ДИНАМИКА ЛИНЕЙНОЙ ЭНТРОПИИ В КОЛЛЕКИВНОЙ НЕВЫРОЖДЕННОЙ ДВУХФОТОННОЙ МОДЕЛИ ДЖЕЙНСА-КАММИНГСА

М. С. Русакова

Самарский государственный университет,
ruma@samsu.ru

Квантовое перепутывание играет центральную роль в квантовой теории информации, квантовых вычислениях и коммуникации, квантовой криптографии [1, 2]. В свете современных экспериментов и исследований в области квантовой информации, объектом подробного изучения стала мера перепутывания, в качестве которой во многих случаях может быть выбрана линейная энтропия [3].

Целью данной работы является исследование динамики линейной энтропии в двухатомной модели с невырожденными двухфотонными переходами в случае зависящего от интенсивности поля параметра атомно-полевого взаимодействия.

Двухатомная модель с невырожденными двухфотонными переходами в случае зависящего от интенсивности параметра связи атомов с полем может быть описана при помощи гамильтониана взаимодействия (1):

$$H_2 = \hbar g \sum_{j=1}^{2} \left(\sqrt{a_1^+ a_1} a_1^+ \sqrt{a_2^+ a_2} a_2^+ R_j^- + a_1 \sqrt{a_1^+ a_1} a_2 \sqrt{a_2^+ a_2} R_j^+ \right) \quad (1)$$

где a_i (a_i^+) – операторы уничтожения (рождения) фотонов в i-й моде поля (i=1, 2), $R_j^\pm$ – повышающий/понижающий атомные операторы для j-го атома (j=1, 2), g – константа атом-полевого взаимодействия. Предполагая, что атомы в начальный момент времени находятся в суперпозиции атомных состояний, а поле – в когерентном состоянии, полная волновая функция системы атом+поле может быть представлена в виде (2):

$$|\Psi(0)\rangle = (\alpha|e,e\rangle + \beta|g,g\rangle + \gamma|e,g\rangle + \delta|g,e\rangle) \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} C_{n_1} C_{n_2} |n_1\rangle\, |n_2\rangle, \quad (2)$$

здесь $C_n = e^{-\bar{n}/2} e^{in\phi}\, \bar{n}^{n/2}/\sqrt{n!}$, где $\bar{n}$ – среднее число фотонов в моде поля в начальный момент времени, ϕ – фаза поля, $|e\rangle, |g\rangle$ – основное и возбужденное атомные состояния.

Решая уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H|\Psi\rangle \quad (3)$$

для выбранного начального состояния системы (2), можно найти точное значение волновой функции в виде (4):

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n_1,n_2=0}^{\infty} \left(A_{n_1 n_2}(t)|e,e\rangle + B(t)|g,g\rangle + C_{n_1 n_2}(t)|e,g\rangle + D_{n_1 n_2}(t)|g,e\rangle \right) |n_1, n_2\rangle, \quad (4)$$

где коэффициенты имеют вид

$$A_{n_1 n_2}(t) = \frac{2\alpha C_{n_1} C_{n_2}}{\Omega_1^2} (X_1 (n_1+1)(n_2+1) \cos \Omega_1 \mathrm{t} + \mathrm{X}_2 (n_1+2)(n_2+2)) +$$

$$+ \frac{2\beta C_{n_1+2} C_{n_2+2}}{\Omega_1^2} X_2^2 (cos\Omega_1 t - 1) - i \frac{(\gamma+\delta) C_{n_1+1} C_{n_2+1}}{\Omega_1} (n_1+1)(n_2+1) sin\Omega_1 \mathrm{t},$$

$$B_{n_1n_2}(t) = \frac{2\beta C_{n_1}C_{n_2}}{\Omega_2^2}(X_4(n_1-1)(n_2-1) + X_3 n_1 n_2 cos\Omega_2 \mathrm{t}) +$$

$$+\frac{2\alpha C_{n_1-2}C_{n_2-2}}{\Omega_2^2}X_3\ X_4\ (cos\Omega_2 t - 1) - i\frac{(\gamma+\delta)C_{n_1-1}C_{n_2-1}}{\Omega_2}X_3 sin\Omega_2 \mathrm{t},$$

$$C_{n_1n_2}(t) = -i\frac{\alpha C_{n_1-1}C_{n_2-1}}{\Omega_3}X_3 sin\Omega_3 t - i\frac{\beta C_{n_1+1}C_{n_2+1}}{\Omega_3}(n_1+1)(n_2+1)sin\Omega_3 t +$$

$$+\frac{1}{2}(\gamma - \delta + (\gamma+\delta)cos\Omega_3 \mathrm{t})C_{n_1}C_{n_2},$$

$$D_{n_1n_2}(t) = -i\frac{\alpha C_{n_1-1}C_{n_2-1}}{\Omega_3}X_3 sin\Omega_3 t - i\frac{\beta C_{n_1+1}C_{n_2+1}}{\Omega_3}(n_1+1)(n_2+1)sin\Omega_3 t +$$

$$+\frac{1}{2}(\delta - \gamma + (\gamma+\delta)cos\Omega_3 \mathrm{t})C_{n_1}C_{n_2},$$

здесь $\Omega_1(\mathrm{n_1,n_2}) = \sqrt{2(\mathrm{X_1(n_1+1)(n_2+1) + X_2(n_1+2)(n_2+2)})} = \Omega_2(\mathrm{n_1+2, n_2+2}) = \Omega_3(\mathrm{n_1+1, n_2+1})$ – частоты осцилляций Раби, $X_1(\mathrm{n_1,n_2}) = \sqrt{\mathrm{n_1 n_2 (n_1+1)(n_2+1)}} = X_2(\mathrm{n_1-1, n_2-1}) = X_3(\mathrm{n_1+1, n_2+1}) = X_4(\mathrm{n_1+2, n_2+2})$.

В общем случае волновая функция системы (4) не может быть представлена в виде произведения векторов состояний атомной и полевой частей, что означает существование атомно-полевого перепутывания. В качестве критерия степени перепутывания в данном случае можно использовать линейную энтропию S редуцированной атомной матрицы плотности системы (5):

$$S = 1 - Tr({\rho_{AT}}^2) = 1 - Tr((Tr_F|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|)^2). \qquad (5)$$

В данной работе найдено явное выражение для линейной энтропии системы и проведено исследование ее динамики для различных начальных состояний атомной подсистемы. Обнаружено, что для начальных состояний, являющихся собственными значениями полуклассического гамильтониана взаимодействия, и их суперпозиций линейная энтропия демонстрирует особую динамику, связанную с периодическим переходом атомно-полевой системы в чистое неперепутанное состояние, или состояние, близкое к нему (например, как в случае [4]). Для таких начальных условий рассмотрена динамика полной волновой функции и определена возможность ее факторизации на вектора состояний для атомной и полевой подсистем. Также для данных начальных условий рассчитан период перехода системы в неперепутанное состояние.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nielsen M.A., Chuang I.L.* Quantum Computation and Quantum Information. Cambrige: Cambrige University Press, 2000.

2. *Бауместер Д., Экерт А., Цайлингер А.* Физика квантовой информации. Москва: постмаркет, 2002.

3. *Barnett S.M., Phoenix S.J.D.* Entropy as a measure of quantum optical correlation // Phys. Rev. 1989. A40(5). P. 2404-2409.

4. *Bashkirov E.K., Rusakova M.S.* Atom-field entanglement in two-atom Jaynes-Cummings model with nondegenerate two-photon transitions //Opt. Comm. 2008. V. 281. P. 4380-4386.