

## ОБЗОР МЕТОДОВ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО КОНТРОЛЯ И ЛОКАЛЬНЫХ ВАРИАЦИЙ В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА: ПРИЛОЖЕНИЕ К ЗАДАЧАМ О ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ КОНСТРУКЦИЙ

В. А. Туркова, Л. В. Степанова

*Самарский государственный университет,  
turkovava@samsu.ru, lst@ssu.samara.ru*

В настоящее время актуальными являются методы, позволяющие вычислить асимптотическое состояние конструкции, находящейся под действием циклического нагружения. Известны три типа асимптотического поведения конструкций: приспособляемость, циклическая пластичность и рэтчеттинг (накопление пластических деформаций с течением времени). Наиболее предпочтительным режимом является приспособляемость, так как при этом типе конструкция имеет упругий отклик после определенного числа циклов нагружения. Режим рэтчеттинга опасен для конструкции, поскольку приводит к ее разрушению. Этого типа поведения следует избегать при проектировании элементов конструкций в инженерных приложениях.

Наиболее распространенным путем определения асимптотического состояния конструкции является пошаговое интегрирование системы разрешающих уравнений или использование пошагового нагружения. Однако такие расчеты сопряжены с материальными и временными затратами, плюс возникает проблема численной точности. Но существуют методы, позволяющие получить необходимую информацию, не прибегая к пошаговым вычислениям – это численные методы теории оптимального контроля [1] и локальных вариаций [2], а также методы компьютерного моделирования, которые представляют собой специализированные процедуры конечно-элементных пакетов.

Метод теории оптимального контроля позволяет свести определение асимптотического состояния системы к задаче отыскания минимума некоторого функционала. В рассмотрение вводится функционал, представляющий собой упругую энергию системы, связанную с периодическим изменением обобщенных напряжений. Асимптотические скорости пластических деформаций позволяют найти асимптотический режим в каждой точке тела согласно правилу:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{\varepsilon}_{\infty}^p = 0 & t \in [0, T], \text{ приспособляемость} \\ \int_0^T \dot{\varepsilon}_{\infty}^p dt = 0 & t \in [0, T], \text{ циклическая пластичность} \\ \int_0^T \dot{\varepsilon}_{\infty}^p dt \neq 0 & t \in [0, T], \text{ рэтчеттинг} \end{array} \right. \quad (1)$$

Предлагаемый метод представляет собой общий подход для решения задач определения асимптотического состояния неупругих тел под действием циклической нагрузки.

Метод локальных вариаций также может быть рассмотрен как прямой метод отыскания асимптотического стабилизированного состояния конструкции.

В работе рассмотрены задачи об одноосном и двухосном циклическом нагружении пластины с центральным круговым отверстием. Для нахождения асимптотического состояния конструкции были использованы различные методы. Также были определены типы асимптотического поведения конструкции под действием различных по величине нагрузок.

На примере данной задачи можно продемонстрировать, что применение метода локальных вариаций и метода теории оптимального контроля позволяет найти асимптотическое состояние упруго-пластической конструкции без вычисления всей истории нагружения.

Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку РФФИ, гранты № 12-08-00390 и № 12-01-16066.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Peigney M., Stolz C.* An optimal control approach to the analysis of inelastic structures under cyclic loading – *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 51 (2003) p. 575-605.
2. *Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В.* Вариационные задачи механики и управления – Москва, 1973. – 239 с.