ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕОДНОРОДНЫМИ ПРИБОРАМИ И РАЗДЕЛЬНЫМИ ОЧЕРЕДЯМИ КОНЕЧНЫМИ АВТОМАТАМИ МИЛИ

М. Б. Букаренко

Самарский государственный технический университет,
maxim.bukarenko@gmail.com

В работе [1] был описан новый распространенный на практике тип системы массового обслуживания (СМО) с $k > 0$ приборами, имеющими различную производительность μ_i, $i \in \overline{1,k}$ и раздельные независимые накопители. В нотификации [1] подобная СМО определяется сигнатурой $T = T(m_1 \times \mu_1, m_2 \times \mu_2, ..., m_k \times \mu_k)$, где m_i – количество мест в накопителе i-го прибора. Ее граф уже не будет графом процесса гибели-размножения, но будет определяться следующим протоколом диспетчеризации входных заявок между приборами.

Пусть очередная входная заявка обнаруживает систему в состоянии $(x_1,x_2,…,x_k;y_1,y_2,…,y_k)$, не являющемся состоянием отказа $(1,1,…,1;m_1,m_2,…,m_k)$. Если существует единственный канал (с номером i), способный принять заявку $\left(0 \le y_i \le |x_i m_i - 1|\right)$, то заявка направляется к нему. В противном случае выберем i-й канал обслуживания с минимальным средним суммарным временем T обслуживания попавших в него заявок:

$$T = \min_{i:0 \le y_i \le |x_i m_i - 1|} \mu_i^{-1}\left(y_i + 1 + \chi_i\right), \qquad (*)$$

где χ_i – случайная величина, характеризующая незавершённость обработки заявки, находящейся в i-м канале в момент поступления новой заявки, $0 \le \chi_i \le 1$.

В практически распространенных случаях аналитические методы моделирования данных СМО не работают в связи с тем, что они распространяются только на системы с простейшими потоками событий, моделирование СМО аналитическими методами подразумевает отсутствие последействия, уравнения Колмогорова эффективно решаются только в случае однородных марковских цепей, когда гарантированно существует стационарное решение, системы уравнений Колмогорова для СМО с различимыми каналами в задачах большой размерности оказываются слишком громоздкими.

Данные СМО предлагается моделировать конечными автоматами Мили [2]. В качестве примера рассмотрим СМО с двумя неоднородными приборами пропускной способности $\mu_1 > \mu_2$ без очереди: $T = T(\mu_1, \mu_2; 0,0)$. Представим её поведение в дискретном времени $n \in \overline{0,+\infty}$ недетерминированным конечным автоматом $K(S,A)$ с алфавитом внутренних состояний $S=\{(00),(01),(10),(11)\}$ без выделенных начального и конечного состояний, входным алфавитом $A=\{0,1\}$ и пустым выходным алфавитом. Буква 1 входного алфавита соответствует приходу заявки в систему, а 0 – выработке сигнала освобождения заявки одним из каналов. Тогда для такой СМО в случае диспетчеризации, обеспечивающей минимальность среднего времени обслуживания заявки при минимальной вероятности отказов (*), и недетерминированной выработке заявок на освобождение приборов справедливы следующие уравнения состояния:

$$s_1(n+1) = a_1 \oplus a_1 a_2 \oplus a_2 s_1 \oplus a_1 a_2 s_1 = \alpha_n \oplus \beta_n s_1(n),$$

$$s_2(n+1) = a_1 s_1 \oplus a_1 a_2 s_1 \oplus a_2 s_2 \oplus s_2 \oplus a_1 a_2 s_1 s_2 = \gamma_n \oplus \delta_n s_2(n);$$

$$\alpha_n := a_1(n)\overline{a_2(n)} \in \{0,1\}, \ \beta_n := \overline{a_1(n)} a_2(n) \in \{0,1\};$$

$$\gamma_n := a_1(n)\overline{a_2(n)} s_1(n) \in \{0,1\}, \ \delta_n := \overline{a_2(n)} \oplus a_1(n) a_2(n) s_1(n) \in \{0,1\}.$$

На основе данного подхода был разработан комплекс программ для моделирования СМО с неоднородными приборами и раздельными очередями, содержащий следующие программы:

1. Программу моделирования входящего потока требований на основе имеющихся статистических данных о распределении промежутков времени между входящими заявками с сохранением детерминированной составляющей и спектра дисперсий помехи [3].
2. Программу автоматического составления матрицы смежности и визуализации орграфа СМО с различимыми каналами как при наличии, так и при отсутствии диспетчеризации [4].
3. Программу имитационного моделирования работы СМО с различимыми приборами, учитывающую интенсивности и дисперсии потоков заявок, а также типы распределений интервалов времени между событиями потоков. Результатом её работы являются гистограммы динамики загруженности каждого прибора, а также гистограмма динамики отказов СМО.

Сравнение полученной гистограммы с эталонными позволяет определить внутреннее строении СМО по статистике отказов и времени обработки пробного потока заявок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Котенко А.П., Букаренко М.Б.* Аналитическое описание систем массового обслуживания с использованием колец вычетов // Труды VII Всероссийской научн. конф. «Математическое моделирование и краевые задачи». Самара: Издательство СамГТУ, 2010. С. 136-139.

2. *Котенко А.П., Букаренко М.Б.* Система массового обслуживания с различимыми каналами как конечный автомат // Вестник СамГТУ. Сер. «Физико-математические науки». 2012. № 3. С. 114-124.

3. *Букаренко М.Б.* Статистическое моделирование входящего потока требований системы массового обслуживания, включающего детерминированную составляющую // Труды VIII Всероссийской научн. конф. «Математическое моделирование и краевые задачи». Самара: Издательство СамГТУ, 2010. С. 134-137.

4. *Букаренко М.Б.* Комплекс программ для автоматического построения графа состояний системы массового обслуживания с раздельными очередями и неоднородными приборами // Материалы международной молодежной научн. конф. Йошкар-Ола, 2012. С. 163-164.