе координаты ОС - w_1 и w_3 . Скорости изменения координат КК обозначим x_2 и y_2 , для ОС соответственно w_2 и w_4 . Тогда движение объектов по эллиптическим орбитам описывается уравнениями

а) для ОС и уравнения

$$\begin{aligned}\dot{w}_2 &= -b_1 w_1 / r_0^3, \\ \dot{w}_1 &= w_2, \\ \dot{w}_4 &= -b_1 w_3 / r_0^3, \\ \dot{w}_3 &= w_4,\end{aligned}$$

б) для управляемого КК:

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= -b_1 x_1 / r_k^3 + b_1 u_1, \\ \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{y}_2 &= -b_1 y_1 / r_k^3 + b_2 u_2, \\ \dot{y}_1 &= y_2,\end{aligned}$$

где $r_0 = \sqrt{w_1^2 + w_3^2}$, $r_k = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, u_1 - управление вдоль оси x , u_2 - управление вдоль оси y , u_1 и u_2 принимают значения $-1, 0, +1$.

На рисунке 2 изображены траектории стыковки при длительном участке нулевого управления, что вызывает экономию ресурса управляющего воздействия. Однако экономия управляющего воздействия вызывает увеличение времени операции стыковки.

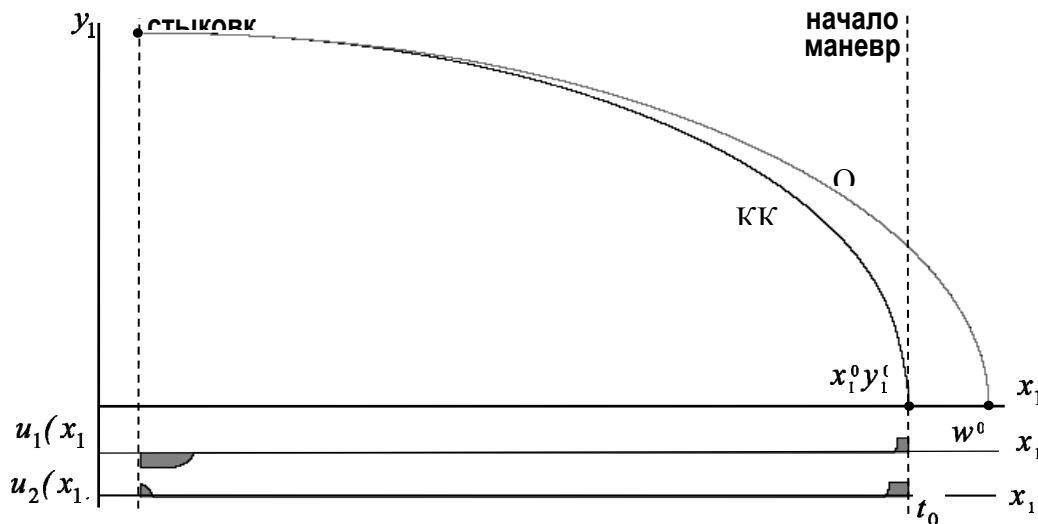


Рисунок 2 – Траектория стыковки при длинном участке нулевого управления

Проделанная в ИПУ работа по вычислению ПУ для различных технических объектов показала простоту применения и эффективность предлагаемых алгоритмов.