УДК 629.783

Ермилов А.С., Ермилова Т.В.

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ДЕФОРМИРУЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ ОТСУТСТВИИ ИНФОРМАЦИИ О ПАРАМЕТРАХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

В [1] была представлена математическая модель углового движения деформируемого космического аппарата (ДКА) с гиросиловым приводом (ГСП) для активной компенсации влияния упругих частей конструкции ДКА на динамику угловой ориентации и стабилизации:

$$I_\varphi \ddot{\bar{\varphi}} - h\dot{\beta} = 0$$

$$I_\beta \ddot{\beta} + k_D \dot{\beta} + h\left(\dot{\bar{\varphi}} - I_\varphi^{-1}\sum_{i=1}^{n}\tilde{I}_i \dot{q}_i\right) = M_\beta(u),$$

$$\left(I_\varphi - \sum_{i=1}^{n} a_i \tilde{I}_i\right)\ddot{q}_i + \omega_i^2\left(I_\varphi - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 1}}^{n} a_j \tilde{I}_j\right)q_i + a_j \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\tilde{I}_j \omega_j^2 q_j + a_i H\dot{\beta} = 0, \qquad (1)$$

$$\varphi = \bar{\varphi} - I_\varphi^{-1}\sum_{i=1}^{n}\tilde{I}_i q_i .$$

Здесь $\bar{\varphi}$ – угол поворота корпуса, вызванный вращением ДКА как жёсткого объекта; $\tilde{\varphi}$ – угол поворота, определяющий дополнительные изменения координаты φ, вызванные воздействием колебаний упругих частей ДКА; I_φ – момент инерции корпуса ДКА относительно центра масс; H – кинетический момент ГСП; β – угол поворота ГСП; I_β – момент инерции ГСП относительно оси прецессии; k_D - коэффициент вязкого трения ГСП, $M_\beta(u)$ – управляющий момент ГСП, u - управляющий сигнал на его входе, q_i – координата, характеризующая i-й тон упругих колебаний, ω_i и a_i – параметры i-го тона упругих колебаний, n – число тонов. Основным достоинством предложенной математической модели является с одной стороны выявление причины медленного затухания колебаний упругих элементов конструкции ДКА, с другой стороны, эта модель предлагает способ решения задачи быстрого демпфирования упругих колебаний. Так из математической модели измерений углового движения ДКА (третье уравнение системы (1)) следует, что при формировании с помощью получаемых оценок управления вида

$$u = K\hat{\varphi} = K(\bar{\varphi} - I_\varphi^{-1}\sum_{i=1}^{n} a_i I_i q_i), \qquad (2)$$

получается, что коэффициенты управления при тонах упругих колебаний $K_i = K\, I_\varphi^{-1} \tilde{I}_i$ за счёт момента инерции I_φ^{-1} в тысячи раз меньше коэффициента K, что и приводит к длительному затуханию упругих колебаний. Следовательно, для ускоренной компенсации упругих колебаний целесообразно ввести дополнительные увеличенные коэффициенты усиления для каждого тона. В этом случае закон управления угловым движением ДКА примет вид

$$\hat{u} = K\overline{\varphi} - I_\varphi^{-1} \sum_{i=1}^{n} \tilde{K}_i \tilde{I}_i q_i \,. \tag{3}$$

Но для формирования подобного закона необходима в реальном времени информация о координатах и параметрах упругих колебаний, которая на борту ДКА может отсутствовать. Особенно это касается параметров ω_i и a_i, которые на земле практически невозможно оценить.

В [2] предложен алгоритм оценивания в реальном времени неизмеряемых координат тонов упругих колебаний ДКА с ГСП только по показания измерителей углового положения. Уравнения динамики углового движения ДКА с ГСП (1) в векторно-матричной форме в виде стохастических уравнений представляют собой

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) + CW(t)\,, \tag{4}$$

где введены следующие обозначения: $x_1 = \overline{\varphi}$, $x_2 = \dot{\overline{\varphi}}$, $x_{2i+1} = q_i$, $x_{2i+2} = \dot{q}_i$, $x_{2n+3} = \beta$, $x_{2n+4} = \dot{\beta}$, $i = \overline{1,n}$ и с целью упрощения введена замена $u = M_\beta$.

Здесь $X = \left(x_1 \ldots x_{2n+4}\right)^{\mathrm{T}}$ − вектор состояния, $B = \left(0 \ldots 0\; I_\beta^{-1}\right)^{\mathrm{T}}$ − вектор управления размерности $2n+4$, A− матрица объекта размерности $(2n+4)\times(2n+4)$, вектор шумов объекта $W = \left(w_1 \ldots w_{n+2}\right)^{\mathrm{T}}$, матрица шумов объекта C размерности $(2n+4)\times(n+2)$. Математическая модель измерений имеет вид:

$$Z(t) = HX(t) + V(t)\,, \tag{5}$$

где Z − вектор измерений, его размерность зависит от количества измерителей, показания которых используются в алгоритме оценивания. В частности, если есть возможность измерять четыре величины: φ, $\dot{\varphi}$, β и $\dot{\beta}$, то вектор Z имеет размерность 4, а матрица измерений H имеет размерность $4\times(2n+4)$. Вектор шумов измерителей в этом случае равен $V = \left(v_1 \ldots v_4\right)^{\mathrm{T}}$.

Таким образом, задача синтеза алгоритма оценивания координат углового движения ДКА с ГСП и упругих колебаний его конструкции $X(t)$ по измерениям $Z(t)$ сводится к частному случаю непрерывного фильтра Калмана в котором матрицы A, B, C и H постоянны:

$$\dot{\hat{X}}(t) = A\hat{X}(t) + Bu(t) + K(t)\left[Z(t) - H\hat{X}(t)\right],\ K(t) = P(t)HR^{-1}, \tag{6}$$

$$\dot{P}(t) = AP(t) + P(t)A^{-1} - P(t)H^{\mathrm{T}}R^{-1}(t)HP(t) + CQ(t)C^{\mathrm{T}}.$$

Здесь $\hat{X}(t)$ − вектор оценок координат $X(t)$, $K(t)$ матрица коэффициентов фильтра, $P(t)$ − матрица ошибок фильтрации. Q и R − ковариационные матрицы шумов объекта и измерителей соответственно. При математическом моделировании алгоритма фильтрации (6) сходимость оценок $\hat{q}_i$ координат тонов упругих колебаний ДКА до 5% от максимального значения реальной координаты q_i осуществлялась за 40 − 50 с. При этом предполагалось, что параметры упругих колебаний ω_i и a_i известны.

В случае, когда ω_i и a_i неизвестны, уравнение объекта (2) принимает вид

$$\dot{X}(t) = f(X(t)) + Bu(t) + CW(t), \tag{7}$$

где $f(X)$ − вектор-функция размерности $4n+4$. Из предположения, что $\dot{\omega}_i = 0$ и $\dot{a}_i = 0$, вектор состояния примет вид $X = \left(x_1 \dots x_{4n+4}\right)^{\mathrm{T}}$, в котором дополнительно введены следующие обозначения $x_{3i+1} = \omega_i$, $x_{4i+2} = a_i$, $x_{4n+3} = \beta$, $x_{4n+4} = \dot{\beta}$. B − вектор управления размерности $4n+4$, вектор шумов объекта $W = \left(w_1 \dots w_{3n+2}\right)^{\mathrm{T}}$, матрица шумов объекта C размерности $(4n+4)\times(3+2)$. Модель измерений (4) и вектор измерений Z остаются прежними. В этом случае задача синтеза алгоритма совместного оценивания координат углового движения ДКА с ГСП, упругих колебаний его конструкции и параметров упругих колебаний $X(t)$ по измерениям $Z(t)$ сводится к частному случаю расширенного непрерывного фильтра Калмана в котором матрицы B, C и H постоянны:

$$\dot{\hat{X}}(t) = f(\hat{X}(t)) + Bu(t) + K(t)\left[Z(t) - H\hat{X}(t)\right],\ K(t) = P(t)HR^{-1}, \tag{8}$$

$$\begin{gathered}\dot{P}(t) = \partial f(\hat{X}(t))/\partial X\, P(t) + P(t)[\partial f(X(t))/\partial X]^{-1} - \\ -P(t)H^{\mathrm{T}}R^{-1}(t)HP(t) + CQ(t)C^{\mathrm{T}}.\end{gathered}$$

Некоторые результаты математического моделирования приведены на рисунках 1 и 2.

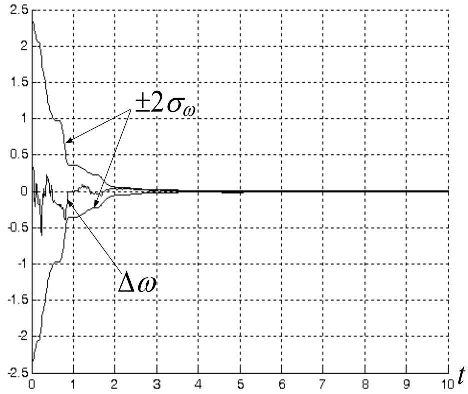

Рисунок 1

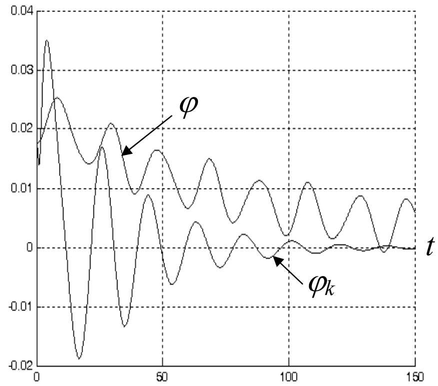

Рисунок 2

На рисунке 1 приведены: ошибка оценивания параметра одного из тонов $\Delta\omega = \omega - \hat{\omega}$ и значение среднеквадратического отклонения, полученного через соответствующий диагональный элемент ковариационной матрицы. На рисунке 2 представлены графики изменения угла φ в процессе стабилизации без активной компенсации упругих колебаний, которая занимает не менее 5000 с и угла φ_k при активной компенсации упругих колебаний, которая практически заканчивается за 120-150 с.

Проведенное математическое моделирование подтвердило высокую эффективность применения синтезированного алгоритма в задаче активной компенсации упругих колебаний в процессе ориентации и прецизионной стабилизации ДКА с ГСП.

Библиографический список

1. Ермилов А.С. Математическая модель углового движения больших космических конструкций с гироскопическим приводом для активной компенсации упругих колебаний [Текст] / Ермилова Т.В. // Доклады академии наук. − 2011. − Т. 436. − № 6. С. 743−746.

2. Ермилов А.С., Ермилова Т.В. Оценивание неизмеряемых координат упругих колебаний больших космических конструкций с гиросиловым приводом [Текст] / Ермилова Т.В. // Автоматика и телемеханика. −2013. − № 9. − С. 143-156.