

О ДВИЖЕНИЕ ДЕФОРМИРУЮЩЕЙСЯ ГАЗОВОЙ КАВЕРНЫ ВБЛИЗИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА

В. М. Сиников

Самарский государственный университет,
sinvm@samsu.ru

В работе предлагается численные метод решения осесимметричных задач о движении деформирующихся газовых каверн вблизи границ раздела. Актуальность подобных задач общеизвестна и связана с необходимостью учета явлений кавитации при проектировании машин и механизмов, работающих в жидкой среде или использующие указанные среды в работе. В отличие от подобных работ, в данной исследуются процессы движения пульсирующих кавитационных каверн.

Задачи решались при следующих предположениях. Пусть в области Ω , занятой жидкостью и ограниченной твердыми поверхностями раздела Σ_i , $i=1, m$, содержится совокупность кавитационных полостей, центры которых расположены на прямой линии. Предполагается, что в начальный момент времени поверхности каверн сферические, жидкость покоится, а границы расположены таким образом, что задача является относительно линии, проходящей через центры каверн. Начиная с некоторого момента времени $t=0$, давление в жидкости на бесконечности начинает изменяться по гармоническому закону

$$P_{\infty} = P_{\infty}^0 + P_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma) \quad (1)$$

где P_{∞}^0 - давление на бесконечности в момент времени $t = 0$, P_m - амплитуда, ω - круговая частота, γ - сдвиг фазы гармонической составляющей внешнего давления. В результате, полость начинает сжиматься (расширяться) и, взаимодействуя с границами раздела и соседними полостями, поступательно перемещаться.

Предполагается, что жидкость идеальная, несжимаемая; давление газа внутри полости изменяется по закону политропы; фазовые переходы и массообмен не учитываются; движение жидкости потенциальное; динамика газа внутри каверн не учитывается.

Вводятся безразмерные переменные

$$t' = \frac{t}{R_0} \sqrt{\frac{|\Delta|}{\rho}}, \quad r' = \frac{r}{R_0}, \quad z' = \frac{z}{R_0}, \quad w_i = \frac{w_i}{w_{oi}}, \quad i = 1, m, \quad \phi' = \frac{\phi}{R_0} \sqrt{\frac{\rho}{|\Delta|}}, \quad \Delta = (P_{\infty}^1 - P_{\infty}^0 + P_m)$$

где R_0 - начальный радиус одной из каверн; w_i - объем i -ой полости; w_{oi} - начальный объем i -ой полости в начальный момент времени. Величины со штрихами являются безразмерными. В дальнейшем штрихи опускаются, а все величины будут безразмерными.

В результате, задачи описываются параметрами $\kappa = \Delta / |\Delta|$, $f = 2\sigma / (R_0 |\Delta|)$ - коэффициент характеризующий влияние сил поверхностного натяжения, k_i - средняя кривизна поверхности Γ_i i -ой полости, $\zeta = P_m / |\Delta|$ - коэффициент периодической составляющей давления, γ - показатель политропы, $\beta_i = P_{\Gamma_0}^{(i)} / |\Delta|$ - коэффициент сжатия газа.

Для решения задач используется специально разработанный численный метод [2], основанный на представлении решения в виде суммы потенциалов подвижных гидродинамических особенностей, расположенных на оси симметрии внутри каверн. При этом, граничные условия на бесконечности и на одной из границ раздела выполняются точно, а на поверхности полости приближенно. В итоге, задача сводится к

решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений, на каждом шаге интегрирования которой приходится решать плохо- обусловленную систему алгебраических уравнений. В работе для интегрирования системы дифференциальных уравнений используется метод Хэммита 4-го порядка с автоматическим выбором шага, а для решения плохо- обусловленных систем линейных алгебраических уравнений- метод регуляризации Тихонова[1]. Оказалось, что именно использование метода регуляризации позволило значительно повысить устойчивость решения задачи.

С использованием указанного метода в работе рассматриваются решения задач о движении кавитационной полости вблизи плоской границы раздела, а также между двумя плоскими границами

Рассмотрим задачу о движении пульсирующей газовой полости вблизи твердой границы раздела. Осесимметричное движение жидкости рассматривается в цилиндрической неподвижной системе координат r, z с началом на твердой стенке. Предполагается, что L - это начальное удаление центра полости от границы раздела.

Решение ищется в виде

$$\Phi(r, z, t) = \sum_{k=1}^N A_k(t)(1/d_k + 1/D_k), \quad (2)$$

где $d_k = \sqrt{r^2 + (z - z_k)^2}$, $D_k = \sqrt{r^2 + (z + z_k)^2}$, а $z_k(t)$, $A_k(t)$ - функции, подлежащие определению. Были получены решения задачи для различных ее параметров. Рассмотрим некоторые из этих решений.

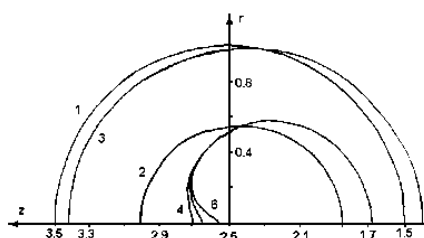


Рис. 2.

На Рис. 2 показаны конфигурации образующей полости в моменты времени: $t = 0.0$; 2-1.08; 3- 2.164; 4- 3.244; 5- 3.274; 6- 3.296 для значений параметров $\kappa=1$, $\zeta = 0$, $\beta=0.5$, $f=0$, $\gamma=1.401$, $L=2.5$ в указанные моменты времени.

Полученные результаты показали, что в процессе пульсаций деформация поверхностей каверн накапливается, что, при определенных условиях, может приводить к образованию кумулятивных струй или к дроблению каверн. В работе также проводится сравнение влияния учета деформации на процесс движения каверн.

В работе также рассматривается задача о захлопывании полости, заполненной паром, между двумя параллельными плоскими стенками.

На основе полученных результатов решения указанной задачи можно сделать следующие основные выводы. В случаях, когда расстояние между границами раздела соизмеримо с диаметром полости, то на определенной стадии захлопывания каверны на ее поверхности формируется кольцевая струя, что должно приводить к ее дроблению. При уменьшении расстояния между границами раздела значительно снижается скорость захлопывания полости. При удалении одной из стенок место образования кольцевой струи смещается к полюсу, противоположному ближайшей границе раздела. Следует отметить, что полученные результаты качественно соответствуют результатам экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.-М.:Наука,1979, 284
2. Кнэпп Р., Дэйли Дж., Хэммит Ф.Г. Кавитация.-М.:Мир,1974.

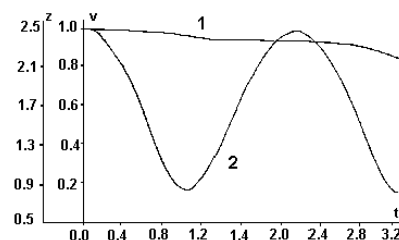


Рис.3.