МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

А. И. Харовюк

Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева,
harovuyk.anna@mail.ru

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) представляет собой процесс закачки жидкости в пласт при давлении, превосходящим предел прочности породы, при котором происходит ее разрушение и образование трещины. При повышении давления в породах пласта образуются новые или открываются, или расширяются имеющиеся трещины. Этот метод применяется для освоения скважин, для повышения продуктивности нефтяных и газовых месторождений, для повышения поглотительной способности нагнетательных скважин, при изоляции пластовых вод и т.д.

Впервые модель вертикальной трещины ГРП в условиях плоской деформации была предложена в работе Ю.П. Желтова и С.А. Христиановича [1]. Процесс развития такой трещины описывается двумя группами уравнений. Первая группа описывает движение вязкой несжимаемой жидкости внутри трещины и имеет вид [2]

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0\,,\ \frac{\partial p}{\partial x}=-12\mu\frac{q}{w^3} \qquad (1)$$

где *w(x,t)* - раскрытие трещины, *q(x,t)* - скорость потока жидкости в трещине, *p(x,t)* - давление жидкости в трещине, μ - вязкость жидкости.

Вторая группа описывает деформирование упругого пласта при воздействии на него давления *p(x,t)* со стороны трещины и сводится к уравнению [3]:

$$p(x,t)-p_0=-\frac{E}{2\pi(1-\nu^2)}\int_0^{l(t)}\frac{\partial w(s,t)}{\partial s}\frac{sds}{s^2-x^2},0\le x\le l(t) \qquad (2)$$

где p_0 - внешнее давление, *E* и *ν* – упругие модули, *l(t)* - текущая длина трещины.

Таким образом, задача о развитии трещины ГРП описывается уравнениями (1) - (2) для неизвестных функций *q(x,t), w(x,t)* и *p(x,t)*. К этим уравнениям необходимо добавить начальные и граничные условия. В качестве начального условия будем считать, что при *t=0* задано начальное положение трещины w_0 (x)

$$w(x,t)\big|_{t=0}=w_0(x),0\le x\le l_0 \qquad (3)$$

Граничными условиями являются скорость закачки жидкости из скважины в центр трещины *x=0* и непротекание жидкости через вершину трещины *x=l(t),*

$$q(x,t)\big|_{x=0}=\frac{Q_0(t)}{2},t>0\,,\qquad q(x,t)\big|_{x=l(t)}=0,t>0 \qquad (4)$$

Учитывая, что текущая длина трещины *l(t)* также является неизвестной функцией, определяемой в процессе решения задачи, необходимо поставить ещё одно дополнительное условие для нахождения этой зависимости. В линейной механике разрушения таким условием является критерий разрушения [4] или условие роста трещины $K_I(t)=K_{IC}$, где $K_I(t)$ - коэффициент интенсивности напряжений в упругом пласте с трещиной длины *l(t),* K_{IC} - трещиностойкость пласта, как характеристика способности материала пласта сопротивляться развитию в нем трещины нормального отрыва.

Величина $K_I(t)$ вычисляется по величине *w(x,t)* в ее вершине следующим образом [4]:

$$K_I(t) = \frac{E}{4(1-\nu^2)}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \lim_{x\to l(t)} \frac{w(x,t)}{\sqrt{l(t)-x}} = K_{IC} \tag{5}$$

Таким образом, четыре неизвестные функции – закон распространения трещины *l(t),* величина раскрытия трещины *w(x,t),* характер распределения давления жидкости в трещине *p(x,t)* и скорость потока жидкости в трещине *q(x,t)* при t>0 находятся из трёх интегро-дифференциальных уравнений (1) – (2) в области *0<x<l(t),* начального условия (3), граничных условий (4) и критерия распространения трещины (5).

Полное решение подобной начально-краевой задачи с неизвестной границей может быть выполнено только численно. При попытках аналитического решения сложенных начально-краевых задач часто прибегают к использованию автомодельных переменных и поиску автомодельных решений [5, 6].

Подобный анализ автомодельных решений в задаче о развитии трещины ГРП был представлен в работе [7]. Ряд автомодельных решений был выполнен в работах [8,9]. В данной работы основные уравнения были собраны для построения численного конечно-разностного расчета процесса развития трещины ГРП.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Желтов Ю.П., Христианович С.А.* О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. - 1955. - №5. - С. 3-41.

2. *Лойцянский А. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

3. *Партон В.З., Перлин П.И.* Интегральные уравнения теории упругости. М.: Наука, 1977. – 312с.

4. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, 1974.-640с.

5. *Garagash D., Detournay E.* Similary solution of a semi-infinite fluid-driven fracture in a linear elastic solid // C.R. Acad. Sci. Paris. 1998 . V.326. Ser.2. P. 285-292.

6. *Garagash D., Detournay E.* The tip region of a fluid – driven fracture in an elastic medium // Trans. ASME. J. Appl. Mech. - 2000. - Vol. 67. - P.183-192.

7. *Пергамент А.Х., Улькин Д.А.* Автомодельные асимптотики в задаче о распространении трещины гидроразрыва в плоско-деформированной среде // Препринт института прикладной математики им М. В. Келдыша РАН. Москва, 2007.- 30с.

8. *Астафьев В.И., Федорченко Г.Д.* Автомодельное решение задачи о развитии трещины гидроразрыва пласта // Вестник СамГУ. 2007. №4(54).с. 24-41.

9. *Зазовский А.Ф., Одишария М.Г., Песляк Ю.А.* Автомодельные решения задачи о распространении трещины гидроразрыва в непроницаемой горной породе // Изв. АН СССР, МТТ. 1986. №5. С. 92-100.