АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ГАЗОВОЙ СМАЗКЕ

А. Ф. Федечев

Самарский государственный университет,
fedechev2010@yandex.ru.

В работе [1] получено обобщенное уравнение Рейнольдса для определения давления внутри смазочного слоя газового подшипника скольжения и построено второе приближение в асимптотическом разложении решения. В данной работе найдено третье приближение для бесконечного радиального подшипника и проведена оценка влияния этого приближения на асимптотическое разложение.

Обобщенное нелинейное уравнение Рейнольдса в безразмерных переменных имеет вид:

$$C_1 h\Phi'' + C_2 h'\Phi' + C_3 h''\Phi = 12\Lambda_{\bullet}\sqrt{\Phi'}, \tag{1}$$

где $\Phi' = {d\Phi}/{dx}$, $C_1 = 1 + \dfrac{(\mathrm{X}+1)(4\mathrm{X}+5)}{4(4\mathrm{X}^2+7\mathrm{X}+4)}\mathrm{Re}\cdot\Lambda$, $\Lambda_{\bullet} = \dfrac{5(\mathrm{X}+1)^3(\mathrm{X}+2)}{8(4\mathrm{X}^2+7\mathrm{X}+4)}\left[1 - \dfrac{\alpha}{6(\mathrm{X}+1)}\right]\Lambda$,

$\Lambda = \dfrac{\mu U R}{\delta^2 P_0}$ -число Гаррисона, $\alpha = \dfrac{(\gamma-1)U^2\,\mathrm{Pr}}{\gamma T_0}$ - фактор диссипации, $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$, $\mathrm{Pr} = \dfrac{\mu\cdot c_p}{\lambda}$ - число Прандля, $\mathrm{Re} = \dfrac{U\rho\delta^2}{\mu R}$, $\mathrm{X} = \dfrac{T_1}{T_0}$ -температурный фактор, $h = 1 + \varepsilon\cos(x)$, $C_2 = C_1 - 2$, $C_3 = -2$, $\mathrm{Re}-$ приведенное число Рейнольдса, ε -относительная толщина слоя смазки, μ -вязкость, $R-$ радиус шипа, $\delta-$ толщина слоя смазки, $U-$ линейная скорость, $\lambda-$.коэффициент теплопроводности.

Дополнительным условием является условие периодичности решения: $\Phi(x+2\pi) = \Phi(x)$.

С целью линеаризации уравнения (1) , решение строится в форме разложения по малому эксцентриситету ε

$$\Phi = 1 + \varepsilon\Phi_1 + \varepsilon^2\Phi_2 + \varepsilon^3\Phi_3 + ... \qquad (2).$$

Для определения Φ_1, Φ_2, Φ_3 получаем систему уравнений

$$C_1\Phi_1'' - Q\cdot\Phi_1' = C_3\cos(x), \tag{3}$$

$$C_1\Phi_2'' - Q\cdot\Phi_2' = -C_1\cos(x)\Phi_1'' + C_2\sin(x)\Phi_1' + C_3\cos(x)\Phi \ \ - 0{,}5Q\cdot\Phi_1\Phi_1', \tag{4}$$

$$C_1\Phi_3'' - Q\cdot\Phi_3' = -C_1\cos(x)\Phi_2'' + C_2\sin(x)\Phi_2' + C_3\cos(x)\Phi_2 - 0{,}5Q\cdot\left[(\Phi_1\Phi_2)' - 3\Phi_1^2\Phi_1'\right]. \tag{5}$$

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$\Phi_1 = a\sin(x) + b\cos(x), \tag{6}$$

где $\qquad a = -\dfrac{C_1 Q}{C_1^2 + Q^2}, \quad b = -\dfrac{C_1 C_3}{C_1^2 + Q^2}.$

По аналогии строим аналитическое решение для уравнения (4)

$$\Phi_2 = \alpha\sin(2x) + \beta\cos(2x). \tag{7}$$

Здесь $\alpha = -\dfrac{4C_1 A + 2Q\cdot B}{4(4C_1^2 + Q)}$, $\beta - \dfrac{4C_1 B + 2Q\cdot A}{4(4C_1^2 + Q)}$, $A = 0{,}5\left[a(C_1 + C_2 + C_3) + 0{,}5Q(b^2 - a^2)\right]$,

$$B = 0{,}5\left[b(C_1 + C_2 + C_3) - Qa\right].$$

Подставляя решения (6),(7) в уравнение (5), получаем линейное обыкновенное дифференциальное уравнение

$$C_1\Phi_3'' - Q\cdot\Phi_3' = A_1\cos(x)\sin(2x) + A_2\cos(x)\cos(2x) + A_3\sin(x)\cos(2x) + A_4\sin(x)\sin(2x),$$

где

$$A_1 = (4C_1 + C_3)\alpha + 0{,}5 * Q(2b\beta - a\alpha),$$

$$A_2 = (4C_1 + C_3)\beta - 0{,}5 * Q(2b\alpha - a\beta) + 3Q\left(3ab^2 - a^3\right)/16,$$

$$A_3 = 2C_2\alpha + 0{,}5 * Q(b\beta - 2a\alpha) + 3Q\left(3a^2 b - 0{,}5b^3\right)/16,$$

$$A_4 = -2C_2\beta + 0{,}5 * Q(b\alpha + 2a\beta),\ A_5 = 3Q\left(a^3 - ab^2\right)/16, \quad A_6 = 3Q\left(a^2 b - b^3\right)/16.$$

После преобразования произведений тригонометрических функций в сумму, правая часть уравнения упрощается

$$C_1\Phi_3^{//} - Q\cdot\Phi_3^{/} = B_1\cos(x) + B_2\sin(x) + B_3\cos(3x) + B_4\sin(3x),$$

и решение принимает вид

$$\Phi_3 = E_1\cos(x) + E_2\sin(x) + E_3\cos(3x) + E_4\sin(3x),$$

где

$$B_1 = 0{,}5\left(A_2 + A_4\right) + A_5,\ B_2 = 0{,}5\left(A_1 - A_3\right) + A_6,\ B_3 = 0{,}5\left(A_2 - A_4\right),\ B_1 = 0{,}5\left(A_2 + A_4\right) + A_5,$$

$$B_4 = 0{,}5\left(A_1 + A_3\right).,E_1 = \frac{\left(QB_2 - C_1B_1\right)}{C_1^2 + Q^2},\ E_2 = -\frac{\left(QB_1 + C_1B_2\right)}{C_1^2 + Q^2},$$

$$E_3 = \frac{\left(QB_4 - 3C_1B_3\right)}{3(9C_1^2 + Q^2)},\ E_4 = -\frac{\left(QB_3 + 3C_1B_4\right)}{3(9C_1^2 + Q^2)}.$$

Учитывая, что в качестве искомой переменной было принято выражение $\Phi(x) = P^2(x)h^2(x)$, давление в точке с координатой x выражается так

$$P = \sqrt{1 + \varepsilon\Phi_1 + \varepsilon^2\Phi_2 + \varepsilon^3\Phi_3}\,/\,h.$$

Пример расчета для радиального подшипника был произведен для характерных размеров взятых из работы [1] $R = 8\ см,\ h = 24\ мкм$, число оборотов ротора равно $1{,}6129\cdot 10^4\ об/мин.$. Безразмерные параметры, характеризующие течение в смазочном слое, для выбранного случая таковы:

$$\mathrm{Re} = 3{,}47831\cdot 10^{-2}, \quad \alpha = 3{,}32563\cdot 10^{-3}, \quad \Lambda = 1{,}6732177\ , \quad \Pr = 0{,}7\ , \ \gamma = 1{,}4\ ,$$
$$\mathrm{X} = 3\ ,\ \varepsilon = 0{,}2\ .$$

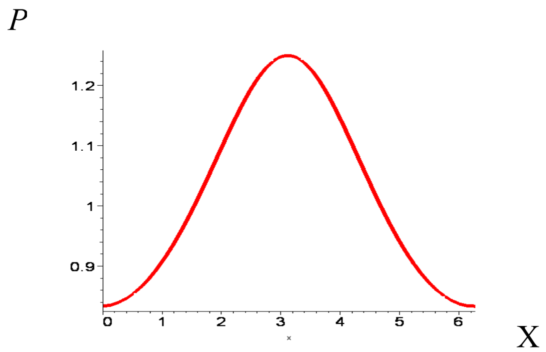

Рис.1. Распределение давления в окружном направлении.

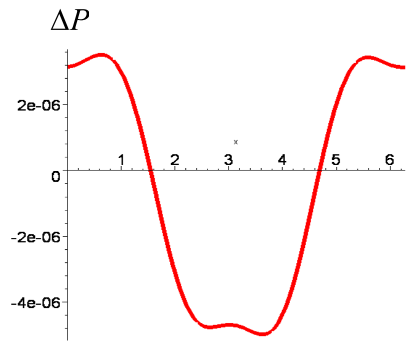

Рис.2. Распределение разности давлений от второго и третьего приближений.

Кривая на рис.2 показывает, что для практических случаев достаточно ограничиться определением двух первых приближений в разложении (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Турчак Л.И., Шидловский В.П.* Теоретическое и численное исследование процессов газовой смазки на основе уравнений аэродинамики // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 5. С. 24-34.