

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ БОЛЬШИХ УПРУГОПОЗУЧЕПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

А. А. Бажин¹, А. О. Лемза², Е. В. Мурашкин¹

¹ ФГБУН Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН

² Дальневосточный федеральный университет,
Murashkin@dvo.ru

В реальном металлоизделии всегда содержатся микронеоднородности, в том числе и дефекты сплошности (микропоры и микротрещины). Наличие таких микронеоднородностей в материале во многом определяет длительную прочность изделий, так как подобные дефекты сплошности при эксплуатационных нагрузках по типу «нагрузка-разгрузка» могут развиваться. В этом случае говорят о росте поврежденности материала. С другой стороны, возможен и обратный эффект [1], когда за счет интенсивных внешних воздействий дефекты сплошности «залечиваются». В данном случае речь идет о повышении усталостной прочности изделий. Несомненно, при таких силовых воздействиях возникают состояния продеформированного тела, когда деформации нельзя считать малыми даже если осуществлялось только обратимое деформирование. Рассмотрение проведем в рамках модели больших упругопластических деформаций [2], основные кинематические соотношения которой в прямоугольной декартовой системе пространственных (эйлеровых) координат x_i могут быть записаны в форме

$$\begin{aligned} \frac{De_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{2} \left((\varepsilon_{ik} - \varepsilon_{ik}^p + z_{ik}) e_{kj} + e_{ik} (\varepsilon_{kj} - \varepsilon_{kj}^p - z_{kj}) \right), \\ \frac{Dp_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij}^p - p_{ik} \varepsilon_{kj}^p - \varepsilon_{ik}^p p_{kj}, \quad \frac{Dn_{ij}}{Dt} = \frac{dn_{ij}}{dt} - r_{ik} n_{kj} + n_{ik} r_{kj}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2} e_{ik} e_{kj} - e_{ik} p_{kj} - p_{ik} e_{kj} + e_{ik} p_{km} e_{mj},$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + v_m u_{i,m}, \quad r_{ij} = w_{ij} + z_{ij} (e_{ij}, \varepsilon_{ij}), \quad w_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}),$$

В соотношениях (1) u_i , v_i – компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды; e_{ij} и p_{ij} – обратимая (упругая) и необратимая (пластическая) составляющие тензора полных деформаций Альманси d_{ij} ; D/Dt – объективная производная тензоров по времени; источник ε_{ij}^p в уравнении изменения тензора p_{ij} – тензор скоростей пластических деформаций, $z_{ij} = -z_{ji}$ – нелинейная часть тензора вращений r_{ij} , полностью выписанная в [2], определяющая его отличие от тензора жесткого вращения w_{ij} . Согласно уравнениям (1) при разгрузке ($\varepsilon_{ij}^p = 0$) компоненты тензора необратимых деформаций p_{ij} изменяются как при жестком перемещении тела.

Для упрощения соотношений «напряжения-деформации», примем гипотезу о независимости свободной энергии от необратимых деформаций, тогда напряжения в среде полностью определяются обратимыми деформациями, и для рассматриваемого случая несжимаемой среды данные зависимости записываются в виде

$$\sigma_{ij} = -p_1 \delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}} (\delta_{kj} - e_{kj}), \quad p_{ij} \neq 0. \quad (2)$$

В соотношениях (2) p_1 – добавочные гидростатические давления, W – упругий

потенциал, который для изотропной среды принимается в форме

$$W = (a - \mu)J_1 + aJ_2 + bJ_1^2 - \kappa J_1 J_2 - \theta J_1^3 + \dots, \quad (3)$$

$$J_1 = e_{kk} - \frac{1}{2}e_{sk}e_{ks}, \quad J_2 = e_{st}e_{ts} - e_{sk}e_{kt}e_{ts} + \frac{1}{4}e_{sk}e_{kt}e_{tn}e_{ns}$$

Здесь $a, \mu, b, \kappa, \theta$ – упругие модули среды. Принимаем, что необратимые деформации в материале начинают накапливаться с выходом напряженного состояния на поверхность нагружения $f(\sigma_{ij}) = 0$, которая в условиях принимаемого принципа максимума Мизеса является пластическим потенциалом. Напряжения в этом случае связаны со скоростями необратимых деформаций ассоциированным законом пластического течения.

Очевидно, что для выявления механизма, ответственного за «залечивание» или развитие дефекта, необходимо учитывать реологические свойства материалов. Для этой цели задача о поведении границы микротрещины была решена при учете вязких свойств среды на стадии деформирования, предваряющей пластическое течение, или на стадии разгрузки [3]. Для изучения релаксации напряжений возникает необходимость использования более сильного степенного закона ползучести. Отнесем все необратимые деформации в модели больших упругопластических деформаций, основные кинематические соотношения которой заданы зависимостями (1), к деформациям ползучести. Тогда во всем процессе деформирования напряжения связаны с обратимыми деформациями соотношениями (2) (вторая зависимость) и (3). Принимаем, что с тензором скоростей необратимых деформаций компоненты тензора напряжений связаны законом ползучести Нортон

$$\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}, \quad V(\Sigma) = B\Sigma^n, \quad \Sigma = \sqrt{\frac{3}{2}((\sigma_1 - \sigma)^2 + (\sigma_2 - \sigma)^2 + (\sigma_3 - \sigma)^2)}^{1/2}, \quad \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \quad (4)$$

Здесь B и n заданные постоянные, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные значения тензора напряжений. В рамках предложенной модели больших упругопластических деформаций были решены задачи о поведении границы сферического микродефекта (микропоры) в идеальной упругопластической среде в условиях эксплуатационных нагрузок по типу «нагрузка-разгрузка», получены закономерности формирования полей остаточных напряжений и их релаксации в условиях разгрузки.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-776.2012.1) и гранта РФФИ (мол_a_вед 12-01-33064).

ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов В.И. Исследование влияний высоких давлений на механические характеристики алюминиевых сплавов // ПМТФ. 1984. № 5. С. 157 – 158.
2. Буренин А.А., Быковцев Г.И., Ковтанюк Л.В. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях // ДАН. 1996. Т. 347, № 2. С. 199 – 201.
3. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Мурашкин Е.В. Об остаточных напряжениях в окрестности цилиндрического дефекта сплошности вязкоупругопластического материала // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 2. С. 110 – 119.