РЕДУКЦИЯ РАЗНОТЕМПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ СО СЛАБОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

Н. В. Воропаева

ФГБОУ ВПО «Самарский государственный университет»,
voropaevan61@mail.ru

При решении задач анализа и управления робототехническими системами возникают проблемы связанные с высокой размерностью и наличием разнотемповых переменных. В связи с этим актуальной становится проблема редукции модели, т. е. построения моделей более низкой размерности, адекватно отражающих поведение исходной системы.

Рассматривается класс многомерных сингулярно возмущенных квазиосциллирующих дифференциальных систем, возникающих при описании роботов с упругими сочленениями. Особенностью рассматриваемого класса систем является то, что для них не выполняются условия теоремы А. Н. Тихонова в части асимптотической устойчивости присоединенной системы, что делает невозможным применение традиционного для асимптотических методов подхода к редукции моделей, когда в качестве упрощенной модели рассматривается порождающая система.

Одним из подходов, позволяющих производить редукцию сложных разнотемповых динамических систем, является метод асимптотической декомпозиции [1, 3], использующий свойства интегральных многообразий медленных и быстрых движений и сочетающий в себе элементы геометрических и асимптотических методов анализа. Вопрос о существовании и свойствах интегральных многообразий медленных движений для других классов квазиосциллирующих систем рассматривались в работах [2, 3].

Система, описывающая динамику *n*-звенного манипулятора манипулятора с упругими сочленениями может быть записана в виде [4]

$$D(q_1)\,\frac{d^2q_1}{dt^2}+C(q_1,\ \frac{dq_1}{dt})+g(q_1)+K(q_1-q_2)+D(\frac{dq_1}{dt}-\frac{dq_2}{dt})=0$$

$$J\frac{d^2q_2}{dt^2}-K(q_1-q_2)-D(\frac{dq_1}{dt}-\frac{dq_2}{dt})=0,$$

где координаты векторов q_1, q_2 – углы, характеризующие положение звеньев манипулятора и роторов, соответственно, $D(q_1)$ – матрица инерции звеньев, J- диагональная матрица инерции роторов, $C(q_1, \frac{dq_1}{dt})$ соответствует кориолисовой и центробежной силам, $g(q_1)$ – гравитационной силе, K – диагональная матрица жесткости связей.

Предполагается, что жесткость связей достаточно большая, т. е. $K=K_1/\varepsilon^2$, где элементы матрицы K_1 имеют |порядок $O(1)$. Заметим, что в работах [4-6] вводится более жесткое ограничение на матрицу D, а именно предполагается $D=D_1/\varepsilon$, т. е. предполагается наличие в системе достаточно большой диссипации.

Вводя переменные

$$x_1 = q_1,\ \ x_2 = \frac{dq_1}{dt},\ \ y_1 = K(q_1 - q_2),\ \ y_1 = \varepsilon\frac{dy_1}{dt}$$

перепишем рассматриваемую систему в виде

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + F(x)y,$$

$$\varepsilon\frac{dy}{dt} = p(x) + P(x,\varepsilon)y,\ P(x,\varepsilon) = P^{(0)}(x) + \varepsilon P^{(1)}(x),$$

Это линейная по быстрым переменным сингулярно возмущенная система. Собственные значения матрицы $P^{(0)}(x)$ лежат на мнимой оси, поэтому не выполнены условия теоремы А.Н. Тихонова.

Доказано, что, тем не менее, рассматриваемая система имеет притягивающее интегральное многообразие медленных движений вида $y=h(x,\varepsilon)$, которое может быть построено с любой степенью точности в виде асимптотического разложения по степеням малого параметра ε.

Далее доказано существование в окрестности этого многообразия замены переменных вида

$$x = v + \varepsilon H(v, z, \varepsilon),\ y = z + h(x, \varepsilon),$$

осуществляющей декомпозицию рассматриваемой системы на независимую медленную подсистему и быструю подсистему, описывающую высокочастотные слабо затухающие колебания. Функция $\varepsilon H(v, z, \varepsilon)$ описывает интегральное многообразие быстрых движений расширенной вспомогательной системы.

При этом медленная подсистема, описывающая движение на притягивающем интегральном многообразии $y=h(x,\varepsilon)$, имеет вдвое меньшую размерность по сравнению с исходной, не содержит разнотемповых переменных, но, тем не менее, наследует важнейшие свойства рассматриваемой системы и может рассматриваться как редуцированная модель при решении задач анализа и синтеза управляющих воздействий.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 13-01-97002-р_поволжье_а)

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sobolev V.A.* Integral manifolds and decomposition of singularly perturbed systems // Syst. & Control Lett. 1984. № 5. P. 169-279.

2. *Стрыгин В. В., Соболев В. А.* Разделение движений методом интегральных многообразий. М.: Наука, 1988.

3.*Воропаева Н.В., Соболев В.А.* Геометрическая декомпозиция сингулярно возмущенных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.

4. *Spong, M. W.* Modeling and control of elastic joint robots // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1987.№ 109. P.310–319.

5. *Spong M. W., Khorasani K., Kokotovic P. V.* An integral manifold approach to feedback control of flexible joint robots// IEEE Journal of Robotics and Automation. 1987.
V. 3, № 4. P. 291-301

6. *Moberg S.* On modeling and control of flexible manipulators. Linkoping: Linkoping University, 2007. 148 p.