ПРИМЕНЕНИЕ БЫСТРОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К ВЫЧИСЛЕНИЮ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В МЕТОДЕ ВЕЙВЛЕТ-ГАЛЕРКИНА ДЛЯ МНОГОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА

Е. В. Китаева

Самарский государственный университет,
el_kitaeva@mail.ru

В данном докладе рассматривается метод быстрого вычисления многомерных интегралов, возникающих в методе вейвлет-Галеркина для интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

Ключевые слова: интегральные уравнения, вейвлеты, быстрое вейвлет-преобразование.

Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$\int_a^b\int_a^b K(x,y,u,v)J(u,v)dudv + J(x,y) = f(x,y).$$

с заданной функцией $f(x,y)$ и неизвестной функцией $u(x,y)$.

Решение уравнения будем искать в виде [1]

$$J(x,y) = \sum_{i,j=-m+1}^{2^{n_0}-1} d_{ij}\phi_{i,n_0}(x)\phi_{j,n_0}(y) +$$

$$\sum_{i=-m+1}^{2^{n_0}-1}\sum_{s=1}^{k-n_0}\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0+s-1}-m} d_{ijs}\phi_{i,n_0}(x)\psi_{j,n_0+s}(y) +$$

$$+\sum_{i=-m+1}^{2^{n_0}-1}\sum_{q=1}^{k-n_0}\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0+q-1}-m} d_{ijq}\phi_{j,n_0}(y)\psi_{j,n_0+q}(x) +$$

$$\sum_{s=1}^{k-n_0}\sum_{i=-m+1}^{2^{n_0+s-1}-m}\sum_{q=1}^{k-n_0}\sum_{j=-m+1}^{2^{n_0+q-1}-m} c_{ijsq}\psi_{j,n_0+q}(x)\psi_{j,n_0+s}(y)$$

из условий:

$$\int_a^b\int_a^b\int_a^b\int_a^b K(x,y,u,v)J(u,v)\phi_{r,n_0}(x)\phi_{t,n_0}(y)dxdydudv +$$

$$\int_a^b\int_a^b J(x,y)\phi_{r,n_0}(x)\phi_{t,n_0}(y)dxdy =$$

$$= \int_a^b\int_a^b f(x,y)\phi_{r,n_0}(x)\phi_{t,n_0}(y)dxdy, \; -m+1 \le r,t \le 2^{n_0}-1;$$

$$\int_a^b\int_a^b\int_a^b\int_a^b K(x,y,u,v)J(u,v)\phi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdydudv +$$

$$\int_a^b\int_a^b J(x,y)\phi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdy =$$

$$=\int_a^b\int_a^b f(x,y)\phi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdy,\ -m+1\le r\le 2^{n_0}-1,$$

$$-m+1\le t\le 2^{n-1}-m, n_0+1\le n\le k;$$

$$\int_a^b\int_a^b\int_a^b\int_a^b K(x,y,u,v)J(u,v)\psi_{r,n_0}(x)\phi_{t,n_0}(y)dxdydudv+$$

$$+\int_a^b\int_a^b J(x,y)\psi_{r,n_0}(x)\phi_{t,n_0}(y)dxdy=$$

$$=\int_a^b\int_a^b f(x,y)\phi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdy,\ -m+1\le t\le 2^{n_0}-1,$$

$$-m+1\le r\le 2^{n-1}-m, n_0+1\le n\le k;$$

$$\int_a^b\int_a^b\int_a^b\int_a^b K(x,y,u,v)J(u,v)\psi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdydudv+$$

$$+\int_a^b\int_a^b J(x,y)\psi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdy=$$

$$=\int_a^b\int_a^b f(x,y)\psi_{r,n_0}(x)\psi_{t,n_0}(y)dxdy,$$

$$-m+1\le r,t\le 2^{n-1}-m, n_0+1\le n\le k.$$

где $\varphi_{i,j}(x),\psi_{i,j}(x)$ образуют полуортогональный вейвлет-базис [2] в пространстве полиномиальных сплайнов дефекта 1.

Непосредственное вычисление этих интегралов требует неприемлемо большого объема вычислений. В докладе предлагается метод их быстрого вычисления, состоящий в отыскании интегралов от B-сплайнов на мелкой сетке с последующим выражением искомых интегралов в виде их линейных комбинаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блатов И.А.* Псевдоразреженные матрицы и прикладной вейвлет-анализ // Сборник научных трудов SWorld по материалам научно-практической конференции "Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития '2012" - Выпуск 3. Том 2. - Одесса: КУПРИЕНКО - 2012. - С. 84-87.

2. *Алашеева Е.А., Блатов И.А.* Метод вейвлет-Галеркина решения интегральных уравнений Фредгольма в двумерных областях // Вестник СамГу. - 2006.- №9.- С. 24-29.