РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ТЕЛЕ С ТРЕЩИНАМИ

Д. Е. Бобылев

Криворожский национальный университет,
bob_d@i.ua

В композитных элементах конструкций, в частности слоистого строения, которые широко используются в разных отраслях промышленности (машиностроении, строительстве, электронике, и др.), не удается избежать дефектов типа трещин в результате несовершенства технологического процесса или эксплуатационных условий. Трещиноватость слоистых геологических структур вызвана естественными факторами на стадии их формирования. Присутствующие в неоднородной упругой среде трещины являются объектами концентрации напряжений, на уровень которой во время динамической нагрузки влияют инерционные. В работе рассматривается реакция трещин в таких телах на динамическую нагрузку.

Существенная зависимость динамических напряжений в окрестности трещины от ее расположения относительно межфазной поверхности показана на задачах механики в двумерной постановке. В данной работе рассматривается класс задач, которые учитывают не только динамику возмущения, но и трехмерность тела с трещинами. Для полноты рассмотрены одиночные и множественные трещины общей формы и глубины залегания относительно поверхности разделения материалов, широкий спектр упругих модулей компонент, гармонические нагрузки в широком диапазоне частот и нестационарные нагрузки с разными часовыми профилями. Во время решения задач использован метод граничных интегральных уравнений (ГИУ), который как можно лучше приспособлен к решению различных контактных задач с безграничной поверхностью раздела материалов и условий динамического раскрытия трещин.

Рассмотрим два идеально соединенных упругих полупространства A и B с плотностями ρ_A и ρ_B, модулями сдвига G_A и G_B и коэффициентами Пуассона ν_A и ν_B, соответственно. Пусть в полупространстве A по области $S(1)$ размещена плоская трещина произвольно ориентированная относительно поверхности разделения материалов $S(0)$. На противоположной поверхности трещины действуют гармонические нагрузки $N+(x,t) = -N-(x,t) = N(x)\exp(-i\omega t)$, где $N(x)$ – известный вектор амплитуды нагрузки, ω – циклическая частота колебаний.

Будем считать интегральные представления компонент $u_j^{(1)A}$ $(j = \overline{1,3})$ такими же как и в работах Г.С. Кита, М.В. Хая, В.В. Михаскива для безграничного однородного тела с трещиной. В случае пространственного раскрытия трещины имеем:

$$u_j^{(1)A}\left(x^{(1)}\right) = \sum_{r=1}^{3}\sum_{q=1}^{2} P_{jrq}^{x^{(1)}}\left[\iint_{S^{(1)}} \Delta u_r^{(1)A}(\xi)\,\frac{exp\left(i\omega_{qA}\left|x^{(1)}-\xi\right|\right)}{\left|x^{(1)}-\xi\right|}\,dS_\xi\right], \quad j = \overline{1,3},$$

где $\left|x^{(1)} - \xi\right|$ – расстояние между актуальной точкой $x^{(1)}$ полупространства A и точкой интегрирования ξ, $\Delta u_r^{(1)A}\left(x^{(1)}\right) = \left[u_r^{(1)A-}\left(x^{(1)}\right) - u_r^{(1)A+}\left(x^{(1)}\right)\right]/4\pi$ $(r = \overline{1,3}$, $x^{(1)} \in S^{(1)}$,

$u_r^{(1)A\pm}\left(x^{(1)}\right) \lim_{x_3^{(1)}\to\pm 0} u_r^{(1)A}\left(x^{(1)}\right)$) – функция динамического раскрытия трещины в направлении осей Ox_r, P_{jrq}^{x} – известные дифференциальные операторы.

Функции φ^D, ψ^D $(D = A, B)$ выбираем в виде потенциалов Гельмгольца неизвестными плотностями α_j, а именно:

$$\varphi^{\left\{\substack{A\\B}\right\}}\left(x^{(0)}\right) = \frac{\partial}{\partial x_3^{(0)}} \iint_{S^{(0)}} \alpha_{\left\{\substack{1\\4}\right\}}(\eta) \frac{exp\left(i\omega_{1\left\{\substack{A\\B}\right\}}\left|x^{(0)}-\eta\right|\right)}{\left|x^{(0)}-\eta\right|} dS_\eta,$$

$$\psi_j^{\left\{\substack{A\\B}\right\}}\left(x^{(0)}\right) = \frac{\partial}{\partial x_3^{(0)}} \iint_{S^{(0)}} \alpha_{\left\{\substack{1+j\\4+j}\right\}}(\eta) \frac{exp\left(i\omega_{2\left\{\substack{A\\B}\right\}}\left|x^{(0)}-\eta\right|\right)}{\left|x^{(0)}-\eta\right|} dS_\eta, \quad j = 1, 2, \quad \psi_3^{\left\{\substack{A\\B}\right\}}\left(x^{(0)}\right) = 0.$$

Для упрощения рассмотрена симметричная задача, когда трещина размещена перпендикулярно к поверхности раздела материалов и нагружена только нормальными усилиями N_3. Тогда система ГИУ вырождается в одно уравнение относительно динамического раскрытия трещины по нормали в виде

$$\iint_{S^{(1)}} \Delta u_3^{(1)A}(\xi)\left[R^A\left(\left|x^{(1)}-\xi\right|\right) - \bar{R}^{BA}\left(x^{(1)},\xi\right)\right] dS_\xi = \frac{\omega_{2A}^2}{4G^A} N_3\left(x^{(1)}\right),\ x^{(1)} \in S^{(1)}.$$

С помощью представления перемещений и напряжений в образованном из двух упругих идеально соединенных полупространств теле с плоской подповерхностной трещиной при гармонической нагрузке комбинацией потенциалов Гельмгольца и удовлетворения тождественно условий контакта полупространств установлена связь в интегральной форме между параметрами волнового поля в биматериале и функциями динамического раскрытия трещины. С использованием аппарата интегрального преобразования Фурье по времени соответствующие интегральные преобразования записаны также для нестационарно нагруженного биматериала с трещиной. Выведена система гиперсингулярных ГИУ относительно функций динамического раскрытия трещины в процессе гармонического и нестационарного деформирования кусочно-однородного пространства с дефектом. Разработана методика регуляризации и граничноэлементной дискретизации полученных ГИУ на основе учета поведения решения на границе области интегрирования.