ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ

Ю. Э. Сеницкий

Самарский государственный архитектурно-строительный университет,
Senitskiy@mail.ru

Известно [1], что конечные интегральные преобразования (КИП) представляют наиболее общую алгоритмическую процедуру метода разложения по собственным вектор – функциям. Это касается в первую очередь решения нестационарных начально - краевых задач, описываемых гиперболическими системами линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Автором для этой цели в метрике пространства $\overline{L}_2$ были сформулированы новые классы векторных конечных интегральных преобразований, а именно вырожденные, многокомпонентные, биортогональные преобразования [2], [3]. Обстоятельный анализ, посвященный, основным этапам развития метода КИП и перспективам его применения при решении краевых задач механики приведен, в обзоре [4].

В настоящей работе рассматривается, предложенная автором, наиболее общая форма алгоритма метода конечных интегральных преобразований, обобщающая обычную процедуру разложения по собственным вектор – функциям. В основу алгоритма положено, введенное ранее [3] биортогональное КИП.

$$\mathrm{J}(\lambda_{i,}t) = (\overline{U}, \overline{G})_p = \int_0^{\theta_1} p(\theta)\overline{U}\ (\theta,t)\overline{G}(\lambda_i,\theta)d\theta \tag{1}$$

$$\overline{U}(\theta,t) = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\infty}\varphi(\lambda_i,t)\overline{K}(\mu_i,\theta)(\overline{K}_i,\overline{G}_i)_p^{-1} \tag{2}$$

причем $\overline{U}$ - искомая вектор-функция, а $\varphi(\lambda_1,t)$- ее трансформанта, $\overline{\mathrm{K}},\overline{\mathrm{G}}$ - две ядровые вектор – функции того же порядка, $\rho(\theta) > 0$ - диагональная квадратная матрица весовых функций, λ_i,μ_i- две системы собственных значений соответствующих однородных краевых задач для $\overline{K}$ и $\overline{G}$, формирующихся в процессе решения исходной начально – краевой задачи. Первая формула представляет прямое преобразование, а вторая формулу обращения.

Существенным в предлагаемом алгоритме является то, что его процедурная часть предусматривает определение трансформанты, а также компонентов ядровых вектор – функций. Следует отметить, что в условиях ограниченности трансформант обеспечивается единственность представлений и сходимость в метрике пространства $\overline{\mathrm{L}}_2$ разложений, определяемых приведенной формулой обращения [1]. $\overline{\mathrm{L}}_2$

Рассматривается начально – краевая задача, описываемая системой линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа

$$a\overline{U}'' + в\overline{\mathrm{U}}' + \mathrm{c}\overline{\mathrm{U}} - \mathrm{E}\ddot{\overline{U}} = \bar{f}(\theta,t) \tag{3}$$

$$\overline{\mathrm{U}}(\theta,0) = \overline{U}_0(\theta),\quad \dot{\overline{U}}\ = \overline{U}_0(\theta)\ t = 0 \tag{4}$$

$$d_1\overline{U}' + e_1\overline{U} = 0,\ d_2\overline{U}' + e_2\overline{U} = 0,\ \theta = 0, \theta_1 \tag{5}$$

Действуя на дифференциальные уравнения интегральным оператором с ядром $\overline{G}$, а затем с ядром $\overline{K}$ получаем для $\varphi(\lambda_i, t)$счетную систему задач Коши типа линейного осциллятора и соотношение биортогональности вектор – функций $\overline{G}$ и $\overline{K}$. В процедуре предусматривается интегрирование по частям, равенство нулю получающейся при этом билинейной формы на концах интервала, и операционное свойство. Одновременно формируются две однородных краевых задачи: сопряженная для $\overline{G}(\lambda_i, \theta)$ и инвариантная для $\overline{K}(\mu_j, \theta)$ - задачи на собственные значения. Определяя λ_i, μ_i, и $\overline{G}(\lambda_i, \theta)$, $\overline{K}(\mu_j, \theta)$, по формуле обращения находиться искомая вектор-функция $\overline{U}(\theta, t)$.

Сформулированный алгоритм иллюстрируется на примере замкнутого решения нестационарной осесимметричной динамической задачи для непологой сферической оболочки с конечной сдвиговой жесткостью.

В заключение хочу приветствовать всех участников, отдавших долг памяти выдающегося ученого – профессора Геннадия Ивановича Быковцева.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.Э. Сеницкий Метод конечных интегральных преобразований – обобщение классической процедуры разложения по собственным вектор – функциям. Изв. Сарт. Ун-та. Нов.сер., 2011 т.11. Серия: Матем., Механ., Информ. вып. 3 ч.1.

2. Ю.Э. Сеницкий Многокомпонентное обобщенное конечное интегральное преобразование и его приложение к нестационарным задачам механики. Изв. вузов. Математика: №4, 1991.

3. Ю.Э. Сеницкий Обобщенные биортогональные конечные интегральные преобразования их приложение к нестационарным задачам механики. Докл. РАН. Т.341. №4, 1995.

4. Ю.Э. Сеницкий. Метод конечных интегральных преобразований. Его перспективы в исследовании краевых задач механики (обзор). Вестник СамГТУ. Серия: Математическая. вып. 22, 2003.