

## ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ПОЛОСЫ ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

А. Л. Григорьева, И. В. Слабожанина, А. И. Хромов

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
Комсомольский-на-амуре государственный технический университет,  
naj198282@mail.ru

Одним из основных экспериментов по определению механических свойств материалов является эксперимент по растяжению образцов в условиях одноосного нагружения. Важным и малоизученным вопросом одноосного нагружения является описание процесса при конечных пластических деформациях, т.е. построение математической модели деформирования образца до разрушения. Аналогичная задача рассматривалась в [1, 2, 3, 4, 5]

Рассмотрим процесс одноосного растяжения плоского образца в условиях плоского напряженного состояния, играющего важную роль в приложениях. В такой

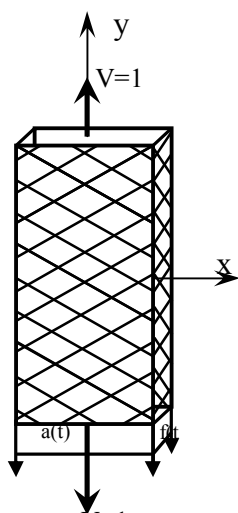


Рис. 1

области сетка характеристик образуется из неортогонального семейства параллельных прямых [6]. Процесс растяжения, как показывают эксперименты, состоит из двух этапов: первый этап, когда деформации образца носят относительно однородный характер; второй этап сопровождается образованием шейки, что приводит к неоднородному распределению деформаций по длине образца. В данной работе рассматривается первая задача.

Предполагаем, что захваты, обеспечивающие перемещение нижнего и верхнего концов образца, не препятствуют движению материала вдоль оси  $x$ . Т.к. растяжение в условиях плоского напряженного состояния, то происходит утонение пластины ниже. Описан метод расчета полей деформаций и определения усилий при растяжении полосы, имеющей первоначальные размеры: длина –  $l_0$ ,

ширина –  $a_0$ , толщина –  $f_0$  для условия пластичности Мизеса.

Граничные условия для напряжений имеют вид:  $y = 1 \quad \sigma_y = 2k, y = -1 \quad \sigma_y = 2k$ . На боковой поверхности образца напряжения отсутствуют.

Данные граничные условия приводят, при предположении, что весь образец находится в пластическом состоянии, к однородному напряженному состоянию:

$$\sigma_y = 2k, \sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

и прямолинейному полю линий скольжения, наклоненных к оси  $x$  под углом  $\varphi = 54^{\circ}44'$ .

Определение поля скоростей при плоском напряженном состоянии сводятся к интегрированию уравнений:

$$(2\sigma_x - \sigma_y) \frac{\partial V_y}{\partial y} = (2\sigma_y - \sigma_x) \frac{\partial V_x}{\partial x}, (2\sigma_x - \sigma_y) \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) = 6\tau_{xy} \frac{\partial V_x}{\partial x}$$

Далее рассматривается кинематическое нагружение полосы при однородном

распределении скоростей перемещений на ее концах. Будем рассматривать симметричное пластическое течение с двумя осями симметрии  $x, y$ . Граничные условия для скоростей перемещений:

$$\text{при } y = 0 \quad V_y = 0, \text{ при } x = 0 \quad V_x = 0, \text{ при } y = 1 \quad V_y = V, \text{ при } x = a \quad V_x = \text{const.}$$

Данные граничные условия приводят к полю скоростей перемещений вида:

$$V_x = -x \frac{2V}{l}, V_y = y \frac{V}{l}.$$

Компоненты тензора скоростей деформаций  $\varepsilon_{ij}$  определяются в виде:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{2V}{l}, \varepsilon_{22} = \frac{\partial V_y}{\partial y} = \frac{V}{l}, \varepsilon_{33} = -\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} = \frac{V}{l}, \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) = 0.$$

Компоненты тензора  $E_{ij}$  для случая плоского напряженного состояния определяются интегрированием из уравнения:

$$\frac{\partial E_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial E_{ij}}{\partial x_k} v_k + E_{ik} \frac{\partial V_k}{\partial x_j} + E_{jk} \frac{\partial V_k}{\partial x_i} = \varepsilon_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

и имеют вид:  $E_1 = \sqrt{3}k \left( 1 - \frac{1}{2\sqrt{3}k} \ln|1 + \bar{\varepsilon}| \right) + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}} k \ln|1 + \bar{\varepsilon}| - \frac{1}{3} (\ln|1 + \bar{\varepsilon}|)^2}$ ,

$$E_2 = \sqrt{3}k \left( 1 - \frac{1}{2\sqrt{3}k} \ln|1 + \bar{\varepsilon}| \right) - \frac{1}{k} \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}} k \ln|1 + \bar{\varepsilon}| - \frac{1}{3} (\ln|1 + \bar{\varepsilon}|)^2},$$

$$E_3 = -2\sqrt{3}k + \ln|1 + \bar{\varepsilon}|,$$

Анализ полученных зависимостей показывает, что на начальном этапе деформирования решение с непрерывным полем скоростей перемещений приводит к меньшим деформациям частиц материала и к большим усилиям, необходимым для деформирования образца.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хромов А.И., Буханько А.А., Козлова О.В., Степанов С.Л. Пластические константы разрушения // Прикладная механика и техническая физика 2006. № 2. С. 147-155.
2. Хромов А.И., Жигалкин К.А. Математическое моделирование процесса разрушения материалов // Дальневосточный математический журнал 2002. Т. 3. № 1. С. 93-101.
3. Козлова О.В., Хромов А.И., Константы разрушения для идеальных жесткопластических тел // ДАН. 2002. Т. 385. № 3. С. 342.
4. Хромов А.И. Деформация и разрушение жесткопластической полосы при растяжении // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. 2002. № 1. С. 136.
5. Григорьева А.Л., Григорьев Я.Ю. Алгоритм решения задачи о растяжении полосы с непрерывным полем скоростей перемещений с использованием деформационно-энергетического условия пластичности // Фундаментальные исследования. РАЕ 2013. № 1 (часть 3). С. 694-700.
6. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. / Под редакцией Добровольского В.Л. М.: 1969 г. 420 с.