

## О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕННО ЦЕНОВЫХ МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. Г. Коваленко

Самарский государственный университет,  
alexey.gavrilovich.kovalenko@rambler.ru

Рассматриваются модели пространственно рассредоточенных экономических систем. Для их описания используется аппарат теории графов. Субъекты рынков - производители, потребители и перекупщики, осуществляют товарно-денежный обмен в пунктах – узлах графа. Перекупщики перевозят товар между узлами. Если описать модели субъектов в виде экстремальных задач, то можно задать любые структуры узловых рынков. Это позволяет описать практически полный спектр рыночных структур пространственно ценового равновесия. Приводятся методы решения построенных задач, основанные на математических методах теории гидравлических сетей. Приводимые модели описываются впервые.

Пусть  $G = \langle E, V, H \rangle$  ориентированный граф,  $E$  и  $V$  конечные множества,  $H$  – отображение  $H: V \rightarrow E \times E$ . Элементы множества  $E$  будем называть узлами графа, элементы множества  $V$  дугами. Для каждой дуги  $v \in V$  отображение  $H(v) = (h1(v), h2(v))$   $h1(v)$  – начало дуги  $v$ ,  $h2(v)$  – конец.  $V^+(i) = \{v \in V \mid h2(v) = i\}$ ,  $V^-(i) = \{v \in V \mid h1(v) = i\}$ .

**Однопродуктовый рассредоточенный рынок совершенной конкуренции как задача распределения потоков теории гидравлических сетей.** Узлы  $i \in E$  интерпретируем как пункты – локальные рынки купли-продажи некоторого однородного продукта,  $P_i$  – цена на нем. Субъектами рынков (узлы  $i \in E$ ) являются:

- конечные потребители этого продукта, модель потребления  $\xi_i(P_i)$ ;
- предприятия, производящие его, модель производства  $\eta_i(P_i)$ ;
- агенты, осуществляющие экспортно-импортные операции за пределы моделируемой системы, их модель кривая экспортно-импортного сальдо  $z_i(P_i)$ ;
- перекупщики, которые покупают продукт в узлах с меньшей ценой и продают в узлах с большей ценой. Их модели имеют вид  $y_v = f_v(P_{h1(v)}, P_{h2(v)})$ , объем  $y_v$  перевозки с рынка  $h1(v)$  на рынок  $h2(v)$  в зависимости от цен на них.

Балансовые соотношения, описывающие обмен будут иметь вид:

$$\sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) = z_i(P_i). \quad (1)$$

При выполнении (1) система находится в состоянии равновесия,  $P_i$  – цены равновесия.

**Граничные условия имеют:**

Пусть  $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$ , где  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ,  $E_1 \cap E_3 = \emptyset$ ,  $E_2 \cap E_3 = \emptyset$ .

$$z_i - \text{свободная переменная}, P_i - \text{константа}, P_i = P_i^*, i \in E_1 \quad (2)$$

$$z_i - \text{константа}, z_i = B_i^*, P_i - \text{свободная переменная}, i \in E_2 \quad (3)$$

$$\text{эластичная связь между переменными } z_i = z_i(P_i), i \in E_3 \quad (4)$$

Задача (1) – (4) и есть модель однопродуктового рассредоточенного рынка совершенной конкуренции, как задача потокораспределения теории гидравлических сетей.

**Экстремальная задача локального рынка совершенной конкуренции.**

Возьмем некоторое  $i \in E_2 \cup E_3$ . Будем считать, что (2) – (4) подставлены в (1), тогда можно записать

$$NB_i(P_i) = \left( \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i) \right)^2 \Rightarrow \min_{P_i} \quad (5)$$

Задача (5) есть задача «руки рынка», которая минимизирует небаланс  $NB_i(P_i)$

**Модель глобального рассредоточенного рынка совершенной конкуренции.** Если для всех  $i \in E_2 \cup E_3$  должно выполняться (5), все субъекты рынков ценополучатели, то мы имеем модель глобального рассредоточенного рынка. «Невидимая рука рынка» реализует алгоритм поузловой увязки теории гидравлических сетей. Для решения этой задачи возможно применение метод возможных направлений в многокритериальной постановке.

**Локальная монополия производителя.** Пусть в узле  $i$  производитель реализует стратегию диктата цены на локальном рынке, тогда получаем узловую задачу вида:

$$(\bar{P}_i, \bar{\eta}_i) = \arg \max_{P_i, \eta_i} (P_i \eta_i - I_i(\eta_i)) \quad (6)$$

$$\eta_i = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}), \quad (7)$$

где  $I_i(\eta_i)$  издержки производства в зависимости и его объема  $\eta_i$ .

**Монополистическая конкуренция.** Если (6), (7) будут справедливы для всего  $i \in E_2 \cup E_3$ , то мы опишем структуру рынка монополистической конкуренции.

**Глобальная монополия с пространственно рассредоточенными ценами.** Пусть у всех предприятий пунктов  $i \in E' \subseteq E_2 \cup E_3$  рассматриваемой системы единый владелец, пусть он может диктовать свои цены во всех пунктах множества. Задача (6)-(7) примет вид

$$\sum_{i \in E'} (P_i \eta_i - I_i(\eta_i)) \Rightarrow \max_{(P_i, \eta_i), i \in E'} \\ \eta_i = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}), i \in E'$$

В пунктах  $i \in E_2 \cup E_3 \setminus E'$  рынки возможны другие структуры.

**Глобальная монополия с единой ценой.** Часто монополист придерживается стратегии единой цены во всех пунктах. Пусть  $I_v(y_v)$  – издержки по дуге, задачу глобального монополиста с единой ценой можно записать

$$P \sum_{i \in E} \eta_i - \sum_{i \in E} I_i(\eta_i) - \sum_{v \in V} I_v(y_v) \Rightarrow \max_{P, (\eta_i), i \in E} \eta_i = \xi_i(P) + z_i(P) - \sum_{v \in V^+(i)} y_v + \sum_{v \in V^-(i)} y_v, i \in E.$$

**Монополия перекупщика в пункте.** Перекупщик покупает продукцию в одном пункте, и продает его в другом, поэтому диктовать цены он может в любом из этих пунктов, а может в обоих сразу. Запишем модель, когда перекупщик дуги  $u$  диктует цены в пункте  $i=h2(u) \in (E_2 \cup E_3)$ ,  $u \in V^+(i)$ .

$$(P_i - P_{h1(u)}) y_u - I_u(y_u) \Rightarrow \max_{(P_i, y_u)}, \\ y_u = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \eta_i(P_i) - \sum_{v \in V^+(i) \setminus \{u\}} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}).$$

Две другие модели диктата перекупщика выписываются аналогично.

**Каскад монополий.** Это вид монополий получается, когда граф имеет вид иерархического дерева, на верхнем уровне производитель, монополист. Перекупщики на верхнем уровне – совершенные конкуренты, на нижнем уровне – монополисты.

**Локальные олигополии.** Поход, который мы описали, позволяет включить в описание пунктов и олигополистические игры некоторых субъектов. Другие субъекты пунктов образуют фон, на котором происходят эти игры.

**О численных методах поиска состояния равновесия.** Для этих структур рынков предложены методы отыскания их равновесия, основанные на методах теории гидравлических сетей с использованием методов оптимизации, теории игр.