ПОЛЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ МУЛЬТИПОЛЬНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ВОЛНОВОДЕ ПЕКЕРИСА

А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
stepanov@samsu.ru

Для описания пространственно-частотно-временных характеристик звуковых полей в волноводах применяются различные модельные представления. В качестве источника для расчета поля в волноводе обычно используется модель монополя — точечного ненаправленного излучателя [1]. Эта модель проста и удобна для решения различных практических задач. Но она далеко не всегда является адекватной, так как практически все реальные гидроакустические источники обладают направленными свойствами, то есть амплитуда и фаза давления зависят еще и от направления на точку наблюдения. В качестве модели направленного излучателя в [2] предложено использовать выражение для потенциала поля точечного мультипольного источника в неограниченном однородном пространстве:

$$\psi_m(R,\theta,\varphi)=\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}h_n^{(1)}(kR)P_n^{|m|}(\cos\theta)e^{im\varphi} \qquad (1)$$

где R,θ,φ — сферические координаты точки наблюдения, центр системы координат совмещен с излучателем, L — порядок мультипольности модели, C_{nm} — комплексные мультипольные моменты описывающие направленность источника, $h_n^{(1)}$ — сферические функции Бесселя третьего рода порядка n, $k=\omega/c$ — волновое число, ω — круговая частота излучателя, c — скорость звука в среде, $P_n^{|m|}$ — присоединенные полиномы Лежандра, i — мнимая единица.

Значения параметров C_{nm}, характеризующих направленные свойства звуковых источников, определяются с помощью решения обратной задачи по результатам измерения давления в волноводе с помощью пространственно-развитых антенных приёмников. В последние годы развитие получили гидроакустические методы, основанные на векторных измерениях, когда приёмный элемент измеряет не только давление, но и три компонента колебательной скорости. В связи с этим представляет интерес решение обратной задачи, в которой используется не только поля давления, но и знание векторного поля колебательной скорости, поскольку такое поле содержит значительно больше первичной информации о звуковом источнике, и, следовательно, можно ожидать более точного оценивания параметров. Но выражения для компонент поля колебательной скорости имеются только для монопольного, ненаправленного источника. Отсюда вытекает цель настоящей работы — определения теоретических выражений, описывающих поле колебательной скорости для направленного источника, представленного мультипольной точечной моделью (1).

Рассмотрим задачу определения поля мультипольного излучателя, находящегося в однородном плоскопараллельном волноводе Ω с неидеальными границами Σ_1 и Σ_2 на расстоянии z_0 от его верхней границы. Для этого найдем функцию $\psi(M)$, которая: 1) в области Ω удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца $\nabla^2\psi(M)+k^2\psi(M)=0, M\in\Omega$, всюду в области Ω за исключением, может быть, точки P, в которой находится излучатель; 2) на границах волновода — поверхностях Σ_1 и Σ_2 — удовлетворяет условию сохранения непрерывности потенциала и его нормальной производной $[\psi]|_s=0,[d\psi/dn]|_s=0, S=\Sigma_1\cup\Sigma_2$, где скобки [ ] означают скачок функции на границе раздела. Для замыкания постановки задачи Г.И. Быковцев сформулировал предельное краевое условие у излучателя в виде $\lim_{R\to 0} R\left|\psi(R,\theta,\varphi)-\psi_m(R,\theta,\varphi)\right|=0$.

Впоследствии доказано, что в этой постановке прямая задача имеет единственное решение, которое совпадает с выражением (1) поля мультипольного излучателя в неограниченном пространстве при удалении границ волновода на бесконечность.

Точное решение поставленной задачи для волновода Пекериса с абсолютно мягкой верхней границей и с коэффициентом отражения звуковых волн от нижней границы $V(\theta)$, определяемым по известным формулам Френеля, имеет вид:

$$\psi(R,\theta,\varphi)=\hat{\psi}_m(r,\theta,\varphi)+\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n} C_{nm}e^{im\varphi}\int_0^{\pi/2+i\infty} J_m(kr\sin\beta)P_n^{|m|}(\cos\beta)\hat{F}(\beta)\sin\beta d\beta \qquad (2)$$

где $\hat{\psi}_m(R,\theta,\varphi)=\psi_m(R,\theta,\varphi)-\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}\chi_{nm}C_{nm}e^{im\varphi}h_m^{(1)}(kR')P_n^{|m|}(\cos\theta')$, $R'=\sqrt{R^2+4Rz_0\cos\theta+4z_0^2}$,

$\cos\theta'=(R\cos\theta+2z_0)/R'$ — слагаемое, описывающее вклад отражения от верхней границы волновода, $\chi_{nm}=(-1)^{n+|m|}$ и

$\hat{F}(\beta)=4V(\beta)e^{2bh}/(1+4V(\beta)e^{2bh})shb(z_0+z)shbz_0 f(z_0)$, для $n+|m|$ чётных —

$f(z_0)=shbz_0$ и для $n+|m|$ нечётных — $f(z_0)=-chbz_0$, $b=ik\cos\beta$, $r=R\sin\beta$.

Доказано, что интеграл в выражении (2) сходится равномерно и, следовательно, его можно дифференцировать. Это дает возможность для определения искомого выражения вектора колебательной скорости $\overline{V}=(V_x,V_y,V_z)$, поскольку $\overline{V}=\mathrm{grad}\psi$.

Непосредственным дифференцированием получены все компоненты этого вектора, например,

$$V_z=\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial z}+\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n} C_{nm}e^{i(m\varphi+\pi(m-n)/2)}\int_0^{\pi/2-i\infty} J_m(kr\sin\beta)P_m^{|m|}(\cos\beta)F_z'(\beta)\sin\beta d\beta$$

где

$$\frac{\partial\hat{\psi}}{\partial z}=C_{10}h_1^{(1)}(u)/u+h_2^{(1)}(u)(3C_{2,-1}x+2C_{2,0}z+3C_{2,1}y)/u^2-\frac{z}{u}\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}e^{im\varphi}h_{n+1}(u)P_n^{|m|}(\cos\theta)-$$

$$C_{10}h_1^{(1)}(u')/u'+h_2^{(1)}(u')(3C_{2,-1}x+2C_{2,0}z'+3C_{2,1}y)/(u')^2-\frac{z'}{u'}\sum_{n=0}^{L}\sum_{m=-n}^{n}\chi_{nm}C_{nm}e^{im\varphi}h_{n+1}(u')P_n^{|m|}(\cos\theta')$$

(x,y,z) — декартовы координаты точки наблюдения в системе координат с центром в источнике, (x,y,z') — декартовы координаты точки наблюдения в системе координат с центром в мнимом источнике, зеркально отражённом относительно поверхности волновода, $u=kR$, $u'=kR'$, $\hat{F}_z'(\beta)=4bV(\beta)e^{2bh}/(1+4V(\beta)e^{2bh})chb(z_0+z)shbz_0 f(z_0)$.

Остальные компоненты вектора колебательной скорости вычисляются аналогично, но они имеют более громоздкий вид. Вычисление контурных интегралов в выражении (2) и в компонентах колебательной скорости можно осуществить численными методами, например, стандартным методом Симпсона и последовательным удвоением пути интегрирования. Далее основываясь на результатах измерений четырёхкомпонентных гидрофонов, можно путём минимизации функционала максимального правдоподобия найти искомые параметры направленности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
2. *Быковцев Г.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С.57–59.