АСИМПТОТИКА ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ПАРАМЕТРА СПЛОШНОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

М. Е. Федина

Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего Профессионального Образования Самарский Государственный Университет, phedina@samsu.ru

В данной работе определяется асимптотика напряжений и параметра сплошности у вершины растущей трещины нормального отрыва и поперечного сдвига.

Рассматривается распространяющаяся с постоянной скоростью трещина. Вводится неподвижная декартова система координат и движущаяся вместе с вершиной трещины, а также полярные координаты с полюсом в вершине трещины. Определяющие соотношения строятся на основе степенной связи между скоростями деформаций ползучести и механики поврежденности:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2}\frac{A\sigma_{EQ}^{n-1}s_{ij}}{(1-D)^n}, \quad i,j=1,2,3.$$

Компоненты тензора напряжений записываются через функцию напряжений Эри $\Phi = \Phi(r,\vartheta)$. Условие совместности деформаций имеет вид:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial(r\dot{\varepsilon}_{\vartheta\vartheta})}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2\dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial\vartheta^2} - r\frac{\partial\dot{\varepsilon}_{rr}}{\partial r} - 2\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\dot{\varepsilon}_{r\vartheta}}{\partial\vartheta}\right) = 0.$$

Кинетическое уравнение, описывающее степенной закон накопления повреждений, имеет следующую форму:

$$\dot{D} = B\left(\frac{\sigma_{EQ}}{1-D}\right)^m.$$

Условия отсутствия поверхностных усилий на берегах трещины представляются в следующем виде: $\sigma_{\vartheta\vartheta}(r,\vartheta=\pm\pi)=0, \quad \sigma_{r\vartheta}(r,\vartheta=\pm\pi)=0.$

Решение сформулированной системы уравнений разыскивается в форме:

$$\Phi(r,\vartheta) = Kr^s f(\vartheta).$$

В работе [1], основываясь на экспериментальных данных [2], предполагается, что граница области, в которой происходит процесс накопления повреждений, есть полуэллипс и лучи, параллельные берегам трещины. Задавая этой гипотезой форму области процесса, можно определить асимптотические разложения компонент тензора напряжений и поврежденности. Предполагается, что область накопления повреждений описывается степенной функцией $h(\vartheta)r^l$. Показатель степени l может быть определен из предположения, что поле повреждений и поле напряжений удовлетворяют кинетическому уравнению. Распределение повреждений описывается следующим образом:

$$1 - D = h(\vartheta)\left(\frac{r}{r_0}\right)^l, \quad (0 \le l < 1);$$

$$h(\vartheta) = \begin{cases} \left[\left(\dfrac{\cos\vartheta}{k}\right)^2 + \sin^2\vartheta\right]^{l/2}, & 0 \le \vartheta \le \pi/2; \\ \sin^l \vartheta, & \pi/2 \le \vartheta \le \pi. \end{cases}$$

Так как на границе области поврежденного материала $D = 0$, то уравнение границы имеет вид: $r = r_0 h^{-1/l}(\vartheta)$.

Условие совместности деформаций приводит к нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнениям четвертого порядка. Исследование кинетического уравнения позволяет получить связь между показателями степеней *r*. Рассматривается область перед трещиной, так как накопление повреждений в этой области оказывает наибольшее влияние на изменение напряженно-деформированного состояния. Получается, что поле напряжений и поврежденность на продолжении растущей трещины в условиях установившегося роста трещины значительно зависят от приложенной нагрузки.

Решение дифференциальных уравнений должны удовлетворять граничным условиям, следующим из требования отсутствия поверхностных усилий на верхнем берегу трещины и условия симметрии на ее продолжении. В ходе отыскания численного решения уравнений определяются такие собственные значения *s* для разных *n*, чтобы выполнялись граничные условия на верхнем берегу трещины. Подбирается значение *s*, которое будет удовлетворять условию:

$$s > \frac{(2 + l)n}{n + 1}.$$

Удается получить аналитическое выражение для собственных значений задачи:

$$p = \frac{n^{1+c/n} - (m+1)}{n + m[1 + n - n^{1+c/n}] + 1}.$$

Последнее соотношение хорошо согласуется с численным решением.

В данном исследовании получена асимптотика поля напряжений в окрестности вершины растущей трещины нормального отрыва и поперечного сдвига в связанной постановке задачи теории ползучести и механики поврежденности. Система дифференциальных уравнений решена с помощью полуобратного метода. Получено соотношение, связывающее собственное число задачи с параметром, характеризующим распределение повреждений, и показателем, входящим в определяющие соотношения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Myrakami S. Asymptotic _elds of stress and damage of a mode I creep crack in steady-state growth/S. Murakami, T. Hirano, Y. Liu//Int. J. Solids Struct. - 2000 - V. 37. - P. 6203 - 6220.
2. Liu Y. Observation and quanti_cation of damage _eld for mode I creep cracks/ Y. Liu, S. Murakami, Y. Kojima, H. Matsushima//Trans. Japan Soc. Mech. Eng. - 2000 - V. 64 (A). - P. 1183 - 1191.